

Oligopolio con producto  
homogéneo

# Oligopolio con producto homogéneo

---

## El modelo de Cournot

- Dos empresas (extenderemos a  $n$  empresas) escogen cantidades (estrategia) simultáneamente, con el objetivo de maximizar sus beneficios (función de pagos)

$$\pi^i(q_i, q_j) = q_i P(q_i + q_j) - C_i(q_i) \text{ para todo } i = i, j$$

- Cada empresa maximiza sus pagos *tomando como dada la cantidad producida por la empresa rival*, es decir,

$$q_i \in \arg \max \pi_i(q_i, q_j) \quad \text{para todo } i = i, j$$

$\Rightarrow q_i = R_i(q_j)$  Función de Reacción de la empresa  $i$  ante cantidades producidas por la empresa  $j$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

- Las funciones de costes y beneficios son, para simplificar,  $\mathbf{C}^2$  (continuas y diferenciables dos veces). Supondremos que la función de beneficios es creciente y cóncava en su propio argumento, mientras que la función de costes exhibe rendimientos decrecientes a escala.
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

- Podemos definir el equilibrio de (Nash-) Cournot como aquella asignación de cantidades (o capacidades) que hace que ninguna empresa tenga incentivos unilaterales a desviarse.

Formalmente,

$(q_i^C, q_j^C)$  es un equilibrio de (Nash-)Cournot si se cumple :

$$\pi^i(q_i^C, q_j^C) \geq \pi^i(q_i, q_j^C) \quad \pi^j(q_i^C, q_j^C) \geq \pi^j(q_i^C, q_j)$$

para todo  $q_i, q_j \in Q$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Si analizamos la CPO, observamos

$$\frac{\partial \pi (q_i, q_j)}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow P(q_i + q_j) - C'_i(q_i) = \underbrace{-q_i P'(q_i + q_j)}_+$$

Es decir, de forma similar al caso del monopolio las empresas producen una cantidad inferior respecto a una situación de competencia perfecta

Las empresas se dan cuenta del efecto marginal que tiene sobre todas las cantidades producidas ante una reducción marginal del precio

$$q^C < q^{CP} \Rightarrow p^C > p^{CP}$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Sin embargo, a diferencia del monopolio, las empresas sólo tienen en cuenta **su** nivel de producción (y no en el del rival) en el efecto adverso en el precio, y en sus resultados. Formalmente:

$$q_i P' < (q_i + q_j) P'$$

→ Las empresas producen una mayor cantidad que lo óptimo desde el punto de vista de la industria (que es la situación de monopolio)

$$\text{Es decir : } q^C > q^m \Rightarrow p^C < p^m$$

$$\text{Y a modo de resumen : } q^{CP} > q^C > q^m \Rightarrow p^{CP} < p^C < p^m$$

$$\text{y por tanto } \pi^{CP} < \pi^C < \pi^m$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Finalmente, a partir de la CPO del problema de la empresa

$$P(q_i + q_j) - C'_i(q_i) = -q_i P'(q_i + q_j) \text{ para todo } i; i = 1, \dots, n$$

observamos que:

→ Empresas con diferentes costes marginales pueden coexistir, por tanto, *el coste de producción no se minimiza cuando se compite a la Cournot*

→ La CPO se puede expresar como  $L_i = \frac{s_i}{|\epsilon|}$

donde  $L_i$  es el índice de Lerner,  $\epsilon$  es la elasticidad de la demanda y  $s_i$  es la cuota de mercado de la empresa  $i$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Ejemplo: Demandas lineales y costes marginales constantes diferentes

$$P(q) = a - bq \quad \text{y} \quad C_i(q_i) = c_i q_i$$

Dada la función de demanda y la tecnología, las funciones de reacción de la empresa son:

$q_i = \arg \max((a - bq)q_i - c_i q_i)$  que da como resultado

$$\text{(función de reacción)} \quad q_i(q_j) = R_i(q_j) = \frac{a - bq_j - c_i}{2}$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Y el equilibrio es:

$$q_i^C = \frac{a - 2c_i + c_j}{3b} \quad \text{y} \quad \pi^i = \frac{(a - 2c_i + c_j)^2}{9b^2}$$

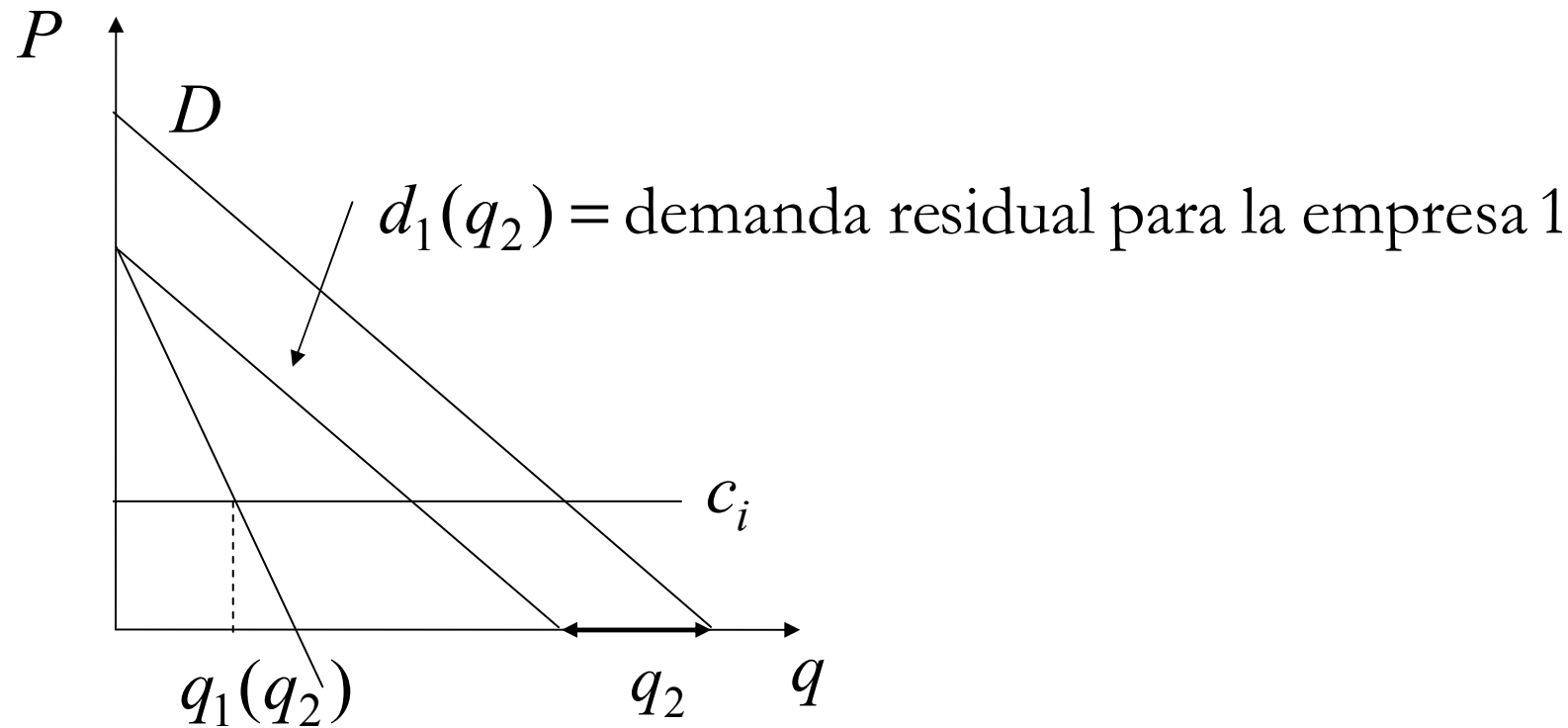
$$\text{si } \uparrow c_i, \downarrow c_j \Rightarrow \downarrow q_i^C, \downarrow \pi^i$$

Un mayor coste de la empresa rival implica que esta encuentre óptima producir más, lo que lleva a la empresa a un incremento en su propia producción (y en su cuenta de resultados)

---

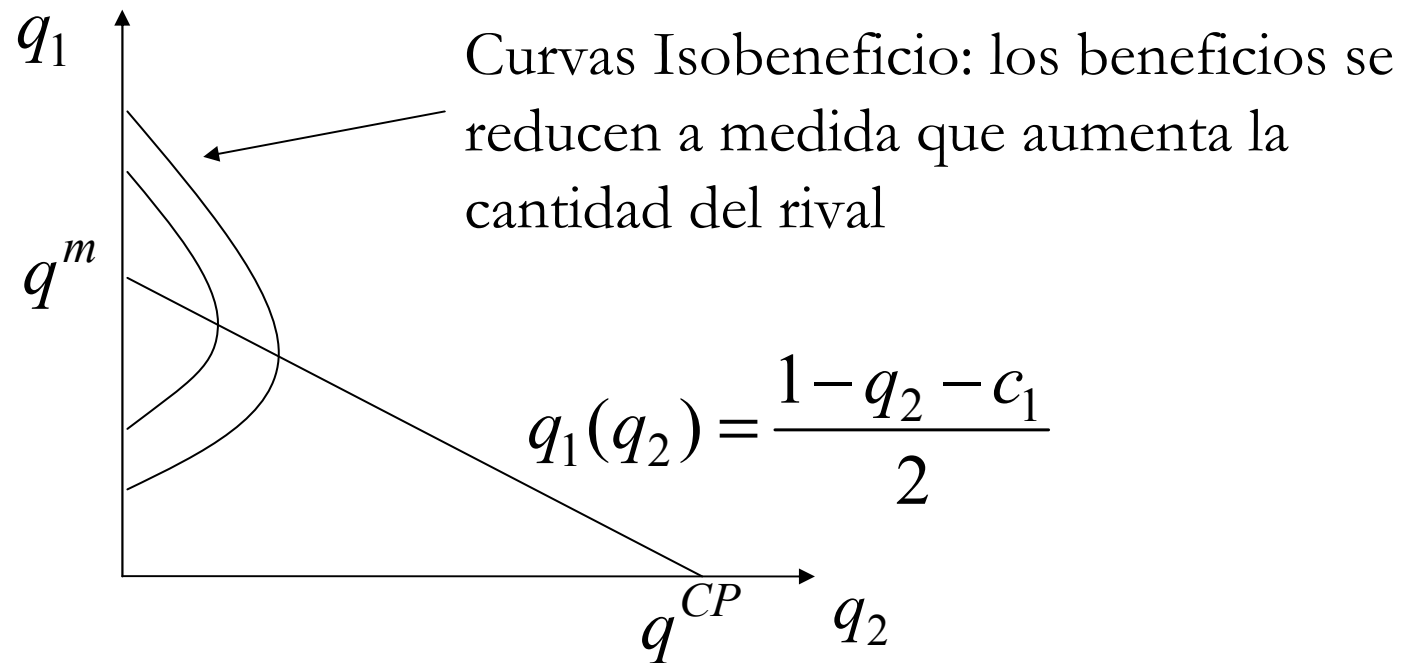
# Oligopolio con producto homogéneo

**Un análisis gráfico:** La empresa a la cournot se comporta como un monopolio en su **demanda residual**



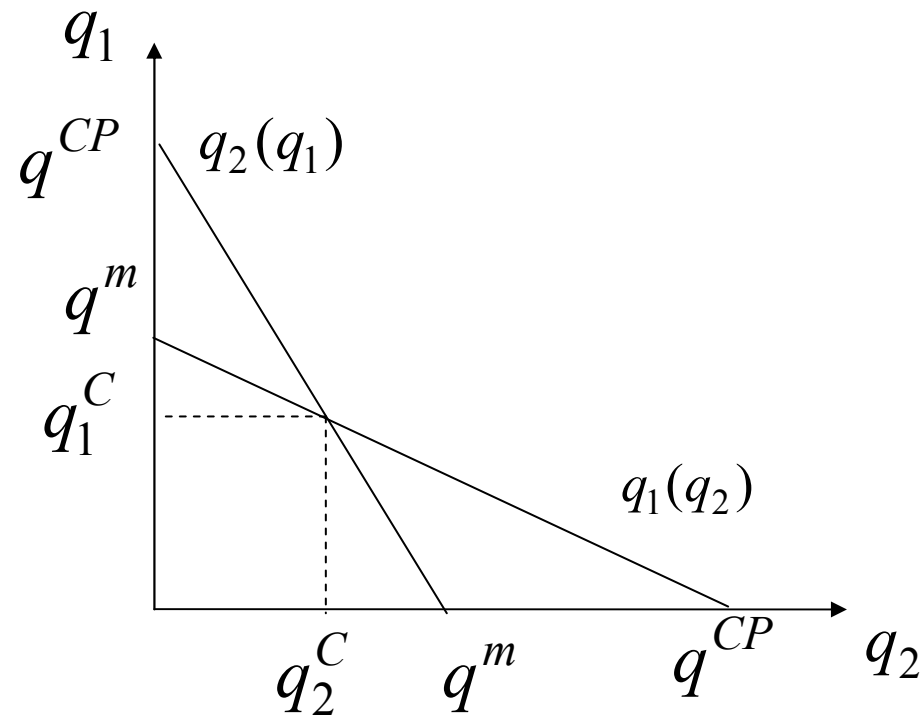
# Oligopolio con producto homogéneo

Si tenemos en cuenta todas las cantidades óptimas que realiza la empresa 1 para diferentes cantidades de la empresa 2, tenemos la función de reacción de la empresa 1



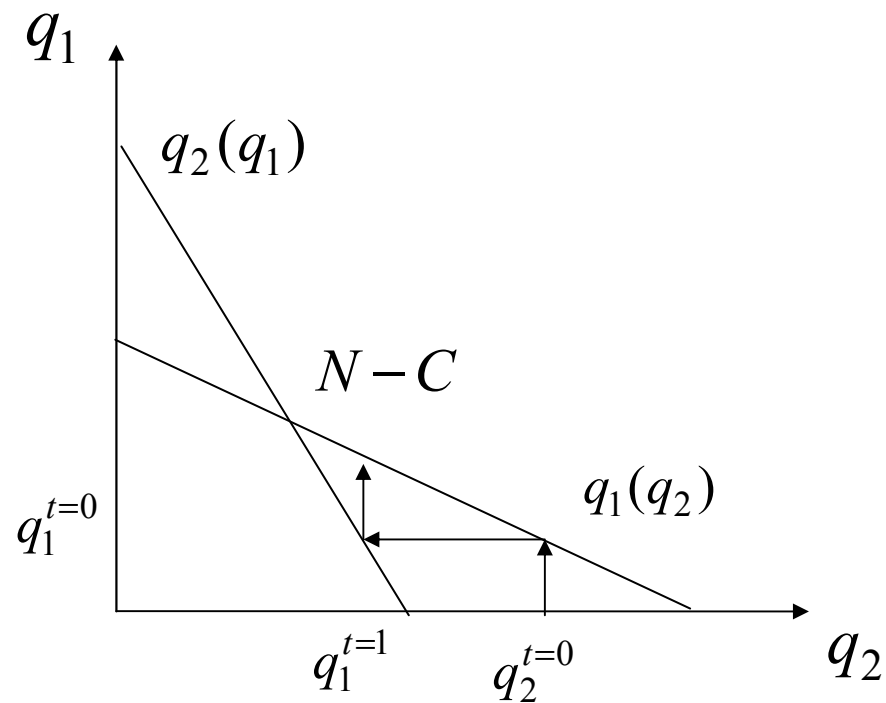
# Oligopolio con producto homogéneo

De forma análoga, podemos realizar lo mismo para la otra empresa, obteniendo el equilibrio de N-C:



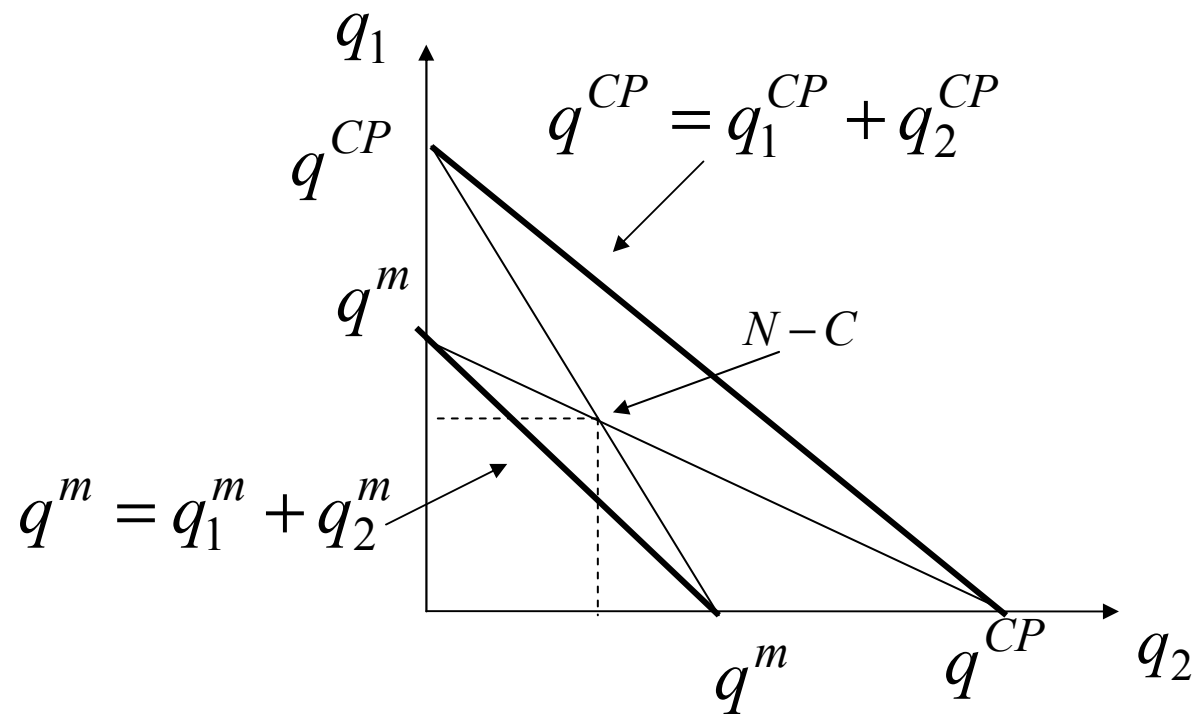
# Oligopolio con producto homogéneo

Interpretación dinámica de Cournot: Proceso de ajuste



# Oligopolio con producto homogéneo

Comparación gráfica entre el monopolio, Comp. Perfecta y Nash-Cournot



# Oligopolio con producto homogéneo

Generalización a  $n$  empresas homogéneas ( $n$  empresas con  $c_i=c$  para todo  $i=1,\dots,n$ ). El resultado de la competencia a la Cournot cuando hay  $n$  empresas es:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = q = \frac{1-c}{n+1}$$

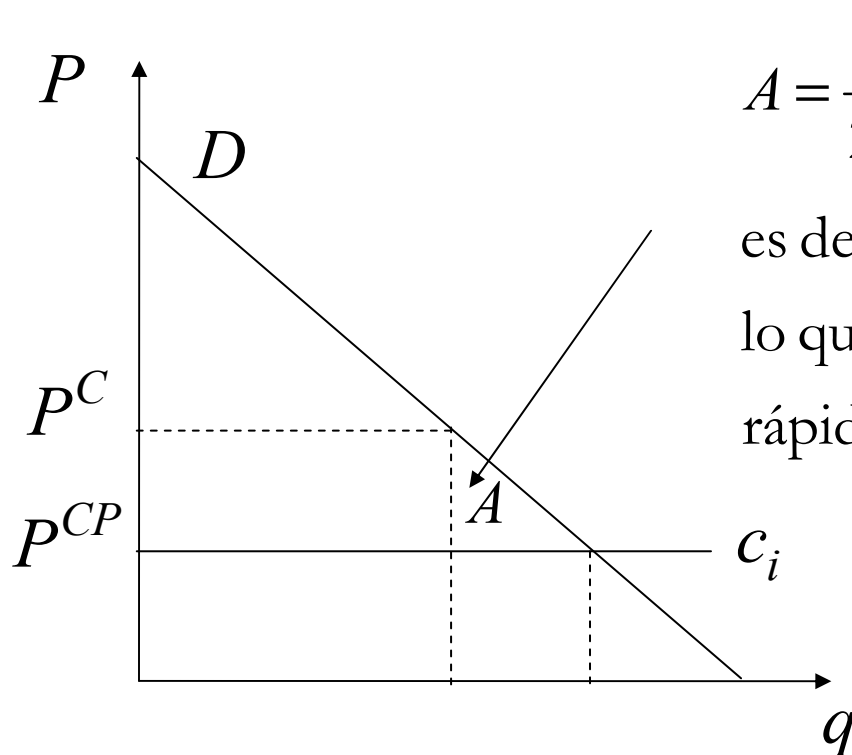
$$p = 1 - \sum_i q_i = 1 - nq = c + \frac{1-c}{n+1} \text{ y } \pi^i = \frac{(1-c)^2}{(n+1)^2}$$

*RTDO*: A medida que se incrementan el número de competidores el precio de equilibrio se aproxima al equilibrio competitivo, i.e.,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p = c$$

# Oligopolio con producto homogéneo

¿Cuál es el número de empresas necesario para que la pérdida de eficiencia no sea importante?



$$A = \frac{1}{2} (P^C - P^{CP})(q^C - q^{CP}) = \frac{1}{2} \left( \frac{1-c}{n+1} \right)^2$$

es decir, la tasa a la que se reduce la PE es  $n^2$ ,  
lo que implica que la eficiencia se "recupera"  
rápidamente

# Oligopolio con producto homogéneo

---

## El modelo de Stackelberg

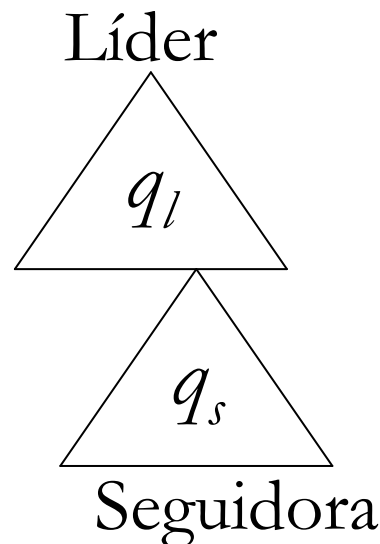
→ Uno de los supuestos de Cournot es que las empresas deciden las cantidades *simultáneamente* (no necesariamente implica una coincidencia temporal, sino que se desconoce qué va a producir el rival).

→ En muchos mercados observamos que existe una empresa líder y otras que son seguidoras, es decir, la empresa líder “anuncia” una cantidad y las otras seguidoras toman como referencia la cantidad anunciada por la líder.

---

# Oligopolio con producto homogéneo

Ejemplo: 2 empresas, líder ( $q_l$ ) y seguidora ( $q_s$ ), demanda lineal ( $p=a-bq$ ) y costes lineales ( $cq_i$ )



Para resolver este problema tenemos que resolver el problema a partir de la *inducción hacia atrás*

→ La empresa seguidora toma como dada la cantidad a producir por la empresa Líder ajustando su producción a la cantidad que anuncie la Líder ( $q_s(q_l)$ )

→ La empresa Líder escoge la cantidad que maximiza sus beneficios anticipando el comportamiento de la seguidora (i.e., su función de reacción)

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Formalmente, la empresa seguidora resuelve este problema,

$$\max_{\{q_s\}} \pi_s(q_l, q_s) = (a - bq)q_s - cq_s \text{ es decir, } q_s = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2}q_l$$

Y el problema de la empresa líder consiste en maximizar los beneficios anticipando el comportamiento de la seguidora,

$$\max_{\{q_s\}} \pi_l(q_l, q_s) = (a - bq)q_l - cq_l \text{ sujeto a } q_s = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2}q_l$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Que da como solución:

$$q_l^{ST} = \frac{a-c}{2b}, \quad q_s^{ST} = \frac{a-c}{4b}; \quad p^{ST} = \frac{a+3c}{4}; \quad \pi_l^{ST} = \frac{(a-c)^2}{8b}, \quad \pi_s^{ST} = \frac{(a-c)^2}{16b};$$

Y si lo comparamos con la solución de Cournot obtenemos:

$$q_l^{ST} > q^C > q_s^{ST}; \quad \pi_l^{ST} > \pi^C > \pi_s^{ST};$$
$$q^{ST} > q^C; \quad p^{ST} < p^C$$

La empresa Líder obtiene una ventaja estratégica

---

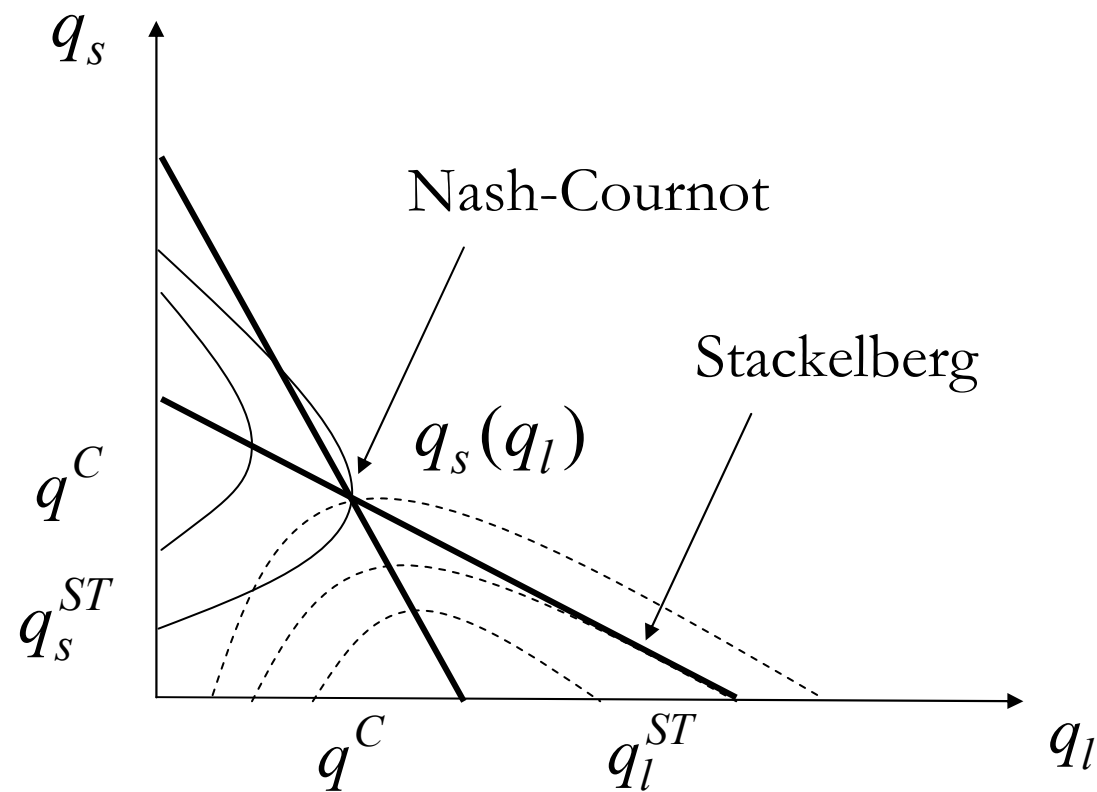
# Oligopolio con producto homogéneo

---

- El modelo de Stackelberg caracteriza un equilibrio perfecto en subjuegos
  - Es decir, caracteriza amenazas creíbles descartando aquellos equilibrios que suponen amenazas no creíbles:  
Amenaza no creíble: “La empresa seguidora amenaza a la Líder con producir la cantidad de Cournot independientemente de lo que haga la empresa Líder”
-

# Oligopolio con producto homogéneo

## Modelo de Stackelberg vs. Cournot: Un análisis gráfico



# Oligopolio con producto homogéneo

---

Cárteles: una aproximación no cooperativa

→ Los cárteles normalmente se consideran acuerdos inestables: OPEP, 1973, 1979...

	$q_2$ bajo	$q_2$ alto
$q_1$ bajo	90, 90	-10, 100
$q_1$ alto	100, -10	70, 70

Equilibrio de Nash

# Oligopolio con producto homogéneo

---

## Estructura de mercado y colusión:

- Una idea intuitiva acerca de los acuerdos empresariales es que cuanto más concentrado sea el mercado, mayores posibilidades de colusión:
    - Los costes de establecer los acuerdos son pequeños
    - En una situación de información imperfecta, la vigilancia del acuerdo entre los miembros de éste es mas fácil.
  - Un segundo elemento importante es acerca de la asimetría entre las empresas. Si una empresa es mucha mas productiva que la otra, el acuerdo colusorio es mucho mas complejo. En esta situación, existe un conflicto entre eficiencia y equidad.
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

→ Un acuerdo es eficiente cuando se maximizan los beneficios del cártel, mientras un acuerdo es equitativo cuando ambas empresas producen lo mismo

→ Cuando dos empresas tienen productividades diferentes, la eficiencia del cártel puede llevar a que la mejor empresa produzca el 100% de la producción. En ausencia de pagos compensatorios entre las empresas, este cártel no sería posible por motivos de equidad.

---

# Oligopolio con producto homogéneo

## Ejemplo 1: empresas con costes similares

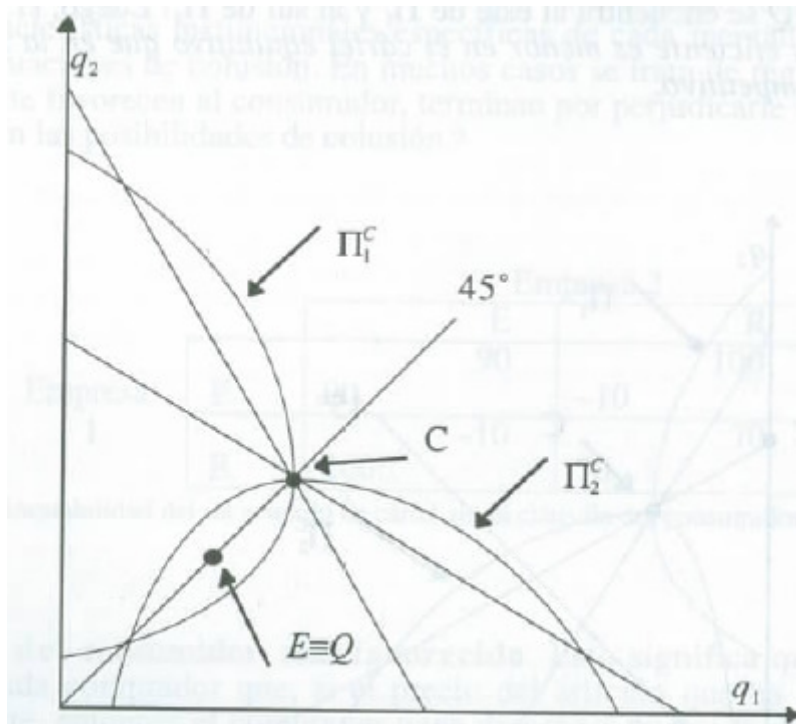


Figura 4.1: Cártel eficiente y cártel equitativo: Duopolio simétrico

→ En esta situación, cualquier acuerdo que implemente la producción de monopolio es eficiente. En particular, el acuerdo equitativo es eficiente

→ Una estructura de mercado como ésta favorece la colusión entre las empresas sin la necesidad de pagos laterales

# Oligopolio con producto homogéneo

## Ejemplo 2: empresas con costes asimétricos

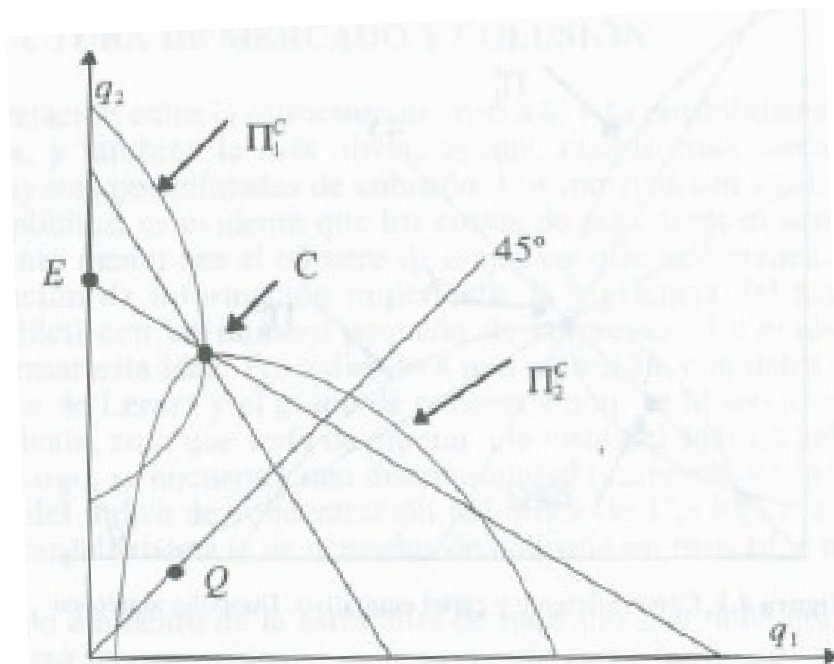


Figura 4.2: Cártel eficiente y cártel equitativo: Duopolio asimétrico

→ En esta situación, la eficiencia requiere que una empresa lo produzca todo, lo que hace que la empresa menos eficiente no tenga interés en establecer un acuerdo, a no ser que existen pagos laterales

→ El cartel equitativo, sin embargo no es alcanzable ya que la empresa más eficiente se encuentra mejor en Cournot que con este acuerdo

# Oligopolio con producto homogéneo

---

## Modelo de Bertrand

- La forma en que realmente compiten las empresas es en precios, no en cantidades.
- Bertrand propuso el mismo modelo que Cournot pero considerando el precio como variable estratégica
- Un Equilibrio de Bertrand es un par de precios  $(p_1^*, p_2^*)$  tal que, dado lo que hace el rival, no es posible mejorar (desviación unilateral no es rentable). Es decir, se cumple que, para todo  $i=1,2$ :

$$\pi^i(p_i^*, p_j^*) \geq \pi^i(p_i, p_j^*) \quad \text{para todo } p_i$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

→ 2 empresas  $c_1 = c_2 = c$

→ La función de demanda y de beneficios de la empresa 1 es:

$$D_1(p_1) = \begin{cases} D(p_1) & \text{si } p_1 < p_2 \\ D(p_1)/2 & \text{si } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{si } p_1 > p_2 \end{cases} \quad \pi_1(p_1) = \begin{cases} (p_1 - c)D(p_1) & \text{si } p_1 < p_2 \\ (p - c)D(p)/2 & \text{si } p_1 = p_2 = p \\ 0 & \text{si } p_1 > p_2 \end{cases}$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Dadas estas condiciones la única solución es que  $p_1^* = p_2^* = c$  ( $\rightarrow$  beneficios cero y la solución es la competitiva!!!).

$\rightarrow$  Consideremos posibles situaciones de precios distinta y veamos si existen incentivos a desviarse

1.  $p_1^* > p_2^* > c \rightarrow$  “*Undercutting*” La empresa 1 tiene incentivos a desviarse poniendo un precio por debajo de la empresa 2 y de este modo obtener todo el mercado
  2.  $p_1^* = p_2^* > c \rightarrow$  “*Undercutting*” Una de las empresas puede bajar el precio, pasando de repartirse el mercado con la rival a obtener todo el mercado
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

3.  $p_1^* > p_2^* = c$ . La empresa 2 puede subir un poco el precio de venta, pero por debajo de su rival y por tanto manteniendo todo el mercado, y de esta manera obtener beneficios

En resumen, en el modelo de Bertrand las empresas:

- Igualan el precio a su coste marginal
- Las empresas obtienen beneficios cero

Sin embargo si suponemos que las empresas tienen costes marginales constantes pero diferentes (es decir  $c_1 < c_2$ ), entonces el resultado de Bertrand no se sostiene.

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

## Soluciones a la Paradoja de Bertrand

El resultado propuesto por Bertrand “parece” poco realista. En la realidad, cuando en un mercado existen dos empresas no es de esperar que igualen el precio al coste marginal.

- Restricciones a la capacidad y rendimientos decrecientes a escala
  - **Comportamiento dinámico**
  - **Diferenciación de productos**
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

¿Existe alguna posibilidad de conseguir acuerdos que mejoren a los participantes del mercado?

La respuesta es que sí, y tampoco es necesario que las empresas se comuniquen o establezcan acuerdos privados (de hecho son ilegales). ¿Cómo?

→ Las empresas tienen una visión a largo plazo (horizonte infinito)

→ Las empresas que incumplan los acuerdos tácitos pueden ser castigadas por las otras empresas (estrategias de gatillo)

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

→ Si las empresas acuerdan un precio alto ( $p^m$ ), estas obtienen un beneficio

$$\pi_i^m = \frac{\pi^m}{n} > \pi_i^B = 0$$

→ Una empresa puede romper el acuerdo vendiendo a un precio menor que el acordado, obteniendo un beneficio mayor que el del acuerdo. En particular:

Si una empresa rompe el acuerdo, ésta establece un precio

$p = p^m - \varepsilon$ , obteniendo un beneficio cercano al del monopolio.

Para simplificar suponemos que  $\Pi(\text{romper acuerdo}) = \pi^m$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Las empresas siguen estrategias de “gatillo” (“trigger strategy”), que son conocidas por sus rivales. En particular la empresa 2 sigue:

$$\text{En } t = 1, p_2 = p^m$$

$$\text{para } t \geq 2, p_{2t} = p^m \text{ si } p_{1\tau} = p^m, \tau = 1, 2, \dots, t-1$$

$$\text{si } \exists \tau \text{ tal que } p_{1t} \neq p^m, \text{ entonces } p_{2t} = 0 \text{ para todo } t \geq \tau$$

Es decir, la empresa 2 se comporta “como” si hubiera un acuerdo en producir una cantidad baja, es decir, vender a un precio alto. Si en algún momento la empresa rival rompe el acuerdo, la empresa 2 venderá al precio competitivo o de Bertrand para siempre.

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Ante este tipo de estrategias, las empresas colaboran en acuerdos para fijar precios si descuentan suficientemente el futuro

$\Pi_1(\text{cumplir acuerdo}) > \Pi_1(\text{incumplir acuerdo})$ , es decir,

$$\frac{1}{1-\delta} \frac{\pi^m}{2} \geq \pi^m + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots \Leftrightarrow \delta \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{si } \delta = \frac{1}{1+r} \Rightarrow \frac{1}{1+r} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow r \leq 100\%$$

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

- La colusión tácita permite a las empresas establecer acuerdos sin necesidad de comunicarse explícitamente (es ilegal!!!). Sin embargo en el mundo real:
1. Las empresas no conocen bien sus funciones de costes, ni la de sus rivales
  2. Los períodos de tiempo no son tan nítidos como en el modelo
  3. La rapidez con la que las empresas se dan cuenta de la traición no es tan inmediata
  4. ¿Existen segundas oportunidades? ¿y terceras?
-

# Oligopolio con producto homogéneo

→ Estructura del mercado: En mercados concentrados (donde hay pocas empresas) es más fácil que existan acuerdos de colusión

- Industria con  $n$  empresas
- Coste marginal constante

¿Es posible el acuerdo de imponer  $p=p^m$ ? Podemos ver que el incentivo a romper el acuerdo crece con el número de empresas. En un momento determinado del tiempo

$$\pi_1(\text{cumplir acuerdo}) > \pi_1(\text{incumplir acuerdo}), \frac{1}{1-\delta} \frac{\pi^m}{n} \geq \pi^m \Leftrightarrow n \leq \frac{1}{1-\delta},$$

es decir, como mayor sea  $n$ , mayor el incentivo a incumplir el acuerdo

# Oligopolio con producto homogéneo

---

- Retraso informativos e interacción infrecuente: un efecto importante es que la información no se transmite tan eficientemente como hemos supuesto (y el castigo, por tanto, no es tan efectivo!):
    - Contratar con pocos clientes
    - Contratos secretos
    - Interacción infrecuente (Boeing, Airbus, por ejemplo)
  - En este caso, una interacción infrecuente puede implicar una penalización tardía por parte del rival
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

En otras palabras, desviarse tiene beneficios en mas de 1 período. Formalmente:

$$\Pi_1(\text{cumplir acuerdo}) > \Pi_1(\text{incumplir acuerdo}),$$

$$\frac{1}{1-\delta} \frac{\pi^m}{2} \geq \pi^m (1 + \delta) \Leftrightarrow \delta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La colusión entre las empresas es ahora menos factible puesto que:

$$\delta \geq \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$$

---

**TABLE 9.1****MARKET STRUCTURE CONDITIONS AFFECTING THE SUSTAINABILITY OF COOPERATIVE PRICING**

<i>Market Structure Condition</i>	<i>How Does It Affect Cooperative Pricing?</i>	<i>Reasons</i>
High Market Concentration	Facilitates	<ul style="list-style-type: none"><li>• Coordinating on the cooperative equilibrium is easier with fewer firms.</li><li>• Increases the benefit–cost ratio from adhering to cooperative pricing.</li></ul>
Firm Asymmetries	Harms	<ul style="list-style-type: none"><li>• Disagreement over cooperative price.</li><li>• Coordinating on a cooperative price is more difficult.</li><li>• Possible incentive of large firms to extend price umbrella to small firms increases small firms' incentives to cut price.</li><li>• Small firms may prefer to deviate from monopoly prices even if larger firms match.</li></ul>
High Buyer Concentration	Harms	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reduces the probability that a defector will be discovered.</li></ul>

High Buyer Concentration      Harms

Lumpy Orders      Harms

Secret Price Terms      Harms

Volatility of Demand  
and Cost Conditions      Harms

larger misread match.

- Reduces the probability that a defector will be discovered.
- Decreases the frequency of interaction between competitors, increasing the lag between defection and retaliation.
- Increases detection lags because prices of competitors are more difficult to monitor.
- Increases the probability of misreads.
- Increases the lag between defection and retaliation (perhaps even precluding retaliation) by increasing uncertainty about whether defections have occurred and about the identity of defectors.

# Oligopolio con producto homogéneo

---

Guerra de precios: una aproximación dinámica

- Competencia Bertrand entre  $n$  firmas idénticas que producen un producto idéntico a un CMg constante = Coste medio mínimo = 20
  - La demanda es  $D(p) = 100 - p$
  - La tasa de interés es  $i$  para todas las firmas
  - Equilibrio de Bertrand-Nash: Todas las firmas fijan un precio  $p = MC = 20\text{€}$ .
-

# Oligopolio con producto homogéneo

---

□ Estrategias Tit for tat

$$p_0^i = p^{Monopolio}$$

$$p_t^i = \begin{cases} p^{Monopolio} & \text{si todos han fijado } p^{Monopolio} \text{ en } t-1 \\ p_{t-1}^j & \text{si algún otro jugador } j (\neq i) \text{ ha fijado } p_{t-1}^j < p^{Monopolio} \text{ en } t-1 \end{cases}$$

→ Es fácil de ver que si las empresas se pueden comprometer a estrategias de este tipo, entonces las empresas tienen incentivos a gravar precios altos, ya que los beneficios de desviarse solo pueden derivar en guerras de precios

---

# Oligopolio con producto homogéneo

---

→ Ejemplo:

BAT vs Philip Morris en Costa Rica

---