

Valoración de una empresa con dos deudas mediante opciones extensibles¹

Isabel Abínzano

Universidad Pública de Navarra

Javier F. Navas

Universidad Pablo de Olavide

30 de diciembre de 2008

Aceptado en: *Cuadernos Aragoneses de Economía*

Resumen

Una de las medidas más utilizadas para afrontar las dificultades financieras de las empresas es la refinanciación de la deuda. En este artículo proponemos un modelo para valorar los recursos propios de una empresa financiada con dos deudas cuando existe la posibilidad de refinanciar la segunda de ellas. Para ello ampliamos el modelo propuesto por Geske y Johnson (1984) utilizando el concepto de opción extensible propuesto por Longstaff (1990). A diferencia de otros trabajos, el modelo obtenido permite que la refinanciación sea costosa y no impone ninguna restricción sobre la deuda emitida para refinanciar la deuda existente. Además, comprobamos que el valor de los recursos propios aumenta cuando existe la posibilidad de llevar a cabo una refinanciación, lo cual es consistente con los resultados obtenidos por otros autores.

¹Los autores agradecen la financiación recibida del Ministerio de Educación y Ciencia (ECO2008-03058 y SEJ2006-14809-C03-01), de la Junta de Andalucía (P08-SEJ-03917) y del Gobierno de Navarra.

1 Introducción

A menudo las empresas presentan problemas financieros². Según Bebchuk (1988), una empresa con problemas financieros tiene dos opciones: liquidarse o reorganizarse. Mientras la liquidación supone el fin de la empresa como un negocio en marcha, la reorganización consiste en reestructurar la empresa con el fin de mantenerla en funcionamiento.

Existen diferentes alternativas para reestructurar una empresa, que siguiendo la clasificación de Padilla y Requejo (2000) podemos dividir en operativas y financieras. Las medidas operativas son aquellas que persiguen la reorganización operativa o funcional de la empresa. Ejemplos de medidas operativas son la reducción de plantilla, el cierre de plantas de producción, el cambio de la dirección de la empresa o la fusión con otras empresas. Por su parte, las medidas de reestructuración financiera son aquellas que modifican la estructura de capital de la empresa. Como ejemplos de medidas de reestructuración financiera podemos citar las ampliaciones de capital o el canje de la deuda existente por acciones de la empresa, aunque la alternativa más utilizada es la refinanciación de la deuda.

La refinanciación de la deuda de una empresa consiste en la sustitución de la deuda vigente por deuda con mayor vencimiento y/o diferente importe. De este modo, la empresa consigue aplazar el pago de la deuda y/o modificar el importe que debe devolver. Una empresa puede refinanciar su deuda negociando directamente con sus acreedores, o dentro de un procedimiento formal³. Independientemente del procedimiento que utilice la empresa para refinanciar su deuda, la literatura sostiene que la reestructuración de la empresa permite a accionistas y acreedores captar un mayor valor de lo que obtendrían en caso de liquidación (véanse Bebchuk, 1988 y Brown, 1989).

Siguiendo el razonamiento anterior, el valor de la deuda y los recursos propios de una empresa variará cuando exista la posibilidad de refinanciar su deuda. Por ello, Galai et al.

²Según Ross et al. (2006) una empresa presenta dificultades financieras cuando sus flujos de efectivo no son suficientes para satisfacer las obligaciones contraídas, tales como los créditos comerciales o los gastos por intereses, y se ve forzada a tomar acciones correctivas.

³Véanse Gilson et al. (1990) y Chatterjee et al. (1996) para analizar las ventajas e inconvenientes de cada procedimiento, así como los factores que determinan que las empresas opten por uno u otro para reestructurarse.

(2007) consideran que la modelización de la liquidación y reestructuración de una empresa es fundamental para poder valorar correctamente sus activos, así como sus decisiones de financiación. En el caso de empresas financiadas con una deuda, en la literatura encontramos varios trabajos que modelizan el efecto que la posibilidad de llevar a cabo una refinanciación de la deuda tiene sobre el valor de los recursos propios. De este modo, Franks y Torous (1989) proponen considerar la opción de aplazamiento del pago de la deuda como una opción de compra americana sobre el valor de la empresa, de modo que el valor de los recursos propios es mayor cuando la empresa puede refinanciar su deuda. En su trabajo, Franks y Torous suponen que el valor de la nueva deuda ha de ser necesariamente mayor que el valor nominal de la deuda a refinanciar. Este supuesto es restrictivo, puesto que no permite que los acreedores ofrezcan una rebaja de la deuda con el fin de evitar la quiebra, como argumentan Haugen y Senbet (1978, 1988). Otro artículo que estudia los efectos de la refinanciación de la deuda es Forte y Peña (2003). Al igual que Franks y Torous (1989), este trabajo supone que el valor nominal de la nueva deuda ha de ser mayor que el valor nominal de la deuda inicial, y además, asume que la refinanciación de la deuda no tiene coste. Sin embargo, podemos considerar que este último supuesto no es realista. De hecho, Betker (1997) obtiene que el coste medio de una reorganización es el 3,93% del valor de mercado de la empresa antes de experimentar dificultades financieras. Con el objetivo de cubrir las limitaciones anteriores, Abízano y Navas (2008) proponen un modelo de valoración de los recursos propios de una empresa con la posibilidad de refinanciar su deuda que no impone ninguna restricción sobre el valor nominal de la nueva deuda, y que además permite que la refinanciación sea costosa.

En el caso de empresas financiadas con dos deudas, Dumitrescu (2007) desarrolla un modelo de valoración de la deuda y los recursos propios cuando la empresa tiene la posibilidad de refinanciar la primera de sus deudas. En su trabajo Dumitrescu (2007) no impone ninguna restricción sobre el valor nominal de la nueva deuda, y permite que la refinanciación sea costosa. Además, como resultado de la implementación de su modelo, obtiene que el valor de los recursos propios es mayor cuando la empresa puede reestructurarse mediante la refinanciación de su deuda.

Con el objetivo de complementar el análisis sobre el efecto de la refinanciación de la deuda en el caso de empresas financiadas con dos deudas, en este trabajo proponemos un

modelo para valorar los recursos propios de una empresa que tiene la posibilidad de refinanciar la segunda de sus deudas. Para ello partimos del modelo de valoración de una empresa con dos deudas propuesto por Geske y Johnson (1984), y lo ampliamos utilizando el concepto de opción extensible de Longstaff (1990). El resto del artículo se estructura de la siguiente forma. En la sección 2, revisamos brevemente el modelo propuesto por Geske y Johnson (1984), y posteriormente lo extendemos para tener en cuenta la posibilidad de refinanciación de la deuda. En la sección 3 mostramos algunos ejemplos numéricos para estudiar la implementación del modelo que proponemos. Finalmente, en la sección 4 presentamos las principales conclusiones del trabajo.

2 El modelo

A continuación desarrollamos un modelo para valorar los recursos propios de una empresa financiada con dos deudas y que puede refinanciar la segunda de ellas. Al igual que Dumitrescu (2007) y Abínzano y Navas (2008), permitimos que la refinanciación sea costosa, y además no imponemos ninguna restricción sobre el nuevo valor nominal de la deuda.

A continuación describimos brevemente el modelo propuesto por Geske (1977) y corregido por Geske y Johnson (1984) para valorar los recursos propios de una empresa financiada con dos bonos cupón-cero. Después, ampliamos este modelo utilizando el concepto de opción extensible para tener en cuenta la posibilidad de que la empresa pueda refinanciar la segunda de sus deudas.

2.1 Sin posibilidad de refinanciación

Consideremos una empresa financiada con recursos propios y dos bonos cupón-cero con valores nominales K_1 y K_2 y vencimientos T_1 y T_2 , con $T_2 > T_1$.

En T_2 el valor de los recursos propios de la empresa es $\max(V_2 - K_2, 0)$, donde V_2 es el valor de la empresa en T_2 . Por lo tanto, en T_1 , justo después de satisfacer el pago de la primera deuda, K_1 , podemos considerar que los accionistas de la empresa tienen una

opción de compra sobre el valor de la empresa en T_1 , V_1 , con precio de ejercicio K_2 y vencimiento T_2 . De este modo, Geske (1977) considera que en $t = 0$ los accionistas de la empresa tienen una opción de compra compuesta sobre el valor de la empresa, V_0 , con precios de ejercicio K_1 y K_2 y vencimientos T_1 y T_2 . Aplicando la fórmulas desarrolladas en Geske (1966), Geske (1977) obtiene que el valor de los recursos propios es el siguiente:

$$S(V_0) = V_0 N_2(h_1, h_2, \rho) - K_2 e^{-rT_2} N_2(h'_1, h'_2, \rho) - K_1 e^{-rT_1} N(h'_1) \quad (1)$$

con:

$$h_1 = \frac{\ln(V_0/V_1^*) + (r + \sigma^2/2)T_1}{\sigma\sqrt{T_1}} \quad (2)$$

$$h'_1 = h_1 - \sigma\sqrt{T_1} \quad (3)$$

$$h_2 = \frac{\ln(V_0/K_2) + (r + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}} \quad (4)$$

$$h'_2 = h_2 - \sigma\sqrt{T_2} \quad (5)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (6)$$

aquí V_1^* es el valor crítico de la empresa para el cual existe quiebra en T_1 , esto es, aquel valor que satisface la ecuación⁴ $V_1^* = K_1 + D2_1$, donde $D2_1$ representa el valor en T_1 de la deuda con valor nominal K_2 y vencimiento T_2 , que viene dado por:

⁴Geske (1977) establece la condición de quiebra en T_1 como $S_1 - K_1 = 0$, donde S_1 es el valor de los recursos propios de la empresa en T_1 . Pero, como señalan más tarde Geske y Johnson (1984), esta condición puede parecer errónea puesto que en caso de quiebra esperamos que la acción tenga un valor igual a cero. Geske y Johnson (1984) consideran menos confuso establecer el valor crítico de quiebra en T_1 como aquel valor de la empresa que satisface $V_1 = K_1 + D2_1$.

$$D2_1 = V_1 - c(V_1, K_2, T_2 - T_1) = V_1[1 - N(a)] + K_2 e^{-r(T_2 - T_1)} N(b) \quad (7)$$

con:

$$a = \frac{\ln(V_1/K_2) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T_2 - T_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - T_1}} \quad (8)$$

$$b = a - \sigma\sqrt{T_2 - T_1} \quad (9)$$

En las expresiones anteriores, σ representa la desviación típica del rendimiento del valor de la empresa.

2.2 Con posibilidad de refinanciar la deuda una o varias veces

Supongamos ahora que si en T_2 la empresa no puede satisfacer el pago de K_2 , tiene la posibilidad de reestructurarse ampliando el vencimiento de la deuda hasta T_2^2 , con $T_2^2 > T_2^1$ ⁵, donde deberá pagar K_2^2 . Esta refinanciación tiene un coste A^1 a pagar en T_2^1 , con $A^1 \geq 0$. Una vez en T_2^2 , si la empresa no puede satisfacer K_2^2 , puede llevar a cabo una nueva refinanciación, con coste A^2 a pagar en T_2^2 , con $A^2 \geq 0$, ampliando el vencimiento de la deuda hasta T_2^3 , con $T_2^3 > T_2^2$, donde deberá satisfacer K_2^3 . Y así sucesivamente hasta llegar a T_2^{n-1} , donde la empresa podrá reestructurarse ampliando el vencimiento de la deuda hasta T_2^n , con $T_2^n > T_2^{n-1}$, momento en el que deberá pagar K_2^n , mediante el pago del coste de reorganización A^{n-1} en T_2^{n-1} , con $A^{n-1} \geq 0$.

Ya sea dentro de un procedimiento formal, o mediante negociaciones privadas, suponemos que son los accionistas los que proponen el plan de refinanciación de la deuda. Los acreedores aprobarán este plan sólo si lo que reciben en caso de reestructuración es mayor o igual que lo recibido en caso de liquidación. Cuando la liquidación tiene lugar, los acreedores reciben el control de la empresa y dicha transferencia de control desde los

⁵De ahora en adelante utilizaremos T_2^1 y K_2^1 para referirnos al vencimiento inicial de la segunda deuda, T_2 , y a su valor nominal inicial, K_2 .

accionistas hasta los acreedores puede tener un coste, L , con $L \geq 0$. Según Warner (1977) el coste de liquidación incluye tanto los costes legales y administrativos (costes directos), como los beneficios no realizados por la empresa a consecuencia de sus dificultades financieras (costes indirectos). En caso de que la empresa se liquide en T_2 , los acreedores recibirán $V_2 - L$, y en caso de que la empresa se reorganice, el valor de los recursos de los acreedores será $V_2 - S_2$, donde V_2 y S_2 son el valor en T_2 de la empresa y de sus recursos propios, respectivamente. En lo que sigue suponemos que el coste de liquidación es lo suficientemente grande para que los acreedores estén siempre dispuestos a aceptar la refinanciación de la deuda cuando los accionistas se la propongan, esto es, se cumple que $S_2 \leq L$. El supuesto anterior es consistente con Branch (2002), que señala que una parte significativa del valor de las empresas en quiebra se consume en el proceso de liquidación de las mismas. Así, Altman (1984) obtiene que el total de costes de liquidación (directos e indirectos) supone el 15% del valor de la empresa tres años antes de la quiebra.

Para valorar los recursos propios de una empresa con posibilidad de refinanciar la segunda de sus deudas utilizamos el mismo planteamiento que Geske (1977). Así, suponemos que todas las carteras de activos con idénticos pagos deben valer lo mismo, y que si los inversores no están saciados debe existir un conjunto de variables aleatorias, $\{Z'_i\}$, con factor de descuento positivo de tal modo que todos los activos pueden valorarse. Este conjunto de variables aleatorias es conocido como “factor de descuento estocástico”.

Para obtener el valor actual de los recursos propios, Geske (1977) obtiene en primer lugar el valor actual de la deuda de la empresa. Para ello descuenta la suma de los valores en T_1 de los dos bonos cupón-cero emitidos por la empresa utilizando el factor de descuento estocástico.

Para hallar el valor en T_1 de la deuda con vencimiento en T_2 cuando la empresa tiene la posibilidad de refinanciar varias veces esta deuda utilizamos el siguiente razonamiento. En T_1 , una vez satisfecho el pago de K_1 , podemos considerar que los accionistas poseen una opción de compra extensible $n-1$ veces sobre el valor de la empresa. El concepto de opción de compra extensible aparece por primera vez en Longstaff (1990), y hace referencia a una opción de compra que puede ejercerse en su fecha de ejercicio, T_1 , pero que también permite que su poseedor extienda el vencimiento de la opción hasta T_2 , con

$T_2 > T_1$, donde el precio de ejercicio será K_2 . Esta extensión tendrá un coste, A_1 , con $A_1 \geq 0$, que deberá pagarse en T_1 . Chung y Johnson (1994) presentan el caso general de opción extensible, en el que la opción puede extenderse más de una vez. Además, partiendo de Longstaff (1990), estos autores proponen una fórmula de valoración de opciones extensibles varias veces.

Así, podemos ver los recursos propios de la empresa en T_1 después de pagar K_1 como una opción de compra extensible $n-1$ veces sobre el valor de la empresa, V_1 , con precios de ejercicio K_2^i , y vencimientos T_2^i , con $i = 1, \dots, n$, y costes de extensión A^i , para $i = 1, \dots, n-1$. Para cada instante T_2^i podemos distinguir tres situaciones diferentes:

- Si el valor de la empresa, $V_{T_2^i}$, es menor que un valor crítico I_1^i , la opción expira sin valor, esto es, la empresa no refinancia su deuda y lleva a cabo su liquidación.
- Si $V_{T_2^i}$ es mayor que un valor crítico I_2^i , la opción se ejerce, esto es, la empresa satisface el pago de la deuda.
- Si $I_1^i < V_{T_2^i} < I_2^i$, la empresa paga A^i y la opción se extiende hasta T_2^{i+1} , esto es, la empresa refinancia su deuda.

Para obtener el valor de I_1^i e I_2^i resolvemos las siguientes ecuaciones, como proponen Chung y Johnson (1994)⁶:

$$c(I_1^{n-1}, K_2^n, T_2^n - T_2^{n-1}) = A^{n-1} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} EC_{n-i}(I_1^i, K_2^{i+1}, \dots, K_2^n, T_2^{i+1} - T_2^i, \dots, T_2^n - T_2^i, A^{i+1}, \dots, A^{n-1}) = \\ = A^i, \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \end{aligned} \quad (11)$$

⁶Ha sido necesaria la corrección de algunos errores. En el trabajo original de Chung y Johnson (1994) las ecuaciones (11) y (13) incluyen como costes de extensión $A^i, A^{i+1}, \dots, A^{n-1}$, que como hemos visto anteriormente, son los costes de extensión a incluir en una opción extensible $n-i$ veces, y no en una opción extensible $n-i-1$ veces, como es el caso.

$$c(I_2^{n-1}, K_2^n, T_2^n - T_2^{n-1}) = I_2^{n-1} - K_2^{n-1} + A^{n-1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} EC_{n-i}(I_2^i, K_2^{i+1}, \dots, K_2^n, T_2^{i+1} - T_2^i, \dots, T_2^n - T_2^i, A^{i+1}, \dots, A^{n-1}) = \\ = I_2^i - K_2^i + A^i, \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \end{aligned} \quad (13)$$

donde $EC_n(V_{T_2}^i, K_2^1, \dots, K_2^n, T_2^1, \dots, T_2^n, A^1, \dots, A^{n-1})$ representa el valor de una opción de compra extensible $n-1$ veces, con precio de ejercicio K_2^i en T_2^i , con $i = 1, \dots, n$, y coste de extensión A^i , a pagar en T_2^i , con $i = 1, \dots, n-1$.

Una vez obtenidos los valores de I_1^i e I_2^i , aplicando la fórmula propuesta por Chung y Johnson (1994) calculamos⁷ el valor de los recursos propios en T_1 justo después del pago de K_1 :

$$\begin{aligned} S_1 = EC_n(V_1, K_2^1, \dots, K_2^n, T_2^1 - T_1, \dots, T_2^n - T_1, A^1, \dots, A^{n-1}) = \\ = V_1 N(d_1(I_2^1, T_2^1 - T_1)) - K_2^1 e^{-r(T_2^1 - T_1)} N(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1)) \\ + V_1 \{N_2(d_1(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_1(I_2^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12}) - N_2(d_1(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_1(I_2^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12})\} \\ + \dots \\ + V_1 \{N_n(d_1(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_1(I_2^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_1(K_2^n, T_2^n - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n}) \\ - N_n(d_1(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_1(I_2^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_1(K_2^n, T_2^n - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n})\} \\ - K_2^2 e^{-r(T_2^2 - T_1)} \{N_2(d_2(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12}) \\ - N_2(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12})\} \\ - \dots \\ - K_2^n e^{-r(T_2^n - T_1)} \{N_n(d_2(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_2(K_2^n, T_2^n - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n}) \\ - N_n(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_2(K_2^n, T_2^n - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n})\} \\ - A^1 e^{-r(T_2^1 - T_1)} \{N(d_2(I_1^1, T_2^1 - T_1)) - N(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1))\} \end{aligned}$$

⁷ Hemos corregido la fórmula original puesto que en su obtención, Chung y Johnson parten de la equivalencia $N_n(a_1, a_2, \dots, a_n, \rho_a) - N_n(b_1, b_2, \dots, b_n, \rho_b) = N_n(-b_1, -b_2, \dots, -b_n, -\rho_b) - N_n(-a_1, -a_2, \dots, -a_n, -\rho_a)$, con $a_n = b_n$ y donde ρ_a y ρ_b son matrices de correlaciones, la cual no es válida para todo n .

$$\begin{aligned}
& - A^2 e^{-r(T_2^2 - T_1)} \{N_2(d_2(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_1^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12}) \\
& - N_2(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \rho_{12})\} \\
& - \dots \\
& - A^{n-1} e^{-r(T_2^{n-1} - T_1)} \{N_{n-1}(d_2(I_1^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_1^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_2(I_1^{n-1}, T_2^{n-1} - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n}) \\
& - N_{n-1}(d_2(I_2^1, T_2^1 - T_1), d_2(I_2^2, T_2^2 - T_1), \dots, d_2(I_2^{n-1}, T_2^{n-1} - T_1), \rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n})\} \quad (14)
\end{aligned}$$

en esta ecuación N_n es la función de distribución de una variable aleatoria normal n-

variante, ρ_{ij} viene dada por $\rho_{ij} = \pm \sqrt{\frac{T_2^i - T_1}{T_2^j - T_1}}$, con $i < j$, donde el signo viene dado por el

producto de los signos que preceden a d_1 y/o d_2 , que se calculan como:

$$d_1(q, t) = \frac{\ln(V_1/q) + (r + 1/2\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2(q, t) = d_1(q, t) - \sigma\sqrt{t}$$

y donde σ es la desviación típica del rendimiento del valor de la empresa. De esta manera, el valor en T_1 de la deuda con valor nominal K_2 y vencimiento T_2 viene dado por:

$$D2_1 = V_1 - EC_n(V_1, K_2^1, \dots, K_2^n, T_2^1 - T_1, \dots, T_2^n - T_1, A^1, \dots, A^{n-1}) \quad (15)$$

Una vez obtenida la expresión para $D2_1$, para hallar el valor actual de toda la deuda suponemos que los cambios en el valor de la empresa siguen un paseo aleatorio estacionario, que el valor de la empresa, V_t , y Z'_t son lognormales conjuntamente para todo t , y que la empresa no reparte dividendos. Por otro lado, llamemos V_1^* al valor crítico de la empresa para el que existe quiebra en T_1 , es decir, aquel valor que satisface la ecuación $V_1^* = K_1 + D_2^1$. Puesto que no hay pago de dividendos, se cumple que en $t-1$ el valor de la empresa es $V_{t-1} = E[V_t Z'_t]$ para todo t . De este modo, obtenemos el valor de la deuda en $t=0$ de la siguiente manera:

$$B_0 = E[V_1 Z'_1 | V_1 < V_1^*] + E[(K_1 + D2_1) Z'_1 | V_1 \geq V_1^*] \quad (16)$$

puesto que en T_1 los acreedores reciben V_1 si $V_1 < V_1^*$ y reciben $K_1 + D2_1$ si $V_1 \geq V_1^*$.

Definiendo $W_t \equiv \frac{V_t}{V_{t-1}}$, podemos escribir la expresión anterior como $B_0 = V_0 E[W_1 Z'_1 | W_1 < V_1^*/V_0] + E[(K_1 + D2_1) Z'_1 | W_1 \geq V_1^*/V_0]$. Sean $w \equiv \ln W_t$ e $y \equiv \ln Z'_t$. La expresión (16) queda ahora de la siguiente manera:

$$B_0 = V_0 E[e^w e^y | w < \ln(V_1^*/V_0)] + E[(K_1 + D2_1) e^y | w \geq \ln(V_1^*/V_0)] \quad (17)$$

Puesto que V_t y Z'_t son conjuntamente lognormales, w e y son conjuntamente normales, por lo que podemos enunciar el siguiente resultado.

Resultado 1 *El valor de los recursos propios de una empresa financiada con dos bonos cupón-cero con valores nominales K_1 y K_2 y vencimientos T_1 y T_2 , con $T_2 > T_1$, y que tiene la posibilidad de refinanciar $n-1$ veces el segundo de ellos, viene dado por la siguiente expresión:*

$$S(V_0) = V_0 - B_0 \quad (18)$$

con:

$$\begin{aligned} B_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\ln(V_1^*/V_0)} V_0 e^w e^y f(w, y) dw dy \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\ln(V_1^*/V_0)}^{\infty} D2_1 e^y f(w, y) dw dy \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\ln(V_1^*/V_0)}^{\infty} K_1 e^y f(w, y) dw dy \end{aligned} \quad (19)$$

donde $f(\cdot)$ es la función de densidad de la distribución Normal bivalente, $w \equiv \ln W_t$,

$W_t \equiv \frac{V_t}{V_{t-1}}$, $y \equiv \ln Z'_t$, y $D2_1$ viene dado por la ecuación (15).

Debemos señalar que cuando la empresa sólo puede refinanciar su deuda una vez ($n = 2$), la expresión (14) coincide con la fórmula propuesta por Longstaff (1990) para valorar opciones de compra extensibles una vez. Además, podemos comprobar que cuando no existe la posibilidad de refinanciar la deuda ($n = 1$), la ecuación (14) es igual a la fórmula propuesta por Black y Scholes (1973) para valorar opciones simples, por lo que la expresión para el valor de los recursos propios coincide con la fórmula de valoración de Geske y Johnson (1984). De esta manera podemos afirmar que el modelo que proponemos anida al modelo de Geske y Johnson.

3 Resultados numéricos

A continuación ofrecemos algunos ejemplos numéricos para mostrar la implementación del modelo que proponemos para valorar los recursos propios de una empresa financiada por dos deudas cuando existe la posibilidad de refinanciar la segunda de ellas.

En primer lugar mostramos la aplicación del modelo de Geske y Johnson (1984) para valorar los recursos propios cuando la empresa no tiene la posibilidad de reestructurarse refinanciando su deuda. En la Figura 1 vemos el valor de los recursos propios obtenido mediante la aplicación de las expresiones (1) - (9). Por su parte, en la Figura 2 analizamos la influencia del valor nominal de las dos deudas emitidas por la empresa sobre el valor de sus recursos propios. Vemos que se cumple que cuanto mayor es el valor nominal de la deuda, menor es el valor de los recursos propios de la empresa.

A continuación, utilizando el modelo que proponemos en este trabajo, valoramos los recursos propios de una empresa con dos deudas cuando existe la posibilidad de refinanciar la segunda de ellas. Concretamente suponemos que la empresa puede refinanciar la deuda con mayor vencimiento una vez ($n = 2$). En la Figura 3 comparamos el valor de los recursos propios cuando la empresa tiene la posibilidad de refinanciar la segunda deuda (expresiones 18 y 19) y cuando no existe dicha posibilidad (expresiones 1 - 9). Podemos observar que el valor de los recursos propios es mayor cuando la empresa tiene la posibilidad de refinanciar su deuda que cuando no existe dicha posibilidad. Este resultado

es el mismo que obtienen Abízano y Navas (2008) para el caso de empresas financiadas con una sola deuda, y Dumitrescu (2007) para el caso de empresas con dos deudas y la posibilidad de refinanciar la primera de ellas.

Por otro lado, en la Figura 4 analizamos la influencia del valor nominal de cada una de las deudas sobre el valor de los recursos propios de la empresa cuando ésta puede refinanciar la segunda de sus deudas. En ambos casos vemos que cuanto mayor es el valor nominal de la deuda menor es el valor de los recursos propios de la empresa. Además, en la Figura 5 mostramos la diferencia entre el valor de los recursos propios de la empresa cuando existe la posibilidad de refinanciar la deuda y cuando no existe dicha posibilidad para diferentes valores nominales de la deuda. Observamos que cuanto mayor es el importe de la deuda emitida por la empresa, mayor es el valor de la posibilidad de llevar a cabo una refinanciación de la misma. Este resultado es consistente con Franks y Torous (1994), que encuentran que el valor de la opción a retrasar el pago de la deuda es mayor cuanto más cercano esté el valor nominal de la deuda del valor total de la empresa. Esto es, cuanta más importancia tiene la deuda en el pasivo de la empresa, más valor tiene el derecho a extender el vencimiento de la deuda.

4 Conclusiones

La refinanciación de la deuda es una de las alternativas que tienen las empresas para reestructurarse y evitar así la liquidación. En este trabajo hemos propuesto un modelo para valorar los recursos propios de una empresa financiada con dos deudas cuando tiene la posibilidad de refinanciar la segunda de ellas.

Para obtener este modelo hemos extendido la fórmula de valoración propuesta por Geske y Johnson (1984) utilizando el concepto de opción extensible de Longstaff (1990). A diferencia de otros trabajos, el modelo propuesto permite que la refinanciación de la deuda sea costosa, y no impone ninguna restricción sobre el nuevo valor nominal de la deuda. Además, cuando no existe la posibilidad de refinanciar la deuda, la fórmula propuesta coincide con el modelo de Geske y Johnson (1984).

Mediante la aplicación de las expresiones obtenidas hemos comprobado cómo el modelo corrobora la evidencia empírica obtenida por Franks y Torous (1994), demostrando

que cuanto mayor es la importancia de la deuda en el pasivo de una empresa, mayor es el valor de la opción a extender el vencimiento de la deuda. Por otra parte, hemos visto cómo el modelo es consistente con Dumitrescu (2007) y Abínzano y Navas (2008), que obtienen que el valor de los recursos propios es mayor cuando existe la posibilidad de reestructurar la empresa mediante la refinanciación de su deuda.

Bibliografía

- Abínzano, I., Navas, J. F., 2008, “Valoración de los recursos propios de una empresa mediante opciones extensibles”, *Revista de Economía Financiera*, 15, 22 - 48.
- Altman, E., 1984, “A further empirical investigation of the bankruptcy cost question”, *Journal of Finance*, 39, 1067 - 1089.
- Bebchuk, L. A., 1988, “A new approach to corporate reorganizations”, *Harvard Law Review*, 101, 4, 775 - 804.
- Betker, B. L., 1997, “The administrative costs of debt restructurings: Some recent evidence”, *Financial Management*, 26, 56 - 68.
- Black, F., Scholes, M., 1973, “The pricing of options and corporate liabilities”, *Journal of Political Economy*, 81, 637 - 654.
- Branch, B., 2002, “The costs of bankruptcy. A review”, *International Review of Financial Analysis*, 11, 39 - 57.
- Brown, D.T., 1989, “Claimholder incentive conflicts in reorganization: The role of bankruptcy law”, *Review of Financial Studies*, 2, 1, 109 - 123.
- Chatterjee, S., Dhillon, U.S., Ramírez, G.G., 1996, “Resolution of financial distress: Debt restructurings via Chapter 11, prepackaged bankruptcies, and workouts”, *Financial Management*, 25, 1, 5 - 18.
- Chung, Y. P., Johnson, H., 1994, “Extendible options: The general case”, *Working Paper*.
- Dumitrescu, A., 2007, “Valuation of Defaultable Bonds and Debt Restructuring”, *Journal of Corporate Finance*, 13, 94 - 111.
- Forte, S., Peña, J.I., 2003, “Debt refinancing and credit risk”, *Business Economics Working Paper*, Universidad Carlos III, wb031704.
- Franks, J., Torous, W., 1989, “An empirical investigation of U.S. firms in reorganization”, *Journal of Finance*, 44, 747 - 769.
- Franks, J., Torous, W., 1994, “A comparison of financial restructuring in distressed exchanges and Chapter 11 reorganizations”, *Journal of Financial Economics*, 35, 345 - 370.
- Galai, D., Raviv, A., Wiener, Z., 2007, “Liquidation triggers and the valuation of equity and debt”, *Journal of Banking and Finance*, 31, 3604 - 3620.

- Geske, R., 1966, "The valuation of compound options", *Unpublished manuscript*, University of California Berkeley.
- Geske, R., 1977, "The valuation of corporate liabilities as compound options", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12, 541-552.
- Geske, R., Johnson, H.E., 1984, "The valuation of corporate liabilities as compound options: A correction", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 231-232.
- Gilson, S.C., John, K., Lang, L., 1990, "Troubled debt restructurings. An empirical study of private reorganization of firms in default", *Journal of Financial Economics*, 27, 315 - 153.
- Haugen, R., Senbet, L., 1978, "The insignificance of bankruptcy costs to the Theory of Optimal Capital Structure", *Journal of Finance*, 33, 383 - 393.
- Haugen, R., Senbet, L., 1988, "Bankruptcy and agency costs: Their significance to Theory of Optimal Capital Structure", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23, 27 - 38.
- Longstaff, F., 1990, "Pricing options with extendible maturities: Analysis and applications", *Journal of Finance*, 45, 935 - 957.
- Padilla, A.J., Requejo, A., 2000, "Crisis y reorganización empresarial en España: El papel de los bancos", *Papeles de Economía Española*, 84, 208-221.
- Ross, S.A., Westerfield, R.W. y Jaffe, J., 2006, *Corporate Finance*, McGraw-Hill.
- Warner, J., 1977, "Bankruptcy costs: Some evidence", *Journal of Finance*, 32, 2, 337 - 347.

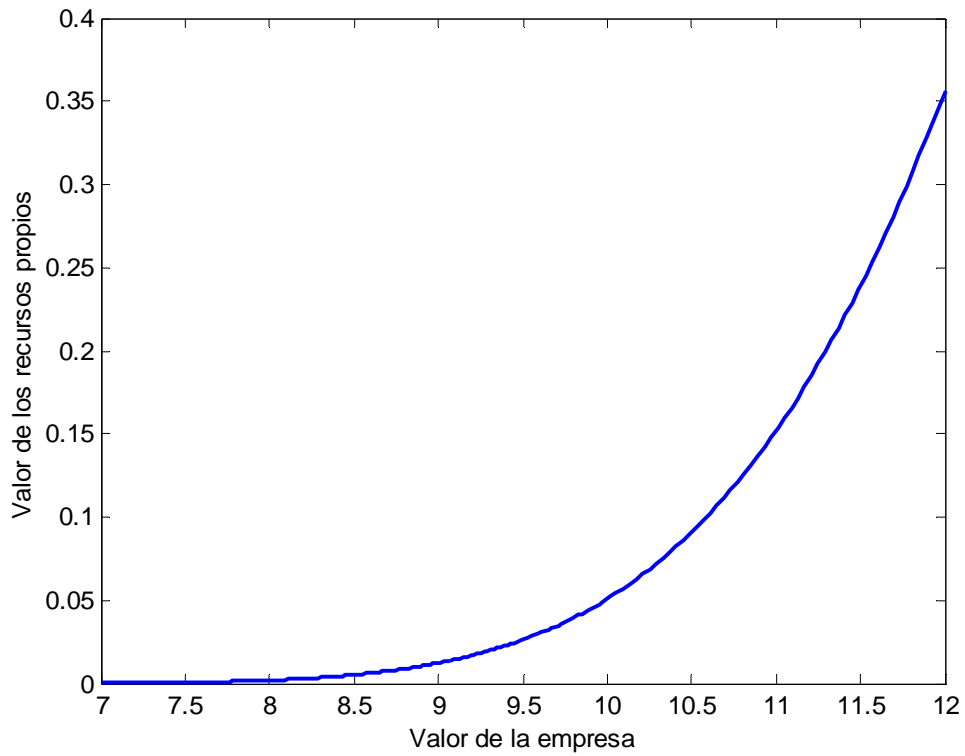


Figura 1: Valor de los recursos propios de una empresa con dos deudas cuando no existe la posibilidad de refinanciar la deuda. La primera deuda tiene vencimiento en $T_1 = 1$ y valor nominal $K_1 = 10$, y la segunda deuda tiene vencimiento en $T_2 = 2$ y valor nominal $K_2 = 5$. El tipo de interés libre de riesgo es $r = 0,06$ y la volatilidad del rendimiento del valor de la empresa es $\sigma = 0,2$.

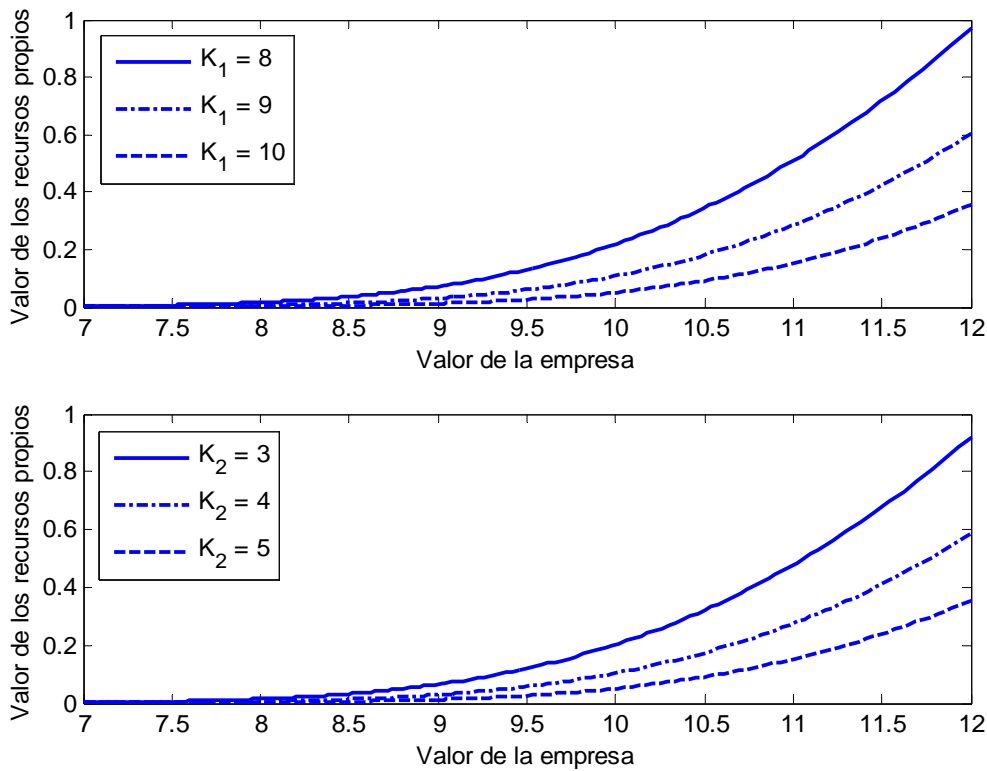


Figura 2: Influencia del valor nominal de la deuda sobre el valor de los recursos propios de una empresa financiada con dos deudas y sin posibilidad de llevar a cabo una refinanciación. En el gráfico superior vemos los valores que toman los recursos propios de una empresa con $T_1 = 1$, $K_1 = 8, 9, 10$, $T_2 = 2$, $K_2 = 5$, $r = 0,06$ y $\sigma = 0,2$. En el gráfico inferior vemos el valor de los recursos propios para una empresa con $T_1 = 1$, $K_1 = 10$, $T_2 = 2$, $K_2 = 3, 4$ y 5 , $r = 0,06$ y $\sigma = 0,2$.

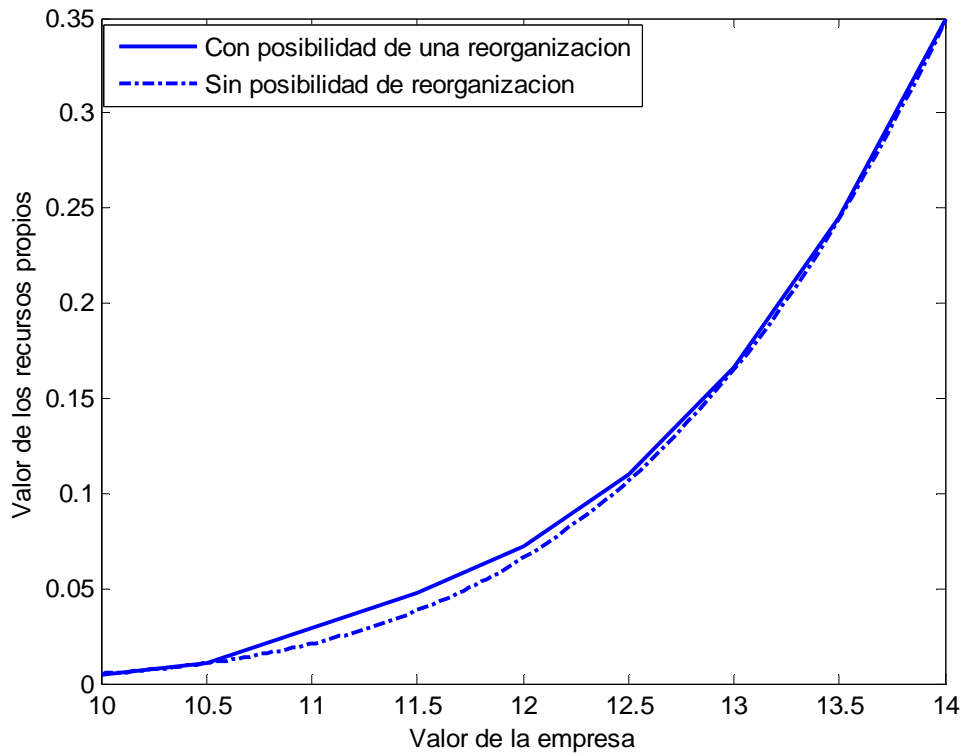


Figura 3: Valor de los recursos propios de una empresa con dos deudas cuando tiene la posibilidad de refinanciar una vez la segunda de sus deudas y cuando no tiene dicha posibilidad. Las deudas tienen valores nominales $K_1 = 10$ y $K_2^1 = 8$, y vencimientos $T_1 = 1$ y $T_2^1 = 2$, respectivamente. El nuevo valor nominal de la deuda es $K_2^2 = 9$, el nuevo vencimiento es $T_2^2 = 2,5$, y el coste de reorganización es $A^1 = 0,03$. Además, $r = 0,06$ y $\sigma = 0,2$.

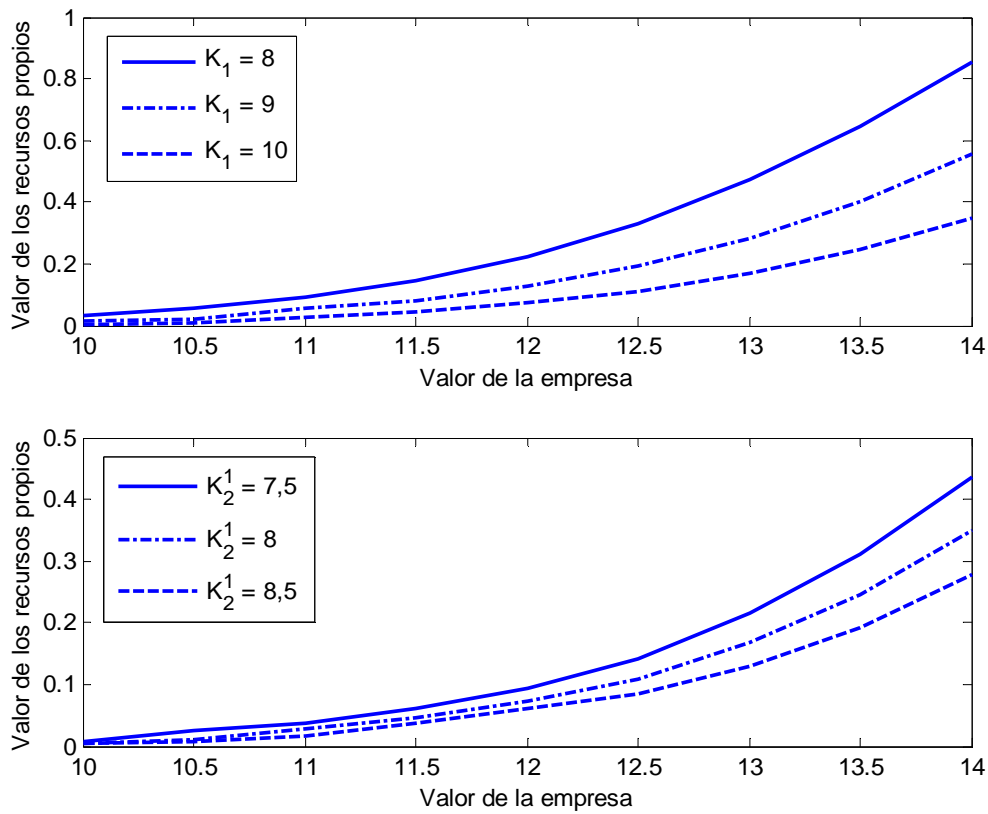


Figura 4: Influencia del valor nominal de la deuda sobre el valor de los recursos propios de una empresa cuando la empresa está financiada por dos deudas y existe la posibilidad de refinanciar una vez la segunda de sus deudas. Los datos utilizados en el gráfico superior son $r = 0,06$, $\sigma = 0,2$, $K_1 = 8, 9$ y 10 , $K_2^1 = 8$, $K_2^2 = 9$, $T_1 = 1$, $T_2^1 = 2$, $T_2^2 = 2,5$ y $A^1 = 0,03$. Por su parte, en el gráfico inferior $r = 0,06$, $\sigma = 0,2$, $K_1 = 10$, $K_2^1 = 7,5, 8$ y $8,5$, $K_2^2 = 9$, $T_1 = 1$, $T_2^1 = 2$, $T_2^2 = 2,5$ y $A^1 = 0,03$.

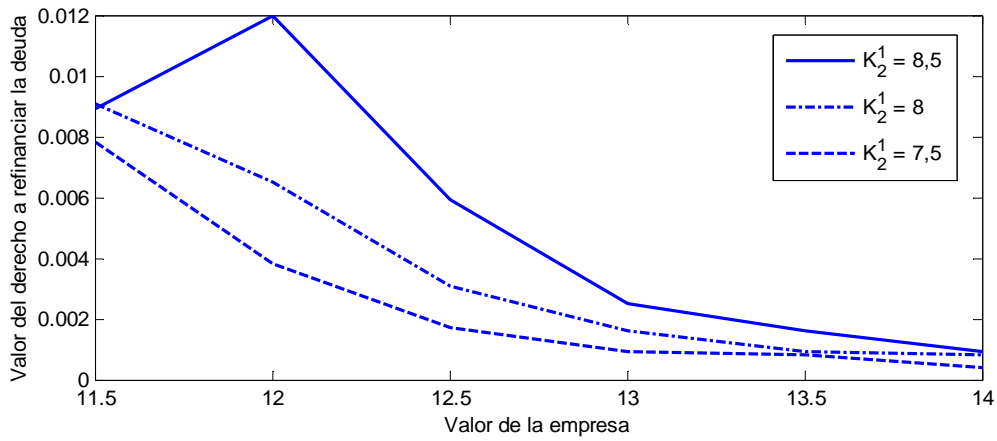
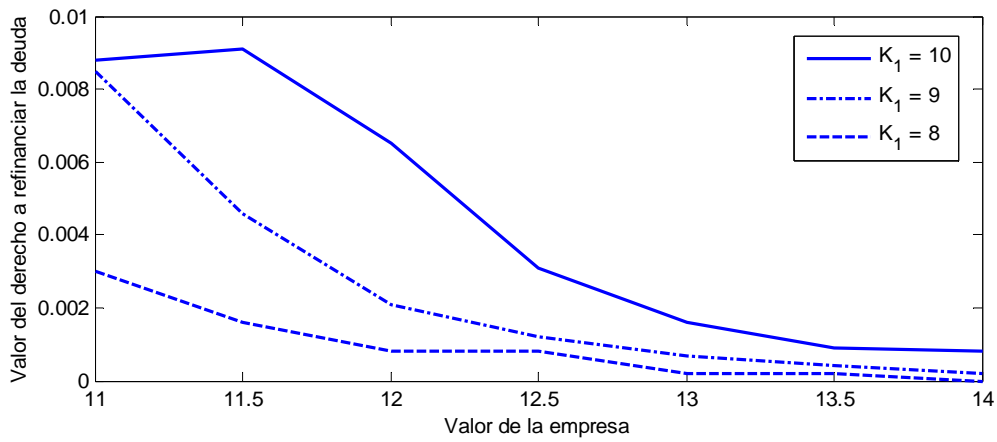


Figura 5: Valor del derecho a refinanciar la deuda cuando la empresa está financiada por dos deudas y existe la posibilidad de refinanciar una vez la segunda de ellas. Los datos utilizados en el gráfico superior son $r = 0,06$, $\sigma = 0,2$, $K_1 = 8, 9$ y 10 , $K_2^1 = 8$, $K_2^2 = 9$, $T_1 = 1$, $T_2^1 = 2$, $T_2^2 = 2,5$ y $A^1 = 0,03$. Por su parte, en el gráfico inferior $r = 0,06$, $\sigma = 0,2$, $K_1 = 10$, $K_2^1 = 7,5, 8$ y $8,5$, $K_2^2 = 9$, $T_1 = 1$, $T_2^1 = 2$, $T_2^2 = 2,5$ y $A^1 = 0,03$.