Universidad Pablo de Olavide de Sevilla
Curso 2009-2010
Macroeconomía
Jesús Rodríguez López

1. El objeto de este ejercicio es encontrar a mano las fórmulas de las predicciones y valores de la función de impulso-respuesta para un caso especial. Considera el siguiente proceso VAR(1) $J-$variante:

$$\begin{aligned} x_t &= \mu + A x_{t-1} + u_t, \\ u_t &\sim i.i.d.\mathcal{N}_J\left(0, \Sigma\right). \end{aligned}$$

   - Escribe las fórmulas con las predicciones a j periodos a la vista ¿Qué ocurre a largo plazo $j \to \infty$? ¿Qué condición debe cumplir la matriz A para poder hacer esas proyecciones?
   - Supongamos que la matriz Σ es diagonal. Determina una expresión de la función de impulso-respuesta desde $j = 0$ hasta $j = \infty$.

2. Considera un proceso VAR(2)

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + u_t, \tag{1}$$

   donde x_t es bivariante (tiene dos variables) y u_t es el vector de errores de predicción.

   (a) Escribe fórmulas para las predicciones a uno, dos y tres periodos en el futuro.

   (b) Suponiendo que $E\left(u_t u_t'\right) = I$, y que

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.0 \\ -0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

   encuentra la respuesta de $\{x_{2,t}, x_{2,t+1}, x_{2,t+2}, x_{2,t+3}\}$ si $u_{1,t}$ aumenta en una unidad y los otros shocks permanecen constantes (es decir, encuentra fórmulas para los cuatro primeros términos del elemento $(2,1)$ de la función impulso-respuesta).

(c) Haz el mismo ejercicio suponiendo que

$$\Sigma = E\left(u_t u_t'\right) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

y para los errores ortonormalizados de la función de Choleski, $\Sigma = HH'$, $H = chol\left(\Sigma\right)$.

(d) Usando el VAR(2) en la expresión (1) y las matrices en (2), escribe la representación del vector en forma de un VAR(1)

$$y_t = Ay_{t-1} + v_t.$$

3. En este ejercicio queremos estudiar los efectos dinámicos de varios impulsos estructurales sobre variables macroeconómicas españolas. Usaremos datos trimestrales de tasas de variación del precio del petróleo Brent, crecimiento del PIB en España y Alemania, y la tasa de inflación española.

(a) Estima un VAR con estas cuatro variables,

$$\Delta\left[\ln\left(pet_t\right), \ln\left(PIB_{AL,t}\right), \ln\left(PIB_{ES,t}\right), \ln\left(IPC_t\right)\right].$$

(b) Supongamos que estas variables vienen generadas por cuatro choques estructurales: un choque externo de oferta que afecta a los costes de producción, un choque externo de demanda que afecta al PIB alemán (afecta a nuestra balanza comercial con Alemania), un choque interno de oferta al PIB español (productividad); existen choques de política fiscal y monetaria en España. Llamemos a estos choques respectivamente

$$\varepsilon_t \equiv \left(\varepsilon_{OE,t}, \varepsilon_{DE,t}, \varepsilon_{OI,t}, \varepsilon_{DI,t}\right).$$

Suponemos que ε_t es i.i.d. y ortonormal, $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}_4\left(0, I\right)$. Estos choques afectan las innovaciones al sistema de la siguiente forma

$$u_t = H\varepsilon_t,$$

donde H es una matriz (4×4) sobre la cual se impondrán las siguientes restricciones de identificación a corto plazo. El choque de demanda interno representa factores puramente de política fiscal y de cambios en los patrones de consumo, por lo que no afecta a ninguna variable real en el corto plazo. El PIB alemán no se ve afectado por ningún choque español a corto plazo. Estima e interpreta los resultados.

(c) Supongamos que utilizamos restricciones a largo plazo para la identificación de estos choques estructurales. El precio del petróleo sólo está afectado a largo plazo por elementos de oferta externo a la economía española. El crecimiento alemán a largo plazo no está afectado por choques internos de la economía española, pero sí está afectado por los choques de oferta inducidos por las obscilaciones del precio del petróleo. Los choques de demanda internos no afectan a la economía española a largo plazo. La inflación española fluctúa tanto por choques de oferta como de demanda, externos o internos.

4. En este ejercicio estudiaremos los efectos de varios impulsos estructurales sobre la dinámica de los tipos de cambio reales y nominales. Usaremos datos mensuales desestacionalizados de tasas de variación del crecimiento económico (medido a partir del Indice de Producción Industrial), y de la tasa de depreciación real y la tasa de depreciación nominal. Mediremos la producción de cada país en relación al de la Unión Europea o al de Alemania.

   (a) Selecciona un país (Estonia, Letonia, Lituania, Turquía, Islandia). Estima un VAR con las siguientes dos variables, (variaciones del PIB y del tipo de cambio nominal)

   $$\Delta \left[\ln \left(PIB_t \right), \ln \left(S_t \right) \right].$$

   Supongamos que estas variables vienen generadas por un choque no-neutral y otro choque neutral: el choque no-neutral es el único que afecta a la producción de manera persistente, mientras que el choque neutral sólo tiene efectos reales a corto plazo. El tipo de cambio nominal va recogiendo y suavizando el efecto de estos choque sobre la producción y, por lo tanto, está afectado a corto y a largo plazo por ambos choques:

   $$\varepsilon_t \equiv \left(\varepsilon_{NN,t}, \varepsilon_{N,t} \right).$$

Suponemos que ε_t es i.i.d. y ortonormal, $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}_2(0, I)$. Estos shocks afectan las innovaciones al sistema de la siguiente forma

$$u_t = H\varepsilon_t,$$

donde H es una matriz (2×2).

(b) A continuación utilizamos el siguiente vector:

$$\Delta \left[\ln(PIB_t), \ln(Q_t), \ln(S_t)\right],$$

donde Q_t es el tipo de cambio real. Este vector está afectado por tres choques estructurales, uno de oferta que afecta a la productividad, otro de demanda que proviene de cambios no anticipados en la política fiscal, y otro nominal. Supongamos que utilizamos restricciones a largo plazo para la identificación de estos choques estructurales. La producción sólo está afectada a largo plazo por el choque de oferta. El tipo de cambio real no está afectado a largo plazo por el choque nominal. Con estas restricciones, identifica los choques estructurales descritos y haz una descomposición de la varianza. Analiza el papel del tipo de cambio como una herramienta para la estabilización. ¿Está el tipo de cambio haciendo su papel?

5. En este ejercicio queremos estudiar mediante técnicas de Montecarlo la distribución en muestras pequeñas del estimador por mínimos cuadrados. Consideremos un modelo AR(1) bivariante $x_t = Ax_{t-1} + u_t$ donde $u_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$, i.i.d.

$$A = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.0 \\ 0.20 & 0.8 \end{bmatrix}, \qquad \Sigma = \begin{bmatrix} 0.012 & 0.01 \\ 0.01 & 0.02 \end{bmatrix},$$

Vamos a estudiar si la distribución asintótica de MCO es parecida a la distribución verdadera en muestras pequeñas.

(a) Deriva la distribución asintótica de $\sqrt{T}\left(a_{ii,T}^{MCO} - a_{ii}\right)$ para $i = 1, 2$, usando el a_{ii} verdadero, y dibuja esta distribución en un gráfico para cada i.

(b) Analiza la distribución en muestras pequeñas de MCO para distintos tamaños de la muestra T por Monte-Carlo, usando 500 realizaciones. Para esto, has de seguir los siguientes pasos:

- *Paso 1.* Obtén $\Sigma^{1/2} = chol\left(\Sigma\right)$, define una matrix $\overline{A}$ de 500 por 2, donde guardarás los resultados de la estimación para cada realización.
- *Paso 2.* Construye un bucle que, en cada iteración, calcule MCO para una realización de $T = 150$ períodos. Este bucle tendrá que iterar 500 veces, una para cada realización, haciendo los pasos 3 a 6 en cada iteración.
- *Paso 3.* Genera una realización de $T = 150$ valores de un vector $(\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{1,t}) \sim \mathcal{N}_2\left(0, I\right)$.
- *Paso 4.* Calcula la realización correspondiente de $(u_{1,t}, u_{1,t})' = \Sigma^{1/2}\left(\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{1,t}\right)'$, con $\Sigma^{1/2} = chol\left(\Sigma\right)$.
- *Paso 5.* Calcula la realización correspondiente de $(y_{1,t}, y_{2,t})$ de $T = 150$ períodos.
- *Paso 6.* Encuentra el estimador por mínimos cuadrados de A usando las $T = 150$ observaciones simuladas. Guarda el resultado de $a_{ii,T}^{MCO}$ para la realización n en el elemento $\overline{A}\left(n, i\right)$ de la matriz que definiste en el paso 1. Al finalizar este paso, cada columna de $\overline{A}$ contiene 500 realizaciones del correspondiente estimador por MCO.
- *Paso 7.* Muestra en un histograma la distribución de $\sqrt{T}\left(a_{ii,T}^{MCO} - a_{ii}\right)$ en las 500 realizaciones que has simulado (es decir, muestra un histograma de cada columna de $\overline{A}$). Este histograma es una aproximación numérica a la distribución por muestras pequeñas.

(c) Haz los pasos de más arriba para $T = 30, 60, 100$. Dibuja en un mismo gráfico los correspondientes histogramas y la distribución asintótica. ¿Se parecen las distribuciones derivadas en el paso 7 a la distribución asintótica? ¿Cómo son la media, la varianza y la forma de la distribución?