

PRÁCTICA 1: MEDIDA DE MAGNITUDES FÍSICAS Y SU TRATAMIENTO NUMÉRICO

MEDIDA Y ERROR

La medida experimental es la base de todo el conocimiento científico. Medir es comparar una determinada propiedad de un sistema con el valor que esa misma propiedad toma en otro sistema de referencia o patrón y al que hemos asignado previamente un número determinado. Por ejemplo, para medir la longitud de un cuerpo lo que hacemos es compararla con la de una regla, en la que se ha fijado previamente que cierta distancia entre dos puntos equivale a 1 m (o una pulgada, o una vara, etc). Como resultado de una medida se obtiene siempre un número que se escribe seguido del nombre del patrón o unidad. Ejemplo: una masa puede ser 21.3 g pero no 21.3.

Sin embargo, esto no es todo. En el ejemplo anterior, si decimos que la masa vale 21.3 g podría parecer que este es el valor *exacto* de esta magnitud, es decir, que la masa es exactamente 21.30000..... g con infinitos ceros detrás del tres, lo que no tiene sentido. Las razones son varias. La primera y más importante, es que las leyes de la Física nos dicen que existen al menos algunas magnitudes que es *imposible* medir con infinitas cifras (la posición y el momento en mecánica cuántica). El problema es que aunque no existiera esta limitación intrínseca, nuestra habilidad y la perfección de los aparatos que usamos siempre van a introducir un margen de *error* en las medidas. A efectos prácticos lo que esto significa es que sólo podemos determinar un intervalo de valores en el que es probable que esté el verdadero valor de la magnitud. Volviendo al ejemplo de la masa: si decimos que una masa es 21.3 g, lo queremos expresar realmente que es probable (o casi seguro) que esté entre 21.2 g y 21.4 g. Ese intervalo de valores se expresa como:

Valor del centro del intervalo $\pm$ la mitad del intervalo, unidades (1)

El valor del centro del intervalo se denomina **media** y representa lo que nosotros suponemos que vale la propiedad medida. Cuanto menor es el intervalo, mejor conocemos

el verdadero valor de la magnitud que medimos. Siguiendo con el ejemplo de la masa escribiríamos:

$$m = 21.3 \pm 0.1 \text{ g.}$$

Esa mitad del valor del intervalo se denomina **error absoluto**, se representa por Δx , y es la suma de todas las posibles fuentes de error que concurren en la medida. Los errores absolutos se escriben precedidos del signo $\pm$ y *seguidos de sus unidades*. Así, en el ejemplo del apartado anterior el error absoluto sería $\pm 0.1 \text{ g.}$

El error absoluto indica cómo es de bueno nuestro conocimiento de la magnitud física, pero es poco útil para comparar el conocimiento que tenemos sobre dos o más magnitudes. Así, si medimos dos masas de 1 Kg y 1 g con el mismo error absoluto de 0.1 g, es evidente que conocemos con más precisión la primera y que el error absoluto no sirve para expresarlo. Para evitar esta limitación de error absoluto, definimos **error relativo** ($\Delta x/x$). Como se ve, el error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor del centro del intervalo. En el ejemplo anterior $\Delta x/x = 0.1/21.3$

El error relativo carece de unidades (es un cociente de magnitudes *con las mismas unidades*) y suele expresarse en tanto por ciento.

$$\varepsilon = 100 \times \frac{\Delta x}{x}$$

ORIGEN DE LOS ERRORES

De lo dicho anteriormente se deduce que cualquier medida experimental lleva asociada un determinado error, resultado de todos los factores que influyen sobre ella. Estos son básicamente el *propio experimentador* y el *aparato de medida*.

Evidentemente, si el experimentador no sabe manejar el aparato de medida y no pone el suficiente cuidado al leer sus escalas, todo ello se traducirá en fuentes de error. Sin embargo, incluso observadores expertos pueden introducir inconscientemente inexactitudes cuando hacen suposiciones no justificadas en el acto de medir. Por ejemplo, si se utiliza un termómetro de laboratorio para medir la temperatura de una bañera llena de agua, es lícito suponer que la medida no va a depender de la temperatura inicial del termómetro, sin embargo, si utilizamos ese mismo termómetro de para medir la temperatura de 1 cm³ de agua, es muy posible que obtengamos un resultado erróneo, ya que en este caso la medida va a estar dominada por la temperatura del aparato, no de la muestra a analizar. No hay una regla general para detectar y corregir este tipo de errores. Como son más difíciles de detectar que de corregir, el experimentador deberá analizar en cada experimento las hipótesis implícitas en el método de medida que utiliza y verificar si son ciertas.

La otra fuente de error es el propio aparato de medida. Aunque se use correctamente, la calidad de las medidas realizadas con cualquier dispositivo viene siempre afectada por su

precisión. Esta nos indica el error mínimo del aparato debido a sus características propias. Aunque existen varios factores que influyen sobre ella (por ejemplo, la fidelidad del aparato, o su capacidad de dar siempre la misma lectura en las mismas condiciones experimentales) , la precisión *suele* venir determinada por la resolución del aparato, es decir, la mínima división de su escala. Por ejemplo: 1 mm en una regla milimetrada o 1 minuto en un reloj con manecillas. Un aparato es *preciso* cuando al medir varias veces la misma magnitud, los resultados son muy similares unos a otros. Un aparato es *exacto* cuando el resultado de las medidas es o esta muy cerca del resultado *real* (si pudiéramos conocerlo). La precisión del aparato se puede verificar haciendo varias medidas. Para conocer la exactitud es a menudo necesario hacer la misma medida con varios aparatos diferentes.

Cuando un aparato no es exacto, usualmente la desviación entre el dato real y el obtenido es *siempre la misma o muy parecida*. Es decir, tenemos siempre el mismo **error sistemático**. Por ejemplo, la hora dada por un error adelantado cinco minutos siempre tendrá un error sistemático de, precisamente, cinco minutos, independientemente de que nosotros lo sepamos o no, y solo podríamos saberlo pidiéndole la hora a varios compañeros. Errores sistemáticos pueden también producirse por la mala práctica del experimentador, y han de corregirse siempre que sea posible.

Alternativamente, puede ocurrir que los errores cometidos no sean siempre los mismos, comportándose de forma imprevisible, aleatoria, unas veces aumentando, otras disminuyendo la medida, y en cantidades diferentes en cada intento de medir. Las causas pueden ser pequeñas variaciones en la magnitud a medir, a la limitada precisión de los aparatos o un experimentador poco hábil. Este tipo de error se denomina **error aleatorio**. Su característica principal es que no podemos hacer más que acotarlo en valor absoluto utilizando la teoría estadística de errores y está *siempre presente* (aunque sea muy pequeño) en cualquier medida .

TIPOS DE MEDIDAS

No todas las medidas son iguales. No es lo mismo medir la longitud, en la que para hacerlo comparamos directamente el objeto con una regla, que la superficie, en la cual tenemos que medir una o varias longitudes y utilizar una fórmula matemática para obtener su valor. Se distinguen así los dos tipos de medidas:

Medidas directas: Las que se obtienen comparando la magnitud con el patrón directamente o mediante un aparato calibrado. Así se pueden medir la longitud, la masa, el tiempo, ...

Medidas indirectas: Las que se calculan a partir de magnitudes medidas directamente. Así suelen obtenerse la velocidad, la superficie,...

De todas las fuentes de error, al menos dos están siempre presentes en cualquier medida: los errores debidos a la precisión del aparato y los errores aleatorios. El error absoluto es por tanto la suma de ambos más cualquier error debido a otras causas. El manejo de los

errores aleatorios viene determinado por la teoría estadística de errores y depende de si la medida es directa o indirecta.

TEORÍA ESTADÍSTICA DE ERRORES

La justificación del tratamiento matemático que realizaremos en este apartado se dará en el apéndice I.

CÁLCULO DE ERRORES EN MEDIDAS DIRECTAS

Llamemos A a la magnitud física a medir, cuyo verdadero valor, desconocido, es χ , y sean x_i los valores experimentales obtenidos en n intentos de medida (supongamos que los x_i están libres de errores sistemáticos). En este caso la teoría estadística define los siguientes parámetros:

Valor medio:

$$\bar{x} = \sum_1^n \frac{x_i}{n} \quad (2)$$

Desviación típica:

$$\sigma_{n-1} = \left[\frac{\sum_1^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1} \right]^{1/2} \quad (3)$$

Desviación típica de la medida o error cuadrático medio de la media:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = \left[\frac{\sum_1^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

que tienen las siguientes utilidades:

- El valor medio $\bar{x}$ es el valor más probable de la magnitud A (la media definida más arriba). Por lo tanto $\bar{x}$ es la mejor estimación que podemos hacer del centro del intervalo de la expresión (1).
- La desviación típica σ_{n-1} sirve para decidir si alguna de las medidas x_i es rechazable: si x_i difiere de $\bar{x}$ en menos de $2\sigma_{n-1}$ es correcta; si difiere más de $3\sigma_{n-1}$ es mala.
- El error cuadrático medio $\sigma_{\bar{x}}$ nos permite asegurar que el verdadero valor tiene una probabilidad muy alta de estar entre $x - \sigma_{\bar{x}}$ y $x + \sigma_{\bar{x}}$ y la probabilidad de estar entre $x - 2\sigma_{\bar{x}}$ y $x + 2\sigma_{\bar{x}}$ es del 95%. Por lo tanto $\sigma_{\bar{x}}$ sería el error absoluto correspondiente a los errores aleatorios de las medidas.

El error total se calcula entonces de la siguiente forma:

1. Se corrigen las medidas, librándolas de los errores sistemáticos.
2. Se calculan $\bar{x}$ y $\sigma_{\bar{x}}$ de las medidas corregidas.
3. Se determina el error absoluto de las medidas debido a la precisión del aparato. Frecuentemente se toma la resolución del aparato como valor de este error. Así lo haremos en este laboratorio.
4. El error total es la suma del error cuadrático de la media $\sigma_{\bar{x}}$ y del error absoluto debido a la precisión del aparato. Si alguno de ellos es pequeño comparado con el otro, se puede despreciar. El error total se puede expresar en forma absoluta o relativa.

CÁLCULO DE ERRORES EN MEDIDAS INDIRECTAS

Si $Q = Q(x, y, z)$ en que x, y, z son magnitudes que se miden directa e independientemente, y Q es la magnitud que se calcula a partir de ellas, ¿Cuál es ΔQ si conocemos $\Delta x, \Delta y, \Delta z$?

Para obtener ΔQ se utiliza el cálculo diferencial, bien directamente o tomando previamente logaritmos neperianos:

Diferenciación Directa.

Diferenciando en $Q = Q(x, y, z)$ se obtiene:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial x} dx + \frac{\partial Q}{\partial y} dy + \frac{\partial Q}{\partial z} dz$$

Si interpretamos los diferenciales como errores se transforma en:

$$\Delta Q = \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial Q}{\partial y} \Delta y \right| + \left| \frac{\partial Q}{\partial z} \Delta z \right|$$

Se han tomado valores absolutos para evitar la situación inadmisibile en que ΔQ pudiera resultar nulo, siendo Δx , Δy o Δz no nulos (no se puede conocer con exactitud algo calculado con valores inexactos).

Ejemplo: Si $Q = Ax + By$ entonces $\Delta Q = |A \cdot \Delta x| + |B \cdot \Delta y|$

Diferenciación Logarítmica

Primero se toman logaritmos neperianos, luego se diferencia y finalmente se sustituyen los diferenciales por errores. Por igual motivo que en la diferenciación directa, cada sumando se toma en valor absoluto.

Ejemplo: si $Q = x^A \cdot y^B$

Se toman logaritmos: $\ln Q = A \ln x + B \ln y$

Luego diferenciales $\frac{dQ}{Q} = A \frac{dx}{x} + B \frac{dy}{y}$

Y finalmente errores $\frac{\Delta Q}{Q} = \left| A \cdot \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| B \cdot \frac{\Delta y}{y} \right|$

En ocasiones, cuando la función Q es complicada, puede ser necesario utilizar los dos procedimientos.

PRESENTACIÓN NUMÉRICA DE RESULTADOS

Una vez calculado el error total como se indicó, según se trate de medidas directas o indirectas se procede como sigue:

1. Se redondea el error total de manera que tenga una sola cifra significativa.

Ejemplo: 0.0053 se redondea a 0.005
0.0056 se redondea a 0.006
1.53% se redondea a 2%
1.35% se redondea a 1%

2. El valor medio $\bar{x}$ de las medidas o el valor calculado $\bar{Q} = Q(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ según se trate de medidas directas o indirectas, se redondea de forma que su última cifra significativa sea del mismo orden que la cifra significativa del error absoluto total.

Ejemplo: Si el error total es 0.005,
1.38342 se redondea a 1.383
1.38371 se redondea a 1.384
1.3 se reescribe como 1.300

3. El resultado de nuestras medidas se escribe como: $\bar{x} \pm \Delta x$, unidades

O bien como: $\bar{x}$, unidades $\pm 100 \cdot \frac{\Delta x}{x}$, %

Considerando en estas expresiones las cifras significativas que les corresponda según lo dicho antes en este apartado.

Ejemplo: 1.383 ± 0.005 nm.
 1.383 nm ± 0.4 %

AJUSTE A UNA RECTA

Experimentalmente es muy frecuente que supongamos que dos magnitudes x e y están relacionadas y que hagamos mediciones de y para distintos valores de x . Por ejemplo, puede medirse el volumen de un determinado gas en función de la temperatura a presión constante. Una vez obtenidos las dos series de datos, x e y , podemos preguntarnos si de verdad existe una relación entre ambos (en el ejemplo anterior entre el volumen y la temperatura del gas). Una forma sencilla de saberlo es representar los valores en una gráfica y ver si existe alguna función para la que se cumpla $y = f(x)$ (exacta o aproximadamente). Uno de los casos más comunes es cuando la relación entre ambas variables es lineal, es decir y se puede escribir como:

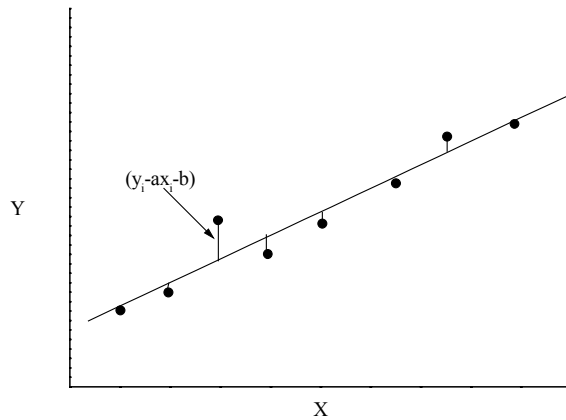
$$y = a x + b$$

donde a y b son constantes. Sin embargo, este método “visual” de establecer la dependencia entre dos variables puede llevarnos a error, puesto que incluye un componente subjetivo. Lo que necesitamos es un método matemático que nos *cuantifique* la bondad de la suposición que hacemos, en este caso que y es una función lineal de x y que nos dé los valores de a y b para la mejor recta posible (la que pase lo más cerca posible de *todos* los pares x, y). Es decir, que nos sirva para *verificar la hipótesis* de que la relación entre las variables x e y es lineal. Este método es el:

Método de los mínimos cuadrados

Supongamos que hay n pares de mediciones (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ... (x_n, y_n) y que los errores están en su totalidad considerados en los valores de y (es decir, conocemos exactamente el valor de x). Si suponemos que y_i es *exactamente* $a x_i + b$, el error cometido en la medida será: $y_i - a x_i - b$. La mejor recta será aquella cuyos valores de a y b minimicen la suma de los errores para todas las mediciones, porque será aquella que en conjunto se desvíe menos del conjunto de datos en general. Sin embargo, esto tiene el problema de que algunos

errores pueden ser positivos y otros negativos. Si lo que nosotros miramos es la suma total, algunos se cancelarían entre sí, lo que no tiene sentido. Para evitarlo lo que hacemos es minimizar la suma de los cuadrados de los errores, que siempre será positiva. Tenemos entonces:



$$\Delta = \sum (y_i - ax_i - b)^2 = \min.$$

Aplicando la condición de mínimo:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial a} = \sum -2x_i (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial b} = \sum -2(y_i - ax_i - b) = 0$$

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i + bn = \sum y_i$$

La última ecuación muestra que la mejor recta pasa a través del punto:

$\left(\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \right)$ es decir, por el centro de gravedad de todos los puntos.

$$a = \frac{\sum x_i y_i - \sum x_i \bar{y}}{\sum x_i^2 - \sum x_i \bar{x}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Sin embargo, nosotros podríamos obtener valores de a y b para cualquier conjunto de datos, estuvieran relacionados o no. El parámetro que nos cuantifica si de verdad y es una función lineal de x es el coeficiente de correlación, que tiene la expresión:

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\left[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right] \left[n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 \right]^{1/2}}$$

Los valores de r se encuentran siempre en el intervalo [-1, 1]. Si $|r| \rightarrow 1$, existe correlación entre x e y, es decir, y depende linealmente de x. Por el contrario si $|r| \rightarrow 0$ debe concluirse que x e y son independientes (o que y no depende linealmente de x) y por lo tanto carece de sentido expresar $y = ax + b$. En general, si $|r| < 0.8$, la correlación entre x e y es deficiente. El coeficiente de correlación nos permite entonces verificar la hipótesis de partida que indicaba que la relación entre los valores x e y es lineal. Si la hipótesis es verdadera, el coeficiente será próximo a 1 (en valor absoluto), y si es falsa, r será menor de 0.8.

CUESTIONES DE LA PRÁCTICA 1

1. Las medidas del diámetro de un plato con una regla de precisión 1 mm son las siguientes (unidades en mm):

1. 243	6. 244	11. 244	16. 244	21. 244
2. 245	7. 244	12. 242	17. 245	22. 246
3. 245	8. 246	13. 245	18. 244	23. 245
4. 244	9. 244	14. 242	19. 245	24. 243
5. 246	10. 245	15. 244	20. 243	25. 244

Calcular:

- a) Media y desviación típica. ¿Es rechazable alguna de las medidas?
- b) Distribución de frecuencia. Histograma.
- c) Calcular el error y el error relativo del diámetro.
- d) Determinar la superficie del plato y el error cometido.

2. La velocidad de descomposición del óxido de carbono C_3O_2 ha podido seguirse usando un rápido sistema de medida por espectroscopía de masas, obteniéndose en función del tiempo los siguientes valores de concentración de C_3O_2 :

$[C_3O_2]$ (unidades arbitrarias)	240	35	25	18	14	12
t (tiempo en milisegundos)	0	3.06	3.55	4.00	4.48	4.95

Calcular el orden de reacción y la constante de velocidad de la descomposición del C_3O_2 .

Apéndice I. Distribución gaussiana de errores

Como ya hemos mencionado, el error aleatorio se debe a una serie de factores no controlados, que asumiremos independientes y de comportamiento aleatorio. Esto significa que en el instante de la medida cada uno de estos factores afectará al resultado de forma independiente, incrementándolo o disminuyéndolo. Esto podemos expresarlo:

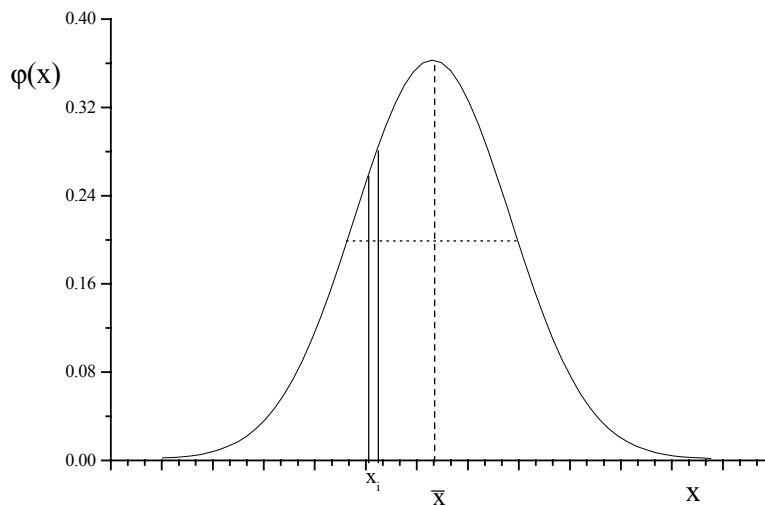
$$x = X + \sum_i f_i$$

donde x sería el resultado de la medida, X el valor exacto de la magnitud objeto de ella y f_i el efecto del factor i sobre la medida. Si en el instante de la medida todos los factores afectan positiva o negativamente a la medida, el resultado diferirá, en gran manera, del valor exacto. Sin embargo, si el comportamiento es aleatorio, lo más probable es que en el instante de la medida unos factores afecten positiva y otros negativamente, de modo que el efecto neto sería pequeño o nulo.

De acuerdo a los supuestos de independencia y aleatoriedad se establecen los postulados básicos del tratamiento estadístico del error:

1. La medida experimental de una magnitud es una variable aleatoria que verifica la ley de estabilidad estadística, según la cual las medidas se distribuyen en torno a un valor medio, el cual al tender el número de medidas a infinito tiende a un valor constante e independiente del número de medidas.
2. A esta variable aleatoria se le asigna una función de distribución que relaciona la probabilidad de obtener una medida afectada de un cierto error con la magnitud de aquélla.

Es ampliamente aceptado el uso de la distribución Normal, (también llamada distribución de Gauss o del Error) para describir las observaciones experimentales usuales. Asumiremos, pues, que los posibles resultados de una medida experimental se distribuyen en torno a la media muestral $\bar{x}$ de la magnitud que se mide con una dispersión que puede caracterizarse mediante un parámetro que denominaremos varianza σ^2 . La probabilidad de obtener un valor concreto x_i vendrá caracterizada por el valor de la función de distribución $\phi(x)$ en ese punto.



Media muestral $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i$

Varianza muestral $\sigma^2(x) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$

Desviación típica $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Donde x_i representa el valor obtenido en la medida i -ésima, y n el número total de medidas.

Apéndice II: ecuación de velocidad y orden de reacción.

La velocidad de una reacción química con un solo reactivo, entendida como variación de concentración c con el tiempo t , se puede expresar como

$$-dc/dt = kc^r$$

donde k es la llamada *constante de velocidad* y r es el *orden de reacción*. Consideraremos dos casos:

- 1) Reacción de primer orden ($r=1$) La ecuación de velocidad anterior puede integrarse de manera sencilla para el caso en el que el exponente r sea igual a la unidad. El resultado es:

$$\ln[c(t)] = -kt + \ln[c_0],$$

donde c_0 es la concentración inicial de reactivo. Esta ecuación indica que si la reacción es de primer orden, la representación gráfica del logaritmo neperiano de las concentraciones frente al tiempo es una recta de pendiente $-k$ y ordenada en el origen $\text{Ln}[c_0]$.

2) Reacción de segundo orden ($r=2$). La integración de la ecuación de velocidad para el caso $n=2$ es ahora:

$$1/c(t) = kt + 1/c_0$$

lo que indica que si la reacción es de segundo orden, la representación gráfica de los inversos de las concentraciones frente al tiempo es una recta de pendiente k y ordenada en el origen $1/c_0$.

PRÁCTICA 2: REPRESENTACIONES GRÁFICAS

REPRESENTACIONES GRÁFICAS

La representación gráfica de los resultados obtenidos en el laboratorio es una herramienta de primer orden en la interpretación de los datos experimentales, ya que muchas veces permite una interpretación del fenómeno estudiado de manera mucho más fácil de la que se deduce del análisis de una tabla de datos. Normalmente en las gráficas se representan los valores de una magnitud y medidos en función de otra, x . En épocas pasadas esto se realizaba sobre papel, pero la creciente accesibilidad de los ordenadores personales ha permitido la obtención de gráficas de mayor calidad y el acceso a programas que además permiten el tratamiento numérico de los datos (como la obtención de ajustes por mínimos cuadrados de los datos realizados en la práctica anterior). En esta práctica aprenderemos a usar la hoja de cálculo EXCEL para estos fines, aunque por razones pedagógicas, realizaremos también una representación a mano en papel milimetrado.

En este segundo caso, nuestras gráficas serán de mejor calidad si seguimos los siguientes pasos:

- a) Empezamos por dibujar en el papel ambos ejes, escogiendo las escalas correspondientes a x e y de forma que ocupen todo el papel y comprendan tan solo los intervalos dentro de los cuales vamos a representar las variaciones de x e y . Por tanto, ***las escalas no tienen por qué empezar por cero.***
- b) Con el fin de situar fácilmente los valores de las variables, y representables las distintas fracciones o múltiplos de la unidad, se recomienda que cada unidad corresponda a uno, dos, cinco, diez o veinte mm, etc. En el papel milimetrado; de esta forma, por ejemplo si se ha tomado la unidad como 20 mm a cada mm le corresponden 0.05 unidades y podemos representar los valores que deseemos apreciando hasta la media décima.
- c) No debe olvidarse, en ningún caso de señalar claramente sobre cada eje la magnitud o variable que se está representando y las unidades utilizadas, así los valores numéricos

de la escala en puntos del eje uniformemente distribuidos para facilitar tanto la representación, como la lectura posterior de la gráfica.

- d) A medida que se van obteniendo las parejas de valores x e y , se llevan a la gráfica, representándolos por un punto cuya abscisa es x y cuya ordenada es y . Si se desea hacer uso de los errores, en la representación, bastará representar la pareja x e y en lugar de por un simple punto, por una línea vertical centrada sobre dicho punto de coordenadas (x, y) , pero cuyos brazos tengan ambos una longitud igual al error de la ordenada correspondiente.
- e) Al trazar la línea representativa de la función $y = f(x)$, deberá procurarse hacerlo mediante trazo fino y de forma continua, nunca en forma de quebrada que pase por todos los puntos. No debe pues sorprendernos si la gráfica resultante no pasa por ninguno de los puntos representados. Ahora bien si algún punto cae exageradamente desplazado hay que rechazarlo y trazar la línea sin tenerlo en cuenta.
- f) En el caso de que la función representada resulte ser lineal, es conveniente obtener mediante el método de mínimos cuadrados la ecuación de la recta que mejor ajusta a los puntos experimentales, determinando para ello su pendiente y la ordenada en el origen.

CUESTIONES DE LA PRÁCTICA 2

1. Representar en papel milimetrado la fuerza aplicada frente al estiramiento de la varilla.

$\Delta L/L$	$F/S \text{ (N/m}^2\text{)}$
0	0
0.005	9750
0.01	19000
0.015	27750
0.02	36000
0.025	43750
0.03	51000
0.035	57750
0.04	64000
0.045	69750
0.05	75000

Determinar a partir de la gráfica qué puntos obedecen una ley lineal (zona elástica) y calcular a partir de ellos el módulo de Young, ϵ , que relaciona la fuerza por unidad de superficie con el estiramiento relativo de la varilla:

$$\frac{F}{S} = \epsilon \frac{\Delta L}{L}$$

2. La siguiente tabla representa mediciones de *absorbancia* frente a concentración de dicromato potásico en disoluciones patrón de esta sustancia, para dos aparatos de medida distintos (1) y (2)

Concentración (moles/litro)	Absorbancia (1)	Absorbancia (2)
4.6057×10^{-5}	0.197	0.198
9.2114×10^{-5}	0.351	0.362
1.3807×10^{-4}	0.523	0.516
2.1312×10^{-4}	0.791	0.795
2.4655×10^{-4}	0.901	0.897

- Representar, en la hoja de cálculo Excel para Windows, los valores de absorbancia frente a la concentración (curva de calibrado) para los dos aparatos.
- Según la ley de Lambert-Beer, existe una relación entre la absorbancia y la concentración dada por

$$A = k[c]L$$

donde $[c]$ es la concentración y L la longitud de la cubeta en la cual se coloca la muestra. En nuestro caso $L = 12$ mm. A partir de la recta de mínimos cuadrados (recta de calibrado) obtenida mediante el Excel, deducir el coeficiente de extinción molar k .

- La medida de la absorbancia de una muestra de concentración desconocida (disolución problema) en el aparato (1) ha dado como resultado $A_x = 0.678$. Obtener a partir de la recta de calibrado la concentración de dicromato de dicha disolución. Estimar también la lectura de absorbancia que se habría obtenido si la medida se hubiera realizado en el aparato (2)