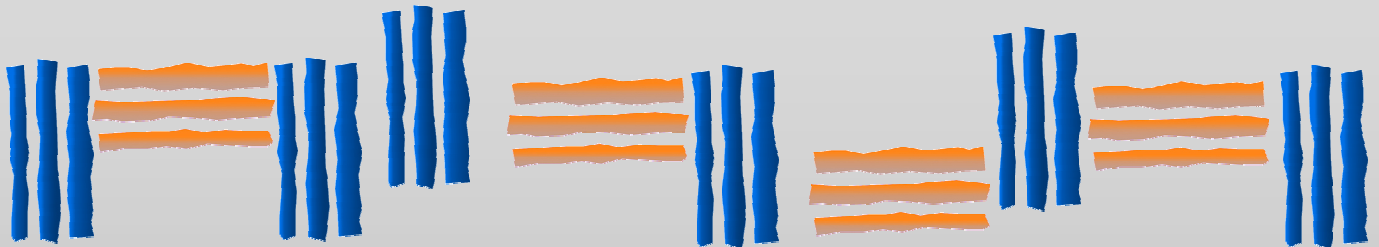


REVISTA DE
MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA



UNIVERSIDAD
**PABLO_D
OLAVIDE**
SEVILLA

Número 9
Junio de 2010
ISSN: 1886-516X
D.L: SE-2927-06

**REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA**

**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

Número 9. Junio de 2010.
ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/>

Editores:

Dr. Eugenio M. Fedriani Martel
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, Km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: efedmar@upo.es

Dr. Alfredo García Hernández-Díaz
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, Km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: agarher@upo.es

Comité Editorial:

Dr. S. Ejaz Ahmed, University of Windsor, Ontario (Canadá)
Dr. Carlos A. Coello Coello, CINVESTAV-IPN, México D.F. (México)
Dr. Ignacio Contreras Rubio, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. Manuela Coromaldi, University of Social Sciences UNISU, Roma (Italia)
Dr. Miguel Ángel Hinojosa Ramos, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Matías Irigoyen Testa, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires (Argentina)
Dr. M. Kazim Khan, Kent State University, Ohio (EE.UU.)
Dr. Manuel Laguna, University of Colorado at Boulder, Colorado (EE.UU.)
Dra. María Amparo León Sánchez, Universidad de Pinar del Río (Cuba)
Dr. Jesús López-Rodríguez, Universidad de A Coruña, (España)
Dr. Cecilio Mar Molinero, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dra. Ana M. Martín Caraballo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. M^a Carmen Melgar Hiraldo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Gábor Nagy, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dr. José Antonio Ordaz Sanz, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Andrés Rodríguez-Pose, London School of Economics, Londres (Reino Unido)
Dr. José Manuel Rueda Cantuche, IPTS-DG J.R. Centre-European Commission
Dra. Mariagrazia Squicciarini, VTT Technical Research Centre (Finlandia)
Dra. Mariangela Zoli, Università degli Studi di Roma 'Tor Vergata', Roma (Italia)



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (9). Páginas 3–16.
Junio de 2010. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art34.pdf>

Spurious Rejections by Dickey-Fuller Tests in the Presence of an Endogenously Determined Break under the Null

BADILLO AMADOR, ROSA

Departamento de Economía

Universidad Politécnica de Cartagena

Correo electrónico: Rosa.Badillo@upct.es

BELAIRE FRANCH, JORGE

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico

Universidad de Valencia

Correo electrónico: Jorge.Belaire@uv.es

REVERTE MAYA, CARMELO

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad

Universidad Politécnica de Cartagena

Correo electrónico: Carmelo.Reverte@upct.es

ABSTRACT

Leybourne *et al.* (1998) have proved the possibility of a ‘converse Perron phenomenon’ when conventional Dickey-Fuller tests are applied to determine the order of integration of a time series. That is, if the true generating process is $I(1)$ but with a break, frequent spurious rejections of the null hypothesis can occur. Although Leybourne *et al.* (1998) suggest it would be appropriate to use procedures in which the break date was treated as endogenous, they consider it as exogenous. Thus, this paper analyses whether their results change when the structural break is identified endogenously, that is, if the break point is gleaned from the data. In this sense, applying a recursive t_{DF} test to a unit root process which has a break in its level, there is no virtually evidence of the ‘converse Perron phenomenon’. For the rest of the endogeneization procedures (i.e., rolling and sequential) and for the two types of breaks considered (in level or in drift), we find, in line with Leybourne *et al.* (1998), some distortion in the Dickey-Fuller t_{DF} test size, which depends on the break size, the location of the break point in the sample and the sample size.

Keywords: unit roots; structural breaks; Dickey-Fuller tests.

JEL classification: C12; C15; C22.

MSC2010: 62P20.

Artículo recibido el 16 de noviembre de 2009 y aceptado el 29 de enero de 2010.

Rechazos espurios de los test de Dickey-Fuller en presencia de una ruptura bajo la hipótesis nula endógenamente determinada

RESUMEN

Leybourne *et al.* (1998) muestran el cumplimiento del denominado “fenómeno inverso de Perron” cuando se aplican los test convencionales de Dickey-Fuller para determinar el orden de integración de una serie temporal. Este fenómeno consiste en que, si el verdadero proceso generador es $I(1)$ pero con una ruptura, pueden producirse rechazos espurios frecuentes de la hipótesis nula. Aunque Leybourne *et al.* (1998) sugieren que sería apropiado utilizar procedimientos en los que la ruptura sea tratada como endógena, ellos la consideran como exógena. Así, este trabajo analiza si sus resultados cambian cuando la ruptura estructural se determina endógenamente, es decir, a partir de los datos. En este sentido, aplicando el procedimiento t_{DF} recursivo a un proceso de raíz unitaria con una ruptura en el nivel, no encontramos prácticamente evidencia del “fenómeno inverso de Perron”. Para el resto de procedimientos de endogeneización (rolling y secuencial) y para los dos tipos de rupturas considerados (en nivel o en deriva) encontramos, en línea con Leybourne *et al.* (1998), alguna distorsión en el tamaño del test t_{DF} de Dickey-Fuller, la cual depende de la magnitud de la ruptura, de su ubicación en la muestra y del tamaño de la misma.

Palabras clave: raíces unitarias; cambios estructurales; test Dickey-Fuller.

Clasificación JEL: C12; C15; C22.

MSC2010: 62P20.



I. INTRODUCTION

Much conventional asymptotic theory for least-squares estimation assumes stationarity, $I(0)$, of the explanatory variables. However, Nelson and Plosser (1982) argue that almost all macroeconomic time series are non-stationary, and typically do have a unit root ($I(1)$ series). The presence or absence of unit roots helps to identify some features of the underlying data generating process of a series. If the series is stationary, it tends to return to its mean value and fluctuate around it within a more-or-less constant range (i.e., it has a finite variance which does not depend on time). On the other hand, non-stationary series have a mean and/or variance depending on time and thus have no tendency to return to long-run deterministic path.

The method of estimation of the standard regression model, Ordinary Least Square (OLS) method, is based on the assumption that the means and variances of these variables being tested are constant over the time. One illustration of the difficulties that can arise when performing an OLS regression with clearly non-stationary series is the problem of *nonsense regression*, so named by Yule (1926), or *spurious regression* in the terminology of Granger and Newbold (1974). That is, given two completely unrelated but integrated series, regression of one on the other will tend to produce statistically significant relationships between the variables when the fact all that is obtained is evidence of contemporaneous correlations rather than meaningful causal relations. Instead, if variables are non-stationary, the estimation of long-run relationship between those variables should be based on the cointegration method. Since the testing of the unit roots of a series is a precondition to the existence of cointegration relationship, Dickey and Fuller (1979) devised a procedure to formally test for non-stationarity (DF test). The simplest form of the DF test amounts to estimating:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

with the null being $H_0: \rho=1$ (unit root) against the alternative $H_1: \rho < 1$. The standard approach to testing such a hypothesis is to construct a t -test, however, under non-stationarity, the statistic computed does not follow a standard t -distribution but, rather, a Dickey-Fuller distribution. This fact justifies the use of Monte Carlo techniques¹, which are developed in Sections II, III and IV of the paper.

¹ These Monte Carlo techniques involve taking (1) as the underlying data generating process (DGP), imposing the null hypothesis by fixing $\rho=1$, and randomly drawing samples of the ε_t from the normal distribution; this then generates thousands of samples of y_t , all of which are consistent with the DGP (1). Then for each of the y_t , a regression based on (1) is undertaken, with ρ now free to vary, in order to compute (on the basis of thousands of replications) the percentage of times the model will reject the null hypothesis of a unit root when the null is true. These are the critical values for rejecting the null of a unit root at various significance levels based on the DF distribution of $(\hat{\rho}-1)/\sigma_{\hat{\rho}}$, been $\sigma_{\hat{\rho}}$ the standard deviation of $\hat{\rho}$.

Following the work of Perron (1989), it is well known, however, that the usual DF test of the unit root null hypothesis can have low power when the true generating process is stationary around a broken linear trend. Perron (1989)'s study was criticized on the grounds that he treated the date of the break as known. Subsequent works used a variety of tests endogenizing the break point (Christiano, 1992; Zivot and Andrews, 1992; Banerjee *et al.*, 1992; Lumsdaine and Stock, 1992; Perron and Vogelsang, 1992; Perron, 1994, 1997 and Vogelsang and Perron, 1998, *inter alia*). The summary picture one gets from these studies is that endogenizing the break point reverses the conclusions arrived at by Perron (1989).

Leybourne *et al.* (1998) have also proved the possibility of the so-called 'converse Perron phenomenon', that is, if the true generating process is I(1) but with a break, frequent spurious rejections of the null hypothesis can occur. They also proved that this phenomenon can lead to a very serious problem of spurious rejections of the unit root null hypothesis, especially if the break occurs early in the series. Leybourne *et al.* (1998) also point out that the practice of using data further back in time to enlarge the series, presumably in search of additional power and more precise estimates, could easily lead to erroneous conclusions if incorporating the additional data introduces a break. These authors consider, as in Perron (1989), the date of the break as known, that is, as an exogenous event.

In this context, the main goal of this paper is to re-examine the Monte Carlo analysis of Leybourne *et al.* (1998) in order to analyse whether the 'converse Perron phenomenon' also holds when the break point is chosen endogenously. In other words, we focus our attention in analysing if endogenizing the break point reverses the conclusions arrived at by Leybourne *et al.* (1998). Therefore, this article considers the presumption that, if there is a break, its date is not known *a priori* but rather is gleaned from the data, as it would be appropriate if there was no strong exogenous reason to suspect a break at a particular time.

Following Banerjee *et al.* (1992), we carry out in this paper a set of t_{DF} tests that control endogenously for structural breaks. These are known as *recursive*, *rolling* and *sequential* tests. Not surprisingly, we obtain that the empirical critical values are well below the full-sample standard t_{DF} test. In addition, we obtain, in some cases, proportions of rejections of the unit root null hypothesis, when it is true, lower than those obtained by Leybourne *et al.* (1998) when the break date is treated as exogeneous. One of these cases is when a break in level is occurred under the null and a recursive t_{DF} test is applied. In this case, the spurious rejection of the null is so low that we can consider that there is virtually no evidence of the 'converse Perron phenomenon'. For the rest of the endogeneization procedures (i.e., rolling and sequential) and for the two types of breaks considered (in level or in drift), we find, in line with Leybourne *et*

al. (1998), some distortion in the Dickey-Fuller t_{DF} test size, which depends on the break size, the location of the break point in the sample and the sample size.

The rest of the paper is organized as follows. Section II reviews a variety of tests, based on the standard t_{DF} statistics, which treat the break date as unknown *a priori*. Section III reports finite critical values calculated by Monte Carlo experiments for these tests. In Section IV and V we analyse the possibility of spurious rejection of the unit root null hypothesis when an I(1) time series presents a structural change in either its level or its drift and when the tests analysed in Section II are applied. In Section VI the data of Leybourne *et al.* (1998) are re-examined to empirically illustrate the simulation results. Section VII concludes.

II. THE MODELS AND STATISTICS

We begin with a briefly review about the statistical procedures used to test for a unit root allowing for the presence of a structural change in the I(1) generated process. Three classes of standard DF statistics that control endogenously for structural breaks are considered. These are known as *recursive*, *rolling* and *sequential* tests².

A traditional DF regression, like this:

$$y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

is estimated in this paper. We take subsamples $t = 1, \dots, \kappa$, where $\kappa = \kappa_0, \kappa_0 + 1, \dots, T$, and using as criteria the minimum values³ of the t -ratio evaluating $\rho = 1$. κ_0 is the starting value of the recursive estimation and T is the size of the full sample. This test is known as the *recursive* t_{DF}^{\min} test (\hat{t}_{DF}^{\min} test).

The *rolling* t_{DF}^{\min} test (\bar{t}_{DF}^{\min}) is based on subsamples of fixed size T_s , rolling through the sample. We choose the t_{DF}^{\min} statistic between all subsamples.

Finally, the *sequential* test statistic ($t_{DF}^{*\min}$ test) is computed using the full sample and sequentially incrementing the date of the hypothetical break using a dummy variable and

² For more details, see Banerjee *et al.* (1992).

³ We consider the minimal t -statistic criteria in all t_{DF} tests that control endogenously for structural breaks due to the fact that we are interested in obtaining the highest spurious rejection frequency. It is clear that the use of other criteria used in Banerjee *et al.* (1992), such as the maximum Dickey Fuller t -statistic or a t -statistic based on the difference between its maximum and minimum values, would result in lower spurious rejection frequencies.

choosing the lowest value of the statistic. We consider a shift in mean, which is referred by Perron (1989, 1990) as the ‘crash’ model:

$$y_t = \mu + dD_t(\tau) + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

where:

$$D_t(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{if } t > \tau T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \tau \in (0,1) \quad (4)$$

and the break fraction is denoted as $\tau = \kappa/T$. The t -statistic testing $d=0$ provides information about whether there has been a break or jump in the mean. The t_{DF} test evaluating $\rho = 1$ is used to test for the order of integration of the series.

III. CRITICAL VALUES FOR THE RECURSIVE, ROLLING AND SEQUENTIAL TESTS

This section reports finite critical values of recursive, rolling and sequential t_{DF}^{\min} tests. All the calculations have been programmed in Ox 4.1 (<http://www.doornik.com>). The critical values are computed using data generated for the null model $\Delta y_t = \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \text{ iid } N(0,1)$ and are based on 10,000 Monte Carlo replications⁴ for the following finite sample sizes⁵: $T=100, 75$ and 50 (see Table 1). The *recursive* statistic, \hat{t}_{DF}^{\min} , is computed by estimating (2), under both assumptions: $\beta=0$ or $\beta \neq 0$ (see in Table 1 *break in level* or *break in drift* columns, respectively), over $t=1, \dots, \kappa$, for $\kappa = \kappa_0, \dots, T$, with the following trimming parameter: $\tau_0=0.25$. The *rolling* statistic, \bar{t}_{DF}^{\min} , is computed by estimating (2), also under both assumptions: $\beta=0$ or $\beta \neq 0$, over $t = \kappa - [T\tau_0] + 1, \dots, \kappa$, $\kappa = [T\tau_0], \dots, T$, being the trimming parameter: $\tau_0=1/3$. The *sequential* statistic, $t_{DF}^{*\min}$, is computed by estimating (3) sequentially, for $\kappa = \kappa_0, \dots, T - \kappa_0$, under both assumptions: $\beta=0$ or $\beta \neq 0$, with $D_t(\tau)$ given by (4). For the $t_{DF}^{*\min}$ statistic the trimming parameter is $\tau_0=0.01$. As pointed out by Banerjee *et al.* (1992), the choice of τ_0 for the previous statistics implies a trade-off between needing enough observations in the shortest regression and wanting to capture possible breaks early and late in the sample. As shown in Table 1, recursive, rolling and sequential critical values are, not surprisingly, well below the full-sample standard DF critical values⁶.

⁴ The use of Monte Carlo method is justified in the Introduction of the paper.

⁵ We consider $T=50$ and $T=75$ because a great number of annual macroeconomic time series have small sample sizes. $T=100$ is also chosen to compare our results with those obtained by Leybourne *et al.* (1998).

⁶ See Fuller (1976).

Table 1. Recursive, Rolling and Sequential t_{DF}^{\min} Statistics: Critical Values.

Break in level					Break in drift				
T	Percentile	Recursive \hat{t}_{DF}^{\min}	Rolling \bar{t}_{DF}^{\min}	Sequential $t_{DF}^{*\min}$	T	Percentile	Recursive \hat{t}_{DF}^{\min}	Rolling \bar{t}_{DF}^{\min}	Sequential $t_{DF}^{*\min}$
100	0.010	-4.2865	-5.2763	-4.9464	100	0.010	-4.9516	-5.8392	-5.4076
	0.025	-3.9356	-4.8736	-4.6571		0.025	-4.6063	-5.4476	-5.1584
	0.050	-3.6393	-4.5247	-4.3866		0.050	-4.3453	-5.1752	-4.9072
	0.100	-3.3446	-4.2341	-4.0984		0.100	-4.0021	-4.8272	-4.6183
75	0.010	-4.3915	-5.3762	-5.0532	75	0.010	-5.1104	-6.1137	-5.4617
	0.025	-3.9982	-4.9242	-4.7051		0.025	-4.7386	-5.6565	-5.1791
	0.050	-3.7039	-4.5907	-4.4135		0.050	-4.4036	-5.2671	-4.9080
	0.100	-3.3678	-4.2551	-4.1251		0.100	-4.0559	-4.8914	-4.6110
50	0.010	-4.5631	-6.0037	-5.1457	50	0.010	-5.4902	-6.9147	-5.6003
	0.025	-4.1142	-5.3701	-4.7674		0.025	-4.8853	-6.2614	-5.2342
	0.050	-3.7624	-4.9114	-4.4688		0.050	-4.5261	-5.7501	-4.9747
	0.100	-3.4080	-4.4835	-4.1421		0.100	-4.1104	-5.2707	-4.6490

IV. UNIT ROOT WITH A BREAK IN LEVEL

We next analyse the possibility of spurious rejection of the unit root null hypothesis when recursive, rolling and sequential tests are applied, and when there is a break in an I(1) generating process. In line with Perron (1989) and Leybourne *et al.* (1998), we permit just a single break and we shall concentrate on *additive outlier models*, implying that the break in trend is abrupt. Particularly, we discuss in this section the simplest possible case, where monotonic trend or drift is assumed to be absent. In that case the alternative would be stationarity about a fixed mean, and the null would be I(1) with zero mean change.

The experimental design of Leybourne *et al.* (1998) was employed. Thus, we consider a time series y_t with the following data generation process (DGP):

$$y_t = \alpha s_t(\tau) + v_t, \quad v_t = v_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (6)$$

where $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.} N(0,1)$. In Eq. (6):

$$s_t(\tau) = \begin{cases} 0, & t \leq \tau T \\ 1, & t > \tau T, \end{cases} \quad \tau \in (0,1) \quad (7)$$

All simulations are based on 5,000 replications using sample sizes of 100 observations⁷. An additional initial 100 observations were discarded to remove the influence of the initial

⁷ Due to space restrictions, we report only the results for $T=100$. Results for $T=75$ and $T=50$ are available from the authors upon request.

condition $y_0 = 0$. In order to compare our results with those of Leybourne *et al.* (1998), the values $\alpha \in \{2.5, 5, 10\}$ were chosen for the break size. The break in level was therefore imposed after observation $\tau T = \kappa$.

For each replication, the \hat{t}_{DF}^{\min} and \bar{t}_{DF}^{\min} tests are estimated using regression (2), under the assumption $\beta=0$, and the $t_{DF}^{*\min}$ statistic is estimated using regression (3), under the same assumption and for $D_t(\tau)$ defined in Eq. (4).

The (false) rejections of the unit root hypothesis are noted at the 5% level of significance using the critical values calculated in Section III (see Table 1, *break in level* columns). The resulting empirical rejection frequencies are presented in Tables 2 to 4 for $T=100$ in *level-break* columns. It can be seen that, using \hat{t}_{DF}^{\min} test, the spurious rejection of the null hypothesis is below the nominal size, and is independent of the location of the break and its magnitude, but not of the sample size, as the higher is T the lower is the spurious rejection rate of the null hypothesis. However, in the case of the \bar{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$ tests, ignoring the possibility of a break produces many rejections of the null, especially when α increases and when T decreases. For these two tests, the break location also influences on the spurious rejection rate. For example, in the case of the \bar{t}_{DF}^{\min} test, the spurious rejection rate is lower when $\tau > T - \tau_0 T$, since only the subsample from the $T - \tau_0 T$ observation to the last observation is the one capturing the break⁸. Regarding the $t_{DF}^{*\min}$ test, there is a higher rejection rate when the break point is closer to the middle of the sample.

Comparing our results with those obtained in Leybourne *et al.* (1998) where the break point is considered as exogenous, we obtain a lower proportion of rejections of the unit root null hypothesis only when using the \hat{t}_{DF}^{\min} test, and this lower rejection frequency is occurred for all magnitudes of the break and for the different τ values considered in our study. In this case, the spurious rejection of the null is so low that we can consider that there is virtually no evidence of the ‘converse Perron phenomenon’. This finding suggests the use of the \hat{t}_{DF}^{\min} test when there is a break in the level of the series y_t and when its DGP could be given by expression (6).

⁸ This phenomenon is inherent to this procedure, which is based on subsamples of fixed size rolling through the sample.

Table 2. Proportion of rejections (at the nominal 5% level) of the unit root null hypothesis when it is true, but there is a break. T=100 (*Recursive* t_{DF} test).

τ	Level-break			Drift-break		
	$\alpha=2.5$	$\alpha=5.0$	$\alpha=10.0$	$\alpha=0.5$	$\alpha=1.0$	$\alpha=2.0$
0.01	0.0040	0.0044	0.0034	0.0558	0.0742	0.1546
0.05	0.0034	0.0032	0.0012	0.0620	0.1388	0.5604
0.10	0.0018	0.0012	0.0004	0.0502	0.1214	0.7320
0.15	0.0024	0.0016	0.0002	0.0344	0.0824	0.7218
0.20	0.0026	0.0024	0.0014	0.0304	0.0420	0.5712
0.25	0.0034	0.0038	0.0040	0.0326	0.0322	0.3322
0.30	0.0030	0.0038	0.0038	0.0350	0.0304	0.1134
0.35	0.0034	0.0038	0.0032	0.0364	0.0306	0.0400
0.40	0.0032	0.0034	0.0028	0.0376	0.0316	0.0304
0.45	0.0032	0.0028	0.0034	0.0386	0.0346	0.0334
0.50	0.0026	0.0028	0.0038	0.0396	0.0362	0.0354
0.55	0.0030	0.0028	0.0028	0.0416	0.0386	0.0376
0.60	0.0032	0.0028	0.0028	0.0416	0.0398	0.0394
0.65	0.0028	0.0026	0.0028	0.0446	0.0418	0.0414
0.70	0.0026	0.0032	0.0028	0.0458	0.0428	0.0426
0.75	0.0028	0.0030	0.0030	0.0464	0.0450	0.0454
0.80	0.0028	0.0032	0.0036	0.0462	0.0458	0.0454
0.85	0.0032	0.0036	0.0044	0.0474	0.0468	0.0466
0.90	0.0030	0.0032	0.0042	0.0482	0.0478	0.0474
0.95	0.0028	0.0034	0.0036	0.0490	0.0484	0.0484
0.99	0.0030	0.0034	0.0036	0.0490	0.0492	0.0492

Table 3. Proportion of rejections (at the nominal 5% level) of the unit root null hypothesis when it is true, but there is a break. T=100 (*Rolling* t_{DF} test).

τ	Level-break			Drift-break		
	$\alpha=2.5$	$\alpha=5.0$	$\alpha=10.0$	$\alpha=0.5$	$\alpha=1.0$	$\alpha=2.0$
0.01	0.0706	0.1998	0.6492	0.0492	0.0500	0.0590
0.05	0.0718	0.1974	0.6424	0.0512	0.0596	0.1360
0.10	0.0688	0.1978	0.6462	0.0512	0.0608	0.1464
0.15	0.0686	0.2040	0.6498	0.0486	0.0574	0.1378
0.20	0.0668	0.1948	0.6476	0.0466	0.0566	0.1410
0.25	0.0662	0.1906	0.6580	0.0460	0.0530	0.1334
0.30	0.0626	0.1956	0.6512	0.0462	0.0490	0.1356
0.35	0.0608	0.1952	0.6446	0.0456	0.0540	0.1324
0.40	0.0602	0.1918	0.6370	0.0442	0.0504	0.1354
0.45	0.0644	0.1878	0.6388	0.0478	0.0488	0.1368
0.50	0.0624	0.1898	0.6372	0.0484	0.0500	0.1396
0.55	0.0656	0.1980	0.6262	0.0434	0.0528	0.1326
0.60	0.0662	0.1908	0.6306	0.0458	0.0472	0.1328
0.65	0.0618	0.1934	0.6386	0.0466	0.0514	0.1330
0.70	0.0638	0.1914	0.6344	0.0462	0.0506	0.1366
0.75	0.0412	0.0360	0.0342	0.0472	0.0432	0.0676
0.80	0.0466	0.0386	0.0372	0.0448	0.0392	0.0372
0.85	0.0472	0.0420	0.0410	0.0450	0.0424	0.0414
0.90	0.0474	0.0454	0.0442	0.0466	0.0452	0.0434
0.95	0.0496	0.0480	0.0480	0.0484	0.0484	0.0462
0.99	0.0512	0.0510	0.0516	0.0490	0.0490	0.0490

Table 4. Proportion of rejections (at the nominal 5% level) of the unit root null hypothesis when it is true, but there is a break. T=100 (*Sequential t_{DF} test*).

τ	Level-break			Drift-break		
	$\alpha=2.5$	$\alpha=5.0$	$\alpha=10.0$	$\alpha=0.5$	$\alpha=1.0$	$\alpha=2.0$
0.01	0.0860	0.2210	0.6678	0.0446	0.0540	0.0834
0.05	0.0540	0.0868	0.3074	0.0646	0.1418	0.5588
0.10	0.0526	0.0748	0.2988	0.0646	0.1746	0.7700
0.15	0.0550	0.0906	0.3488	0.0570	0.1512	0.7978
0.20	0.0578	0.0944	0.3716	0.0478	0.1150	0.7838
0.25	0.0596	0.1024	0.3802	0.0400	0.0760	0.6802
0.30	0.0558	0.1062	0.3999	0.0272	0.0454	0.4492
0.35	0.0558	0.1044	0.4104	0.0226	0.0210	0.1932
0.40	0.0550	0.1048	0.4124	0.0172	0.0072	0.0520
0.45	0.0556	0.0992	0.4128	0.0120	0.0032	0.0054
0.50	0.0544	0.1008	0.4104	0.0096	0.0008	0.0002
0.55	0.0508	0.0958	0.4018	0.0088	0.0000	0.0000
0.60	0.0512	0.0978	0.4012	0.0096	0.0002	0.0000
0.65	0.0498	0.0892	0.3822	0.0116	0.0004	0.0000
0.70	0.0496	0.0812	0.3594	0.0110	0.0006	0.0000
0.75	0.0510	0.0818	0.3336	0.0116	0.0004	0.0002
0.80	0.0488	0.0716	0.3044	0.0112	0.0006	0.0002
0.85	0.0484	0.0584	0.2682	0.0166	0.0016	0.0000
0.90	0.0462	0.0472	0.2220	0.0234	0.0032	0.0006
0.95	0.0448	0.0332	0.1522	0.0348	0.0162	0.0016
0.99	0.0462	0.0312	0.0092	0.0434	0.0436	0.0420

V. UNIT ROOT WITH A BREAK IN DRIFT

In this section we examine the behaviour of the previous tests assuming a different case, i.e., the trend is permitted under the alternative hypothesis and a drift is allowed under the null. Specifically, we generate data from an I(1) process where the mean experiences a single abrupt shift, corresponding under the alternative to the two segments of the trend function joined at the break point. Thus, as Leybourne *et al.* (1998), we consider a time series y_t with the following DGP⁹:

$$y_t = \alpha s_t(\tau) + y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8)$$

where $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.} N(0,1)$ and $s_t(\tau)$ is defined as in Eq. (7)

Again, as Leybourne *et al.* (1998), the sizes of the drift break considered are $\alpha \in \{0.5, 1, 2\}$. For each replication, the \hat{t}_{DF}^{\min} , \bar{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$ tests are estimated under the assumption $\beta \neq 0$ in equation (2) for the \hat{t}_{DF}^{\min} , \bar{t}_{DF}^{\min} tests and the same assumption in equation (3) for the $t_{DF}^{*\min}$ test.

The (false) rejections of the unit root hypothesis are noted at the 5% level of significance using the critical values calculated in Section III (see Table 1, *break in drift* columns). The

⁹ The treatment of initial conditions, sample size, number of replications and discarding observations for the break in drift experiments are the same as for the previous level break experiments.

resulting empirical rejection frequencies are presented in Tables 2 to 4 for $T=100$ in the *drift-break* columns¹⁰. It can be seen that, when the break size is low ($\alpha = 0.5$), the three tests (\hat{t}_{DF}^{\min} , \bar{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$) obtain, in general, spurious rejection rates below the significance level. However, for \hat{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$ tests, a severe phenomenon of spurious rejection of the null emerges when α increases and, contrary to the above section, when T increases. For both tests, the size distortion is higher for a break relatively early in the time series, evaporating this problem as τ increases, especially for the $t_{DF}^{*\min}$ test. Comparing our results with those obtained in Leybourne *et al.* (1998) where the break point is considered exogenous, we obtain a lower proportion of rejections of the unit root null hypothesis when using the three tests (\hat{t}_{DF}^{\min} , \bar{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$), for all magnitudes of the break and when the break occurs early in the series. For the rest of τ values, the proportion of rejections of the null hypothesis is below the nominal size. This finding suggests the use of these tests that endogeneize structural breaks when there is a break in the drift of the series y_t and when its DGP could be given by expression (8).

VI. APPLICATION TO GDP

In order to analyze the behaviour of the t_{DF} statistic under the presence of structural breaks, Leybourne *et al.* (1998) study the convergence phenomenon in the economies of a group of west European countries. In particular, they focus on the series of the natural logarithm of the ratio of real output per capita (in U.S. dollars) of Denmark and Germany over the period 1950-1994. Both in levels and first differences (see Figures 1 and 2), it can be observed the possibility of an abrupt break early in the series. With the purpose of re-examining the sensitivity of the findings of Leybourne *et al.* (1998) to the endogeneization of the break through the tests analyzed in this paper, the \hat{t}_{DF}^{\min} and \bar{t}_{DF}^{\min} statistics are obtained when the following augmented DF testing equation was applied:

$$y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (9)$$

In order to compute the $t_{DF}^{*\min}$ statistic, we additionally include in (9) the regressor $D_t(\tau)$, defined in equation (4). As Leybourne *et al.* (1998), the value for the lag truncation parameter p chosen for the above equation is zero ($p=0$), using the general-to specific approach of Ng and Perron (1995) testing at the 5% level (with a maximum possible value of five). Application of

¹⁰ Due to space restrictions, we report only the results for $T=100$. Results for $T=75$ and $T=50$ are available from the authors upon request.

the minimum recursive, rolling and sequential t_{DF} tests (\hat{t}_{DF}^{\min} , \bar{t}_{DF}^{\min} and $t_{DF}^{*\min}$) to the series of levels of y_t yields the statistics values -5,96, -4,58 and -5,99, respectively. Compared with the critical values shown in Table 5 corresponding to our sample size of 45 observations, there is an general indication of trend stationarity on the series¹¹, as in Leybourne *et al.* (1998), except for the rolling test (\bar{t}_{DF}^{\min}) where the unit root null hypothesis is not rejected, even at the significance level of 10%. This test behaves better for this particular example in which the series have an abrupt break in drift located early in the sample. Visual inspection of Figures 1 and 2 reveals that this can be effectively the case, supporting the simulation results of the previous sections. This suggests that the procedures in which the break date is treated as endogenous can, in some of the cases shown in this paper, obtain lower spurious rejection rates of the unit root null hypothesis than for the case where the break date is treated as exogenous.

Figure 1. Log ratio of real output p.c. of Denmark and Germany (y_t).

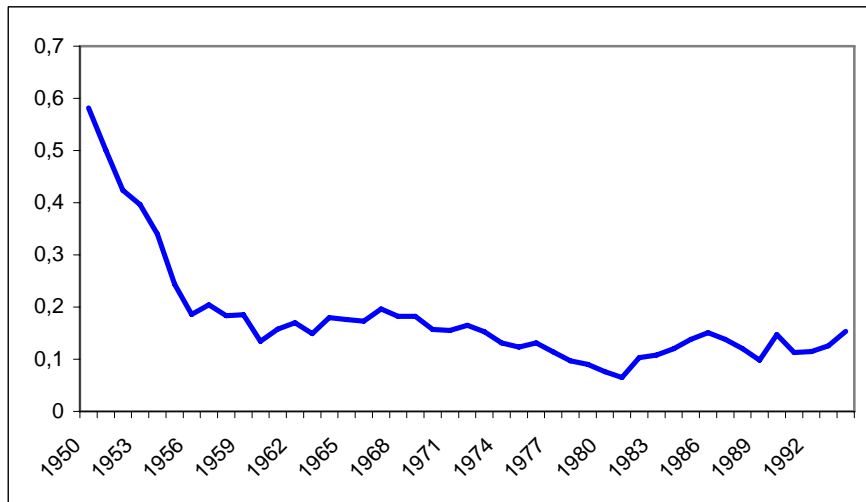
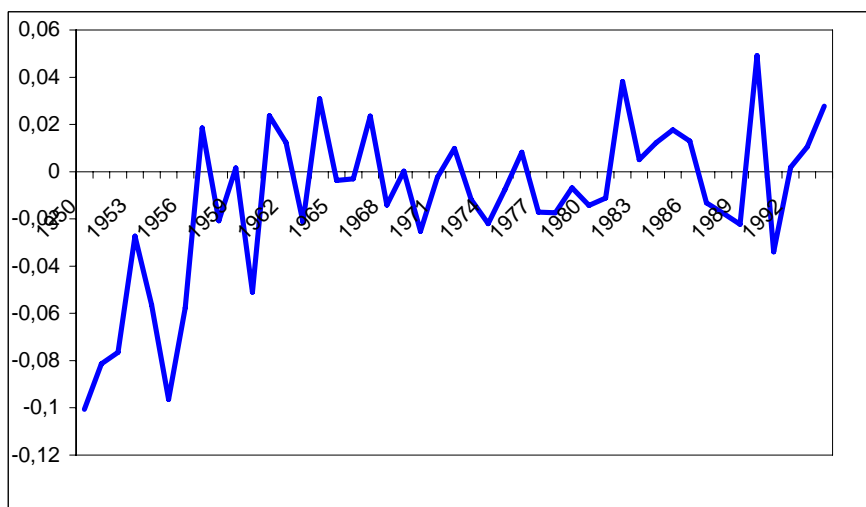


Figure 2. Differences of log ratio of real output p.c. of Denmark and Germany.



¹¹ Leybourne *et al.* (1998) find the same result for the case of an exogeneous break.

Table 5. Recursive, Rolling and Sequential t_{DF}^{\min} Statistics: Critical Values.

T	Percentile	Break in drift		
		Recursive \hat{t}_{DF}^{\min}	Rolling \bar{t}_{DF}^{\min}	Sequential $t_{DF}^{*\min}$
45	0.010	-5.7908	-6.8872	-5.6501
	0.025	-5.0958	-6.3216	-5.2675
	0.050	-4.6367	-5.8401	-4.9687
	0.100	-4.2020	-5.3210	-4.6357

VII. CONCLUSIONS

Leybourne *et al.* (1998) have proved the possibility of a ‘converse Perron phenomenon’ when conventional Dickey-Fuller tests are applied to determine the order of integration of a time series. That is, if the true generating process is I(1) but with a break, frequent spurious rejections of the null hypothesis can occur. However, they suggest it would be appropriate to use procedures in which the break date was treated as endogenous. Thus, the main goal of this paper is to analyse whether their results change when the structural break is identified endogenously, that is, if the break point is related to the data. Applying recursive, rolling and sequential DF type tests that control endogenously for structural breaks, we find no evidence of the ‘converse Perron phenomenon’ when there is a break in level under the unit root null hypothesis and the recursive procedure is used, contrary to Leybourne *et al.* (1998). However, in line with them, we find some distortion in the t_{DF} test size when using both rolling and sequential procedures for the two types of breaks (in level or in drift) and even when we apply the recursive tests when there is a drift-break in a unit root time series. In those cases in which we find some size distortion, the spurious rejection of the null depends on the break type (in level or in drift), the break size, the location of the break point in the sample (τ) and the sample size. It is noted, however, that, when there is a break in drift of a unit root process, we obtain a lower proportion of rejections of the unit root null hypothesis than Leybourne *et al.* (1998) when the break occurs early in the series and proportions of rejections of the null below the nominal size for the rest of τ values. These findings suggest, in general, the use of these tests that endogenize structural breaks.

Acknowledgements

This work is an outcome of the research projects: 05838/PHCS/07, financed by ‘Programa de Generación de Conocimiento Científico de Excelencia de la Fundación Séneca, Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia’, and ECO2008-06238-C02-01/ECON, funded by the Spanish Ministry of Education and Science.

REFERENCES

- Banerjee, A., Lumsdaine, R.L. and Stock, J.H. (1992) Recursive and sequential tests of the unit-root and trend-break hypotheses: Theory and international evidence, *Journal of Business & Economic Statistics*, **10**, 271–87.
- Christiano, L. J. (1992) Searching for a break in GNP, *Journal of Business and Economic Statistics*, **10**, 237–250.
- Dickey, D. and Fuller, W. (1979) Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association*, **74**, 427–431.
- Fuller, W. A. (1976) *Introduction to statistical time series*. New York, Wiley.
- Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1974) Spurious regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, **2**, 111–120.
- Leybourne, S., Mills, T. and Newbold, P. (1998) Spurious rejections by DF tests in the presence of a break under the null, *Journal of Econometrics*, **87**, 191–203.
- Nelson, C.R. and Plosser C.I. (1982) Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications, *Journal of Monetary Economics*, **10**, 139–162
- Perron, P. (1989) The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis, *Econometrica*, **57**, 1361-1401.
- Perron, P. (1994) *Trend, unit root and structural change in macroeconomic time series*. In Rao, B. B. (ed), *Cointegration for the Applied Economists*. MacMillan, New York, NY, 113–146.
- Perron, P. (1997) Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables, *Journal of Econometrics*, **80**, 355–385.
- Perron, P., Vogelsang, T. J., (1992) Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity, *Journal of Business and Economic Statistics* **10**, 301–320.
- Vogelsang, T. J., Perron, P. (1998) Additional tests for a unit root allowing for a break in the trend function at an unknown time, *International Economic Review* **39(4)**, 1073–1100.
- Yule, G.U. (1926) Why do we sometimes get nonsense correlations between time series? A study in sampling and the nature of time series, *Journal of the Royal Statistical Society*, **89**, 1–64.
- Zivot, E., Andrews, D.W.K., (1992) Further evidence on the Great Crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis, *Journal of Business and Economic Statistics* **10**, 251–270.



UNIVERSIDAD
PABLO
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (9). Páginas 17–27.
Junio de 2010. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art35.pdf>

International Organizations and the Theory of Clubs

FAÍÑA MEDÍN, JOSÉ ANDRÉS

Departamento de Análisis Económico y Administración de Empresas
Universidade da Coruña

Correo electrónico: fai@udc.es

GARCÍA LORENZO, ANTONIO

Departamento de Análisis Económico y Administración de Empresas
Universidade da Coruña

Correo electrónico: aglec@udc.es

LÓPEZ-RODRÍGUEZ, JESÚS

Departamento de Análisis Económico y Administración de Empresas
Universidade da Coruña

Correo electrónico: jelopez@udc.es

ABSTRACT

This paper focuses on international organizations, especially those regulating trade and exchange. It draws on the Theory of Clubs (Buchanan, 1965) and builds a model that aims to explain governments' optimal choices when joining international organizations. The results of the model show that governmental willingness to enlarge international organizations and to increase their degree of commitment are decreasing functions of both, the size of the organization, and the country's degree of commitment and of national heterogeneity.

Keywords: Theory of Clubs; international economic organizations; benefits and costs of the governments' choices.

JEL classification: D710.

MSC2010: 49K20.

Una interpretación de las organizaciones internacionales utilizando la Teoría de los Clubes

RESUMEN

El trabajo se centra en las organizaciones internacionales, concretamente en aquellas que regulan el comercio y el intercambio. Basándose en la Teoría de los Clubes (Buchanan, 1965), se construye un modelo para explicar las elecciones óptimas de los gobiernos a la hora de formar parte de una organización internacional. Los resultados del modelo muestran que los deseos de los gobiernos de aumentar tanto el tamaño de una organización internacional como su grado de compromiso son funciones decrecientes del tamaño de la organización, del grado de compromiso de los países y de la heterogeneidad nacional.

Palabras clave: Teoría de los Clubes; organizaciones económicas internacionales; beneficio y costes de las elecciones de los gobiernos.

Clasificación JEL: D710.

MSC2010: 49K20.



1. INTRODUCTION

Governments can make themselves better off by setting up or joining international organizations. They may benefit from their international club memberships through three main channels: 1) higher bargaining power at the international level; 2) reductions in the negative externalities arising out of unconstrained threats and pressures among governments; and 3) the opportunity of transferring domestic political costs to supranational jurisdictions (governmental collusion).

Nevertheless, the decision of entering an international organization is not cost free. Rather, the cost of doing so is derived, essentially, from the expected losses that may be incurred by adhering to the binding decisions of the organization that are not beneficial to a particular member government (imposition costs).

Moreover, the number and quantity of services an international economic organization is expected to provide its members, strongly depends on the members' degree of commitment. This captures the strength of the ties linking governments within an international club¹. The variable degree of commitment may play a role that is analogous to that played by the quantity of goods and services in the theory of clubs (Buchanan, 1965). The theory of clubs is, therefore, a suitable analytical framework² for analyzing the rationale behind governmental support for international organizations³.

The present paper draws upon the theory of clubs to build a model which studies governments' optimal choices with respect to joining international organizations. These organizations vary in size and degree of commitment.

The model considers two main sets of variables that characterise economic international organizations. On the one hand, two inter related variables: the size of the organization and the number of member governments; and on the other, the degree of intergovernmental commitment generated by the organization. The degrees of commitment and the number of members provide our model with a club structure. When deciding to join international organizations governments face a trade off between participation and independency.

The role that the degree of commitment plays in our model is analogous to that played

¹ See Congleton (2004) for an analysis of membership decisions when the quality of the clubs' services is uncertain.

² For a comprehensive survey on the economic theory of clubs see Sandler (1992), Sandler and Tschirhart (1980) and Anderson *et al.* (2004).

³ The theory of clubs has been applied in different fields. In the field of economics of religion it has been used to study the optimal size of a religious congregation (see Zaleski and Zech, 1995) and other related issues (see Galbraith *et al.*, 2007). In the field of economic growth, it has been used to study the convergence of new approaches to endogenous economic growth and to regional growth, and to prescribe policies to create technology parks as instruments for regional economic growth (see Alvarez-Gonzalez and Diaz-Perez, 1996, and Prakash and Potoski, 2007). In the field of insurance, it has been used to develop criteria for organizational structures of social insurance to be efficient (see Breuer, 1999).

by the size of the facility⁴ in Buchanan's theory of clubs (1965), although in our model the framework is somewhat more complex. Unlike Buchanan's (1965) model, the foreseen benefits that member governments expect upon entering an international organization featuring a given degree of commitment can be considered to be a positive and increasing function of the size of the organization. This implies that there are no congestion points on the benefit side of the model. Quite the reverse in fact, the expected costs of becoming a member of an international organization is an increasing function of the size of the organization and of the required degree of commitment. This is due to imposition costs which increase very rapidly as the size and degree of commitment increases. Within this framework, costs evaluation, which increases with size, plays a role which is analogous to that played by congestion in Buchanan's (1965) theory of clubs. Further, unlike Buchanan's (1965) model, the limit to the enlargement of governmental clubs arises from the cost side rather than from the benefit side of the model.

For low degrees of commitment, binding decisions can be made only on the grounds of intergovernmental unanimity, and this will make the efficacy of the organization rather low, thus reducing the quantity of services the organization is expected to provide. A way to raise the amount of expected services provided by the organization is by increasing commitment ties. Departing from the unanimity rule in the decision making process, and moving towards less inclusive decisions rules –ranging from highly qualified majority rules to less strict rules such as weighted majorities– is the common way to increase the quantity of jurisdictional services provided by the organization.

This process involves augmenting the services provided by the club, but also implies increasing expected costs, which are highly sensitive to national heterogeneity. Consequently, the expected costs for member governments limit the expansion of clubs. Our analysis features a highly innovative version of Buchanan's (1965) model, which deals with governments' optimization processes: 1) given the size of the club (N), there is an optimal degree of commitment (a); and 2) given the degree of commitment (a), there is an optimal size of the club (N). The optimal combination of size (N) and degree of commitment (a) is usually unattainable since size can only be enlarged discretely, *i.e.* by incorporating a new member government of size (N_j) to the club.

The remaining part of the paper is structured as follows: Section 2 briefly describes the different rules governing international agreements. Section 3 formally presents the model, analyses the possible benefits and costs that may arise out of governmental choices, and assesses the willingness of countries to engage in international agreements. Finally, Section 4 presents the main conclusions of the analysis.

⁴ By "facility", Buchanan's (1965) model refers to goods or utilities shared by the club, for instance a swimming pool.

2. DIFFERENT RULES FOR INTERNATIONAL ECONOMIC AGREEMENTS

Rules form the basis of a framework for cooperative social interaction among governments. They set up bounds for the range of potential intergovernmental outcomes in order to keep their probable sequences within some degree of Pareto optimality. Every rule, mr , constrains the set of all possible intergovernmental states, X . The subset of intergovernmental states associated with a given rule can be defined as:

$$X_{mr} = [X \text{ possible under } mr]$$

Government utility functions can be mapped into the set of rules. The expected utility of foreseeable governmental positions can be envisaged as a subjective evaluation of the rules themselves. This evaluation is a mean of the expected values that have been discounted over time. With time, deviations from the mean will be expected to increase while the weight of the periods themselves will decline and converge to a finite quantity. Expected deviations are an important factor when it comes to making choices under conditions of risk. This paper uses Von Neumann-Morgenstern cardinal utility functions for governments which assign a cardinal utility number to each of the possible results and choose the rule that maximizes their expected utility. Hence, a utility correspondence from the set of rules to the real numbers is defined as follows:

$$U : mr \rightarrow U(mr) = U(X_{mr})$$

Governmental international club arrangements are analysed by means of comparing benefits and costs which are defined as the governments' expected utility gains or losses under every possible rule (mr).

International relationships among countries are characterized by the lack of a well-defined authority with enforcement capabilities. Normally, there is only a set of independent state jurisdictions competing for the governance of international relationships. Governments –according to their national constitutions– have wide ranging powers in the field of foreign affairs, that is, governments are the main actors in shaping international relations. International affairs are conducted by governments on different grounds and under the auspices of different types of regulatory systems:

- 1) The general framework of international law (GIL), where individual rights with respect to foreign trade and economic exchange are established exclusively through domestic laws, with a very low degree of interstate commitment.
- 2) International treaties and organizations (ITO), which set up a framework for intergovernmental negotiations and agreements aimed at more liberal rules on international trade and exchange.

- 3) Free trade areas (FTA), where individual rights on trade and exchanges are granted by commitment ties among country member governments.
- 4) Custom unions (CU), where a collective supranational action undertaken by governments is required to enact and administer a common tariff. Additionally there is a process of consolidation and enlargement of individual trading and mobility rights. CUs demand a degree of commitment which is greater than that required for FTAs.
- 5) Common markets (CM), where basic freedoms of trade, exchange and factor mobility prevail. These freedoms are enforced within a framework of supranational collective action undertaken by governments. CMs involve a degree of commitment that is greater than that required for CUs.
- 6) Economic unions (EcU), in which goods and services and factor markets are fully integrated by means of the complete removal of all kinds of legal, economic and monetary barriers. EcUs require a degree of commitment which is greater than that needed for CMs.
- 7) Political and economic union (PEU), in which there is meaningful supranational jurisdiction that embraces both security and defence and involves a layer of jurisdiction that is over and above that of national governments of member states. At the heart of PEUs there must be a high level of commitment, considerably greater than that involved in EcUs.

All of these frameworks may be interpreted as a set of rules for international relationships and may be ranked according to the ties and the degree of commitment they establish between member governments.

In the model, we set up a correspondence from the set of international rules, $IMR = (GIL, ITO, FTA, CU, CM, EcU, PEU)$, to the real interval $[0,1]$ to define the degree of commitment, a , in the following way:

$$a : IMR \rightarrow [0,1] \text{ such that:}$$

$$a(GIL) = 0 < a(ITO) < a(FTA) < a(CU) < a(CM) < a(EcU) < 1 = a(PEU)$$

This correspondence is deemed to be continuous within the interval $[0,1]$. Hence, the variable, a , which represents the degree of commitment is introduced into the model.

Attributions and degrees of commitment set up a path according to which IMR may evolve into a progressive integration process. This means that important changes in the nature of engagements are needed. Collective international action becomes supranational action only when a commitment threshold is reached. This threshold can be thought of as the stage at which CUs come into existence giving rise to effective supranational collective action.

From the starting point of a CU an integration process may be launched that gradually

evolves into a CM, an EcU and eventually a PEU. Such a path involves: 1) the legal requisites of supra-nationality (a system of law applicable to all the member countries and an independent court to resolve disagreements), and 2) decisional features of supra-nationality (mainly the idea that governmental decision-taking, based on unanimity, must progressively give way to less strict decision rules such as qualified and weighted majorities).

3. BENEFITS AND COSTS OF GOVERNMENTAL CHOICES AND AGREEMENTS

We consider a benefit function, B , which collects the utility gains, U_g , that any government would expect to obtain from its membership of an international organization. These gains are generated through three main channels: 1) higher bargaining power at the international level, 2) reductions in negative externalities from unbridled threats and pressures among governments, and 3) the capacity to transfer domestic political costs to supra-national jurisdiction (governmental collusion).

The benefit function, B , is defined over the degree of commitment, a , and the size of the organization, N :

$$B : (a, N) \rightarrow B(a, N) = U_g(X_a, N)$$

The size of the organization, N , is defined as the sum of the population, N_j , of the member governments, $j = 1, \dots, n$:

$$N = \sum_{j=1}^n N_j$$

It is assumed that B is a concave, continuous and twice differentiable function, increasing with respect to both variables. The partial derivatives verify that, for every (a, N) ranging over $[0,1] \times [0, N]$:

$$\frac{\partial B}{\partial a} > 0; \frac{\partial B}{\partial N} > 0; \frac{\partial^2 B}{\partial a^2} < 0; \frac{\partial^2 B}{\partial N^2} < 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial a \partial N} < 0; \frac{\partial^2 B}{\partial N \partial a} < 0. \quad (2)$$

With regard to the cross derivatives, $\frac{\partial^2 B}{\partial a \partial N}$ and $\frac{\partial^2 B}{\partial N \partial a}$, it is assumed that they are lower than zero over the relevant range $[0,1] \times [0, N]$. This means that the utility gains from increasing the degree of commitment (the size of the organization) decrease as the size of the organization, which is positively correlated with the number of members (the degree of commitment), increases.

The cost function, C , reflects the expected utility losses generated by the ties linking governments within an international club. These costs are essentially those which are derived from imposition. The cost function, C , depends on three main variables: 1) the size of the organization, N , which is defined as the sum of the population, N_j , under the jurisdiction of every member government, $j= 1, \dots, n$, 2) the degree of commitment, a , and also 3) the degree of national heterogeneity, h . The size of an international club can only be increased by agreements with other member governments, so national heterogeneity is assumed to be a convex and increasing function $h(N)$, twice differentiable over $[0, N]$. So, for every N belonging to $[0, N]$ the derivatives must be:

$$\frac{\partial h}{\partial N} > 0; \frac{\partial^2 h}{\partial N^2} > 0. \quad (3)$$

We also take $C(a, N, h)$ as a convex, increasing and twice continuously differentiable function of these three variables. Its partial derivatives for every (a, N, h) belonging to $[0, 1] \times [0, N] \times [0, 1]$ must verify:

$$\frac{\partial C}{\partial a} > 0; \frac{\partial C}{\partial N} > 0; \frac{\partial C}{\partial h} > 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial a^2} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial N^2} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial h^2} > 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial a \partial N} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial a} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial h} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial h \partial a} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial N \partial h} > 0; \frac{\partial^2 C}{\partial h \partial N} > 0. \quad (6)$$

Governments would be interested in setting up international organizations if expected benefits are higher than expected costs. Any government would engage in such an agreement if there is a pair (a_0, N_0) belonging to $[0, 1] \times [0, N]$ such that:

$$B(a_0, N_0) - C[a_0, N_0, h(N_0)] > 0 \quad (7)$$

Equation (7) explains the net expected benefits for governments of joining an international agreement. The equation takes into account the benefits arising from joining an international organization of size, N_0 , and the degree of commitment, a_0 , and the imposition costs of accepting binding decisions resulting from joint decision making processes within a large international organization.

It might be that, from the point of view of certain governments, this condition could never be realised. Expected costs and benefits depend on subjective evaluations and different

estimates might occur when there is a variation in the level of information or in the capacity to fulfil the agreement. However, it becomes possible to analyze the governments' willingness to join or enlarge international economic organizations.

Governments' calculus is represented by the following maximization program:

$$\begin{aligned} & \text{Max} B(a, N) - C(a, N, h) & (8) \\ & (a, N, h) \text{ ranging over } [0,1] \times [0, N] \times [0,1] \end{aligned}$$

Assuming that B is a concave function and C is convex when condition (7) is verified, then there exists a global maximum characterized by the following conditions:

$$\frac{\partial B}{\partial a} = \frac{\partial C}{\partial a} \quad (9)$$

$$\frac{\partial B}{\partial N} = \frac{\partial C}{\partial N} + \frac{\partial C}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial N} \quad (10)$$

Condition (9) expresses the equality between the marginal benefit of the degree of commitment and marginal costs, and condition (10) expresses the equality between the marginal benefit of size and the corresponding marginal cost.

These marginal conditions might rarely be fulfilled since the size of the club can only be increased by incorporating a new member government with a given population, N_n . Nevertheless, they provide useful information about the marginal values assigned to the size and the degree of commitment for a typical government. These marginal values can be thought of as indexes of governmental willingness to join and enlarge international agreements. The marginal values support the idea that the number of members of international economic organizations tends to grow less sharply as degrees of commitment rise.

Governments' evaluations of the degree of commitment, GVA , and the size of the organization, GVN , can be obtained by partially differentiating equation (7) with respect to a and N :

$$GVA = \frac{\partial B}{\partial a} - \frac{\partial C}{\partial a} \quad (11)$$

$$GVN = \frac{\partial B}{\partial N} - \frac{\partial C}{\partial N} - \frac{\partial C}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial N} \quad (12)$$

Both, governments' willingness to accept higher degrees of commitment and to enlarging international organizations, are decreasing functions of the three key variables *i.e.* degree of commitment, a , size, N and national heterogeneity, h . This becomes evident by

taking the first partial derivatives of equations (11) and (12):

$$\frac{\partial GVA}{\partial a} < 0; \frac{\partial GVA}{\partial N} < 0; \frac{\partial GVA}{\partial h} < 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial GVN}{\partial a} < 0; \frac{\partial GVN}{\partial N} < 0; \frac{\partial GVN}{\partial h} < 0. \quad (14)$$

To some extent, these evaluations lead to a substitution relationship between the size (positively correlated with the number of member governments) and the degree of commitment involved in joining international organizations. More specifically, governmental willingness to support international economic organizations will decrease as the size of the organization increases and the degree of commitment rises. Therefore, the likelihood of finding a considerable number of governments willing to support large strong international economic organizations will be low. Only when the degree of commitment is weak enough to keep expected costs low, is it possible for large international economic organizations to emerge. One might be drawn to the conclusion that high levels of commitment remain somewhat unlikely within the sphere of international relations.

4. CONCLUSIONS

Governments become members of international organizations in order to derive benefits from the membership of intergovernmental clubs in which there is a logical trade off between independency and participation. However, such engagement generates utility losses due to constraints derived from the membership of the club. The costs of these constraints can be interpreted through the marginal evaluations associated with governmental optimization behaviour.

The present paper solves the model for a hypothetical government by providing information about the way it would evaluate the size and degree of commitment of international organizations. The assessments of size and degree of commitment at the margin can be thought of as indexes of governmental willingness to enlarge the size of international organizations and to increase their degree of commitment. They are decreasing functions of the size of the organization, degree of commitment of members, and national heterogeneity.

The results of the model show that: 1) both the degree of commitment and the size of the organization are positively linked to the generation of benefits for the member governments, but also involve an increase in costs; 2) since the size of international organizations is not a continuous variable, the model of intergovernmental clubs cannot be solved purely on the basis of members' optimising functions, weighting benefits and costs at the margin. Rather, marginal valuations are used to analyse the governments' willingness to join international organizations.

The above results have two practical implications. On the one hand, there is no large international organization (on a global scale) in which there is a high level of commitment on the part of all members. Only at a regional level, when there are relatively low degrees of national heterogeneity, can one find successful international organizations with a significant degree of commitment. On the other hand, there is a general tendency for large international economic organizations to be ineffective because of the difficulties they have in reaching binding agreements.

Acknowledgements

We want to thank the two anonymous referees of the Journal for their suggestions, which substantially improve the quality of the paper. We also thank Howard Carter for revising the English of the paper. Finally, our thanks to Eugenio M. Fedriani Martel, who has encouraged us to carry out the revision of the paper. The usual disclaimer applies.

REFERENCES

- Álvarez-González, J.A. and Díaz-Pérez, F.M. (1996) “Technology Parks as Instruments of Regional Economic Development: Theoretical Bases”, *Australasian Journal of Regional Studies* 2(1): 87–97.
- Berglas, E. (1976) “On the Theory of Clubs”, *American Economic Review*, 66(2), 116–121.
- Breuer, M. (1999) “Ansätze für eine effiziente Organisationsstruktur in der Schweizer Sozialversicherung: Lehren aus der ökonomischen Theorie der Clubs”, *Swiss Journal of Economics and Statistics* 135(3): 329–348.
- Buchanan, J.M. (1965) “An Economic Theory of Clubs”, *Economica* 32, 1–14.
- Gokturk, S. (1980) “A Generalization of the Economic Theory of Clubs”, *American Economist* 24(1), 18–23.
- Mueller, D. (1989) “*Public Choice II. A Revised Edition of Public Choice*”, Cambridge University Press, Cambridge.
- Sandler, T. and Tschirhart, J. (1980) “The Economic Theory of Clubs: An Evaluative Survey”, *Journal of Economic Literature* 18(4), 1481–1521.
- Zaleski, P. and Zech, C. (1995) “The Optimal Size of a Religious Congregation: An Economic Theory of Clubs Analysis”, *American Journal of Economics and Sociology* 54(4): 439–453.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (9). Páginas 28–43.
Junio de 2010. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art36.pdf>

Measuring Preferences: from Conjoint Analysis to Integrated Conjoint Experiments

RAMÍREZ-HURTADO, JOSÉ MANUEL

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica

Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla

Correo electrónico: jmramhur@upo.es

ABSTRACT

When there are many attributes, experiments with Conjoint Analysis include problems of information overload that affect the validity of such experiments. The impact of these problems can be avoided or reduced by using Hierarchical Information Integration (HII).

The present work aims to demonstrate how the integrated experiments can resolve the limitations arising in Conjoint Analysis and HII, and to further establish ways to proceed in these types of situations. A variation of Louviere's (1984) original HII model, proposed by Oppewal *et al.* (1994), is applied in this work for the selection of mobile phones.

Keywords: Conjoint Analysis; Hierarchical Information Integration; preferences.

JEL classification: C35; C99; L63.

MSC2010: 62K15; 62H99.

Medición de preferencias: desde el Análisis Conjunto a los Experimentos Conjuntos Integrados

RESUMEN

Los experimentos de Análisis Conjunto con muchos atributos incluyen problemas de sobrecarga de información que afectan a la validez de dichos experimentos. El impacto de esos problemas puede ser evitado o reducido utilizando la Integración de Información Jerárquica (HII).

El objetivo de este trabajo es mostrar cómo los experimentos integrados pueden resolver las limitaciones planteadas en el Análisis Conjunto y en el HII, estableciendo una forma de actuar para este tipo de situaciones. Una variante del modelo original de HII de Louviere (1984), propuesta por Oppewal *et al.* (1994), se aplica en este trabajo a la elección de teléfonos móviles.

Palabras clave: Análisis Conjunto; Integración de Información Jerárquica; preferencias.

Clasificación JEL: C35; C99; L63.

MSC2010: 62K15; 62H99.



1. INTRODUCTION

Conjoint analysis (CA) is the most popular approach for measuring customer preferences in marketing research (Wittink *et al.*, 1994; Green *et al.*, 2001; Gustaffsson *et al.*, 2003). It is a methodology of decompositional character in which respondents only value different alternatives or profiles, from which their preferences are obtained. In CA, respondents indicate their preference for a series of hypothetical multi-attribute alternatives, which are typically displayed as stimuli or profiles of attributes (Oppewal and Vriens, 2000). Each attribute is formed by a series of levels that constitute the practical definition of said attributes.

The data collection method most commonly used in conjoint analysis experiments is the full profile method. It consists of separately describing each stimulus or profile by means of a card that includes level combinations of each attribute. The interviewed person must organise or evaluate all the profiles resulting from the attribute-level combinations. The descriptions carried out with the full profile method are much more relevant for the objectives pursued with the conjoint analysis since a complete description of the product or service is given to the interviewed person (Green and Krieger, 1993). The main advantage of this method is that it enables a more realistic vision of the analysed problem since it simultaneously deals with the attribute features of the product or service. Notwithstanding, there is a major drawback. As the number of attributes and/or level number increases, the possibility of an information overload is also greater. In this case, the interviewed person may be tempted to simplify the evaluation process by focusing on only a few attributes, when this methodology requires the simultaneous consideration of all the attributes.

The impact of this and other problems can be avoided or reduced by using Hierarchical Information Integration (HII). The procedure consists of classifying the high number of attributes into a small group of constructs. An experimental design is then created for each construct. Finally, a bridge design is made to calculate the partial utilities. Oppewal *et al.* (1994) identify a series of limitations in the HII original methodology. An alternative in order to overcome these limitations is the use of integrated sub-experiments. As in traditional HII applications, the profiles of the integrated sub-experiments include attributes to determine a decision. However, in addition to these attributes, a series of decision constructs are included in each profile.

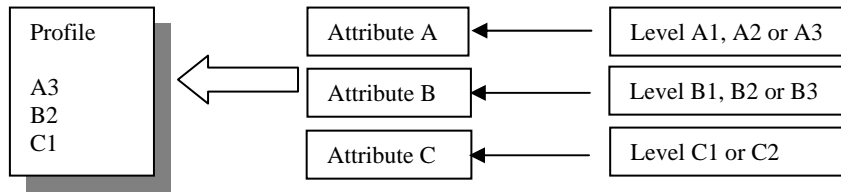
The present work aims to demonstrate how the integrated experiments can resolve the limitations arising in conjoint analysis and HII and to further establish ways to proceed in these types of situations. A variation of Louviere's (1984) original HII model proposed by Oppewal *et al.* (1994) is applied in this work for the selection of mobile phones. To achieve this goal, the following section briefly describes conjoint analysis. Subsequently, the HII methodology and the integrated experiments are explained. The application is then carried out to draw the most important conclusions.

2. NUMBER OF PROFILES TO EVALUATE IN CONJOINT ANALYSIS

Conjoint analysis is a methodology in which a decision maker has to choose from a number of options that vary simultaneously from between two or more attributes (Green *et al.*, 2001). Researchers describe products or services by sets of attribute values or levels and then measure respondents' purchase interest (McCullough, 2002). This description presents respondents or judges with several hypothetical products or services, each consisting of a combination or stimuli of specified features or characteristics (Myers and Mullet, 2003). Such stimuli are therefore described by several attributes. The conjoint results go beyond attribute importance and provide quantitative measures of the relative appeal of specific attribute levels (Wyner, 1992). Therefore, to explain and predict preferences that result in an assessment of achievements is the principal goal of conjoint analysis (Schweickl, 1985).

In applications of conjoint analysis, products or services (profiles) are described through a set of attributes with the idea of measuring the preferences of the respondents, as shown in Figure 1.

Figure 1. Relationship between profiles, attributes and levels.



In the case of having N attributes with k levels each, the number of profiles or stimuli that must be evaluated is:

$$\underbrace{k \cdot k \cdots k}_{N \text{ times}} = k^N$$

For example, if we have 6 attributes with 3 levels each, the number of profiles to be evaluated are $3^6 = 729$. If there are two more attributes with the same number of levels, in other words, 8 attributes with 3 levels each, the number of stimuli will increase significantly, since the number of profiles to be evaluated becomes 6,561. If the number of levels varies between the attributes, for example N attributes with k levels and M attributes with l levels, then the number of stimuli to be evaluated is:

$$\underbrace{k \cdot k \cdots k}_{N \text{ times}} \cdot \underbrace{l \cdot l \cdots l}_{M \text{ times}} = k^N \cdot l^M$$

For example, if we have 2 attributes with 3 levels and 3 attributes with 2 levels, the total number of profiles to be evaluated will be $3^2 \cdot 2^3 = 72$. If we have 2 attributes with 4 levels and 3 attributes with 2 levels, the total number of stimuli to be evaluated will be $4^2 \cdot 2^3 = 128$.

Table 1 shows the number of profiles to be evaluated in relation to the number of attributes and levels. It reflects how fast the number of stimuli rises when the total number of attributes and levels are increased.

Table 1. Number of profiles for evaluating

Number of attributes	Number of levels			
	2	3	4	5
4	16	81	256	625
5	32	243	1.024	3.125
6	64	729	4.096	15.625
7	128	2.187	16.384	78.125
8	256	6.561	65.536	390.625

The number of profiles established in Table 1 is determined by a full factorial design. This design uses all the possible combinations of attribute levels or factors. These factors are studied because they are believed to have a conjoint effect over a variable answer. The factor effect is defined as the variation experienced by the variable answer when a change is produced in the factor level. Frequently, this is known as the main effect because it refers to the fundamental interest factors of the experiment (Louviere, 1988).

A full factorial design allows estimates to be obtained of the parameters corresponding to the main effects and to all the interaction effects. Evidently, this provides excessive information; therefore the person interviewed is unable to make a proper evaluation. The person would lose interest and their evaluation would negatively influence the quality of the answers obtained (Vázquez, 1990). The fractional factorial designs have been created in order to solve this problem.

The fractional factorial design is the most commonly used design in Conjoint Analysis (Martín, 1987). Usually, most studies estimate the main effects by assuming the inexistence or unimportance of the interaction effects. Therefore, the interaction effects can be disregarded and a fractional factorial design used instead. The latter allows us to calculate the main effect with a smaller number of combinations than thoser used by a full factorial design, which calculates all the effects (main and interaction).

As in the full factorial design, the fractional factorial design must be optimum in order to ensure the correct calculation of the main effects (Hair *et al.*, 1999). In other words, it must be an orthogonal design¹ (there is no correlation between attributes) and balanced (each level appears the same number of times in each attribute) (Varela, 2003).

Therefore, the fractional factorial design reduces the information load to be evaluated by the interviewed person by means of partially or fully disregarding the interactions of the model. Although fractional factorial designs greatly reduce the difficulties present in a full

¹ A more detailed explanation of orthogonal designs can be found in Varela (1983).

factorial design, when the number of attributes and levels is elevated, the fractional factorial design is also configured by a high number of profiles and consequently there is still some information overload which impedes the required quality of the answers. Therefore, when there are many attributes, experiments with conjoint analysis include problems of information overload that affect the validity of such experiments. These problems can be avoided or reduced by using integrated conjoint experiments.

3. HIERARCHICAL INFORMATION INTEGRATION AND INTEGRATED CONJOINT EXPERIMENTS

HII is an extension of information integration theory (Anderson, 1981; 1982). The original approach of HII was proposed by Louviere (1984). HII is based on the idea that consumers process information in a hierarchical fashion if the decision situation is complex and the alternatives involve many attributes. This basic idea is based on a set of assumptions (see Louviere and Timmermans, 1990a, 1990b). The application of this methodology assumes a two-step decision-making process (Johnson, 1988). In the first step, attributes are classified into a limited number of perceptual dimensions, called decision constructs (Oppewal and Vriens, 2000). Step two involves the integration of the perceived scores of the constructs into an overall judgement for the alternative. A more detailed description of the steps of HII can be seen in Oppewal *et al.* (1994) and Molin and Timmermans (2009).

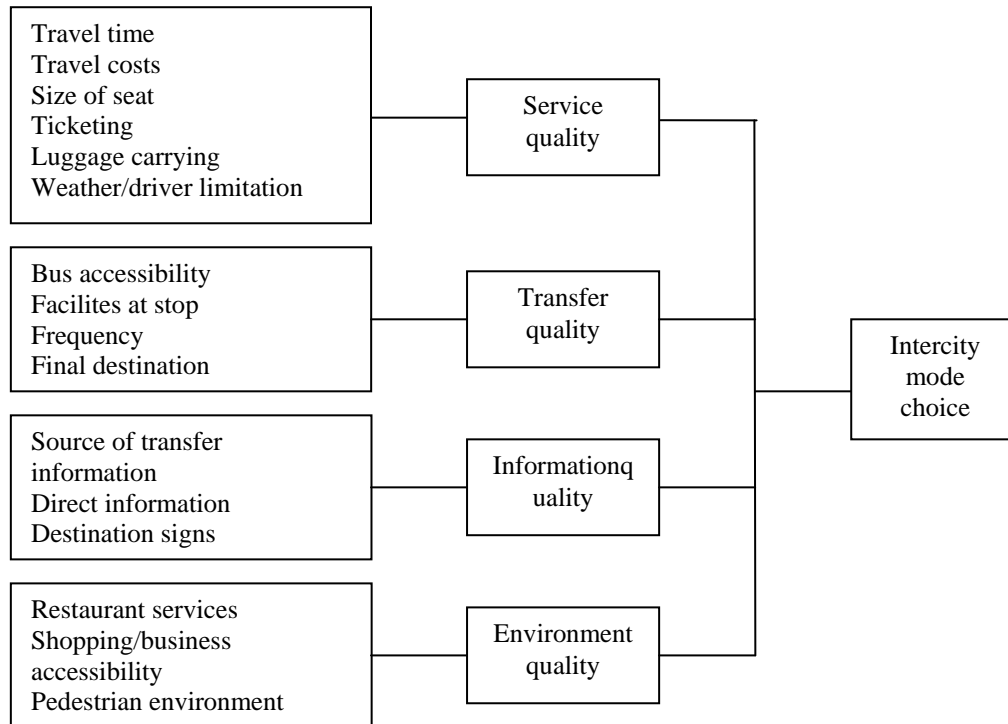
Since each sub-experiment has fewer attributes than the complete design, the information overload is reduced. Moreover, since each sub-experiment is addressed to different interviewee groups, the information overload is also reduced, assuming of course that the different groups are sufficiently homogenous (Molin and Timmermans, 2009).

An example of the structure of the conventional HII experiments is shown in Figure 2 (Chiang *et al.*, 2003). First, attributes are clustered into sets based on logic, theory or empirical evidence. Second, separate experimental designs are constructed for each of the sets identified in the first step. Third, the response data obtained in the second step are analysed separately for each set. The data obtained can be used to analyse the data.

Oppewal *et al.* (1994) and Van de Vijvere *et al.* (1998) identified a series of potential limitations for the original HII approach. Firstly, these authors considered that the original HII methodology requires the calculation of separate models for each sub-experiment and for each bridge experiment. Therefore, this methodology produces various models rather than a single model, and hence it is not possible to directly calculate a global model.

Secondly, the remaining constructs are not specified in each sub-experiment because they, supposedly, do not have a systematic effect on the evaluations of a particular construct. Therefore, the attribute effects are limited to a group of constructs and there is no control over the inferences of the results in the other constructs.

Figure 2. The structure of the conventional HII experiments applied to model intercity mode choice (Chiang *et al.*, 2003).



Thirdly, the evaluation scale in the bridge experiments is unclear which may cause problems in its validity (Molin and Timmermans, 2009).

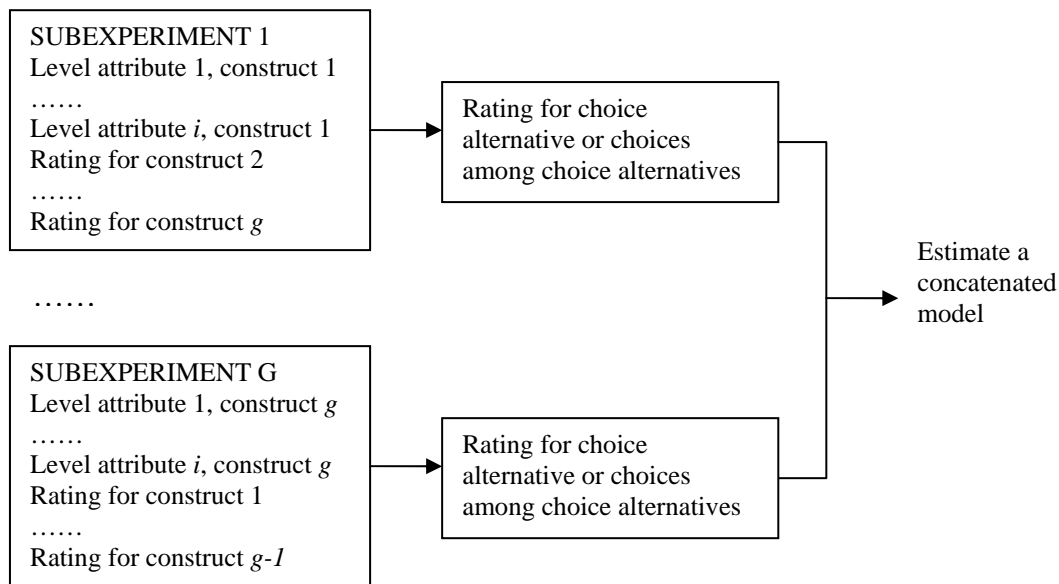
Fourthly, the HII original methodology contrasts the decision hierarchic structure. Therefore, it must be assumed that the hierarchic structure is the most suitable for relating the sub-experiments.

Fifthly, although the bridge experiment can be designed as a choice experiment, the traditional HII sub-experiments cannot be configured as choice experiments. The reason is that the evaluations of the attributes which define the construct must be measured as a scaled ratio.

Finally, the interactions between variables that define different constructs cannot be estimated (Molin and Timmermans, 2009).

As an alternative to the HII original methodology, Oppewal *et al.* (1994) proposed an approach based on integrated sub-experiments. As in the traditional HII methodology, the sub-experiment profiles are formed of attributes which define a specific decision construct. However, in this alternative methodology, the evaluations of the other decision constructs are also included in each profile. These evaluations are commonly expressed on a ratio scale. The basic idea of integrated choice experiments is depicted in Figure 3.

Figure 3. Scheme of experiments underlying HII with integrated subexperiments (Molin and Timmermans, 2009).



The HII approach with integrated sub-experiments overcomes most of the limitations of the original HII approach (Molin and Timmermans, 2009). First, the profile evaluations can be regarded as overall evaluations, and therefore at the level of the complete decision alternative, because all the decision constructs are described in the profiles, either as combinations of attribute levels or as summarizing ratings of constructs. Consequently, all separate sub-experiments can be concatenated to estimate a single model. Secondly, the interviewees do not have to make deductions regarding the omitted construct levels since all the constructs are specified in each profile. Thirdly, there is no need to carry out a bridge experiment because the profiles already fully describe the choice alternatives. Fourthly, the validity of this methodology² can be measured (Oppewal *et al.*, 1994; Van de Vijvere *et al.*, 1998). Fifthly, the experiments can be designed as choice experiments. Finally, the interaction between attributes and decision constructs can be calculated. However, it is not possible to estimate the interactions between the variables which define different constructs.

4. AN APPLICATION FOR THE SELECTION OF MOBILE PHONES

In order to illustrate how HII reduces the interviewees' evaluation task, a study of the purchase preferences of mobile phone users is presented. The example is for illustration purposes only and therefore its conclusions are not binding. The data has been obtained through a questionnaire addressed to university students. According to the study "*Segundo Estudio sobre Internet y otras tecnologías en España*" (Second Study on Internet and other technologies in Spain) carried out by the BBVA Foundation, the use of mobile phones in Spain has been

² A detailed description on how to measure this methodology validity can be found in the work by Molin and Timmermans (2009).

generalised and there are hardly any differences between the different age groups. The range of services and applications used in mobile phones increases in direct proportion to age. The youngest use the services and applications that transcend conventional telephone communication more extensively and intensively. To cover this demand, new communication modalities are created (text messages, file exchange...) as well as other entertainment-related activities (photographing, video recording, listening to music, games...). On the other hand, adults basically use their mobile phones to make and receive calls.

The first step in the application of the methodology is the definition of the attributes and levels that characterize the product. For this purpose, the decisive attributes have been identified. An attribute is considered decisive if it greatly contributes towards establishing the consumers' preferences. Those attributes considered to be basic have not been taken into account. In other words, the attributes similarly offered by all products (Múgica, 1986). For example, the battery is an attribute that has not been considered since it has been classified as a basic attribute due to the fact the most mobile phones have a standard Li-ion battery. In order to identify the attributes of our study, several Internet mobile phone portals have been examined. In regard to the levels, a balanced number has been sought for each attribute since there are studies which indicate that the level rank and number of an attribute affect its relative importance (Verlegh *et al.*, 2002; Wittink *et al.*, 1982; Wittink *et al.*, 1990). On the other hand, levels similar to those present in reality have been defined thus increasing the preference validity (Ramirez, 2007). Table 2 shows the different attributes with their corresponding levels.

Table 2. Identification of attributes and establishment of levels

ATTRIBUTES	LEVELS
Size and weight	Small / Medium / Big
Type of screen	Without lid / With lid / Touch screen
Price	Less than 30 €/ Between 30 and 100 €/ More than 100 €
Stand-by autonomy	Less than 300 hours / 300 or more hours
Call autonomy	Less than 3 hours / 3 or more hours
Call vibration	Yes / No
Voice recording	Yes / No
Voice dialling	Yes / No
Digital photo camera	Yes / No
Video recorder/ player	Yes / No
Games	Yes / No
Radio FM	Yes / No
mp3 player	Yes / No
Infrared	Yes / No
Bluetooth	Yes / No
Internet Access	Yes / No

After the different attributes and their corresponding levels have been identified, we classified them into different sub-groups or decision constructs. HII assumes that when the interviewees have to evaluate alternatives with many attributes, they first classify the attributes into general groups, denominated constructs (Molin and Timmermans, 2009). In our case, the

different attributes were classified into five constructs, denominated tangible aspects and price, battery duration, call management, entertainment and connectivity. The number of attributes in each construct may vary.

Table 3. Constructs defined by attributes and levels

I. Tangible aspects and price	II. Battery duration	III. Call management	IV. Entertainment	V. Connectivity
1. Size and weight 1.1. Small 1.2. Medium 1.3. Big 2. Type of screen 2.1. Without lid 2.2. With lid 2.3. Touch screen 3. Price 3.1. Less than 30€ 3.2. Between 30 and 100€ 3.3. More than 100€	4. Stand-by autonomy 4.1. Less 300 horas 4.2. 300 or more hours 5. Call autonomy 5.1. Less than 3 horas 5.2. 3 or more hours	6. Call vibration 6.1. Yes 6.2. No 7. Voice recording 7.1. Yes 7.2. No 8. Voice dialling 8.1. Yes 8.2. No	9. Digital photo camera 9.1. Yes 9.2. No 10. Video recorder / player 11.1. Yes 11.2. No 11. Radio FM 11.1. Yes 11.2. No 12. Games 12.1. Yes 12.2. No 13. mp3 player 13.1. Yes 13.2. No	14. Infrared 14.1. Yes 14.2. No 15. Bluetooth 15.1. Yes 15.2. No 16. Internet access 16.1. Yes 16.2. No

The next step was obtaining a factorial design for each sub-experiment. If the traditional conjoint analysis had been applied, the number of profiles to evaluate would have been too high and therefore would have resulted in interviewee fatigue. In the case of HII, each group interviewed is randomly assigned to a sub-experiment. A conjoint analysis is applied for each sub-experiment. Table 4 shows a summary of each sub-experiment. Evidently, as can be observed, the number of profiles to be evaluated by each interviewed person by means of the HII methodology is significantly lower than that obtained when applying the traditional conjoint analysis.

Table 4. Designs used in the five subexperiments

Subexperiment	Full factorial	Fractional factorial (number of profiles^a)
Subexperiment 1	$3^3 \cdot 3^4$	20
Subexperiment 2	$2^2 \cdot 3^4$	18
Subexperiment 3	$2^3 \cdot 3^4$	18
Subexperiment 4	$2^5 \cdot 3^4$	29
Subexperiment 5	$2^3 \cdot 3^4$	18

^aTwo holdouts were include in each subexperiment.

A questionnaire was then created for each sub-experiment. Each interviewee had to make two valuations for each profile. First, each interviewee valued the levels of a specific attribute, and on completion of this task was asked to evaluate a type of mobile phone on a scale of 0 to 10. Although the first valuation is not strictly necessary, it is convenient to familiarise the interviewee with the levels and attributes (Molin and Timmermans, 2009). The remaining

constructs are added as attributes in each sub-experiment. There are three levels for each added attribute: 2 (not very suitable), 5 (suitable) and 8 (very suitable), which were selected to cover a feasible range on a scale of 0 to 10 points. Figure 4 shows an example of a profile evaluated by the interviewees.

Figure 4. Profile example from subexperiment 4.

ENTERTAINMENT: 1. Digital photo camera: yes 2. Video recorder/player: no 3. Games: yes 4. Radio FM: no 5. mp3 player: yes
The mobile phone's entertainment is : <i>(0 – Extremely low;.....; 10 – Excellent)</i>
TANGIBLE ASPECTS AND PRICE: 2 (not very suitable) BATTERY DURATION: 5 (suitable) CALL MANAGEMENT: 5 (suitable) CONNECTIVITY: 5 (suitable)
The preference for this mobile phone is: <i>(0 – no preference ;.....; 10 – high preference)</i>

The obtained questionnaire was handed out to a sample group of 110 university students. Nowadays, practically every university student has a mobile phone, and were chosen as the sample group due to their knowledge regarding the analysed product. The 110 interviewees were randomly distributed to participate in each sub-experiment, whereby the percentages for each sub-experiment were 23%, 15%, 22%, 17% and 23%, respectively.

5. RESULTS

Once the data is analysed with SPSS 18.0, the results obtained indicate the importance of the attributes and the partial utility of the levels. Tables 5 and 6 show these values for each of the aspects defined for each sub-experiment. The validity of the calculations obtained for each sub-experiment was very high, with Pearson (r) and Kendall Tau coefficients greater than 0.7.

Table 5 provides information regarding the validity of the hierarchic structure assumed in our application. If the hierarchic structure is assumed as correct, then the effects of each aspect should be the same in the different experiments. We can observe how Aspect 1 (call management) presents effects that are more equivalent throughout the sub-experiments. On the other hand, Aspect 3 (connectivity) shows noticeable differences throughout the sub-experiment. Therefore, this is a way to test the hierarchic structure of our application. Table 6 shows the relative importance and the partial utility of each of the attributes and levels, which are detached depending on each sub-experiment. In order to see if certain transitions allow the increase or reduction in the preference for mobile phones, we can investigate the structure of the partial utilities of each attribute. Therefore, we observed that mobile phones with touch screens are preferred to those with a lid. This enables the interpretation of all the partial utilities appearing in Table 6.

Table 5. Partworth utilities and importances of dimensions in the five experiments^b

I. Tangible aspects and price		II. Battery duration		III. Call management		IV. Entertainment		V. Connectivity	
<i>I. Tangible aspects and price</i>	(67.68%)	<i>I. Tangible aspects and price</i>	24.15%	<i>I. Tangible aspects and price</i>	16.88%	<i>I. Tangible aspects and price</i>	16.09%	<i>I. Tangible aspects and price</i>	18.65%
Not very suitable (2)		Not very suitable (2)	0.892	Not very suitable (2)	0.723	Not very suitable (2)	0.728	Not very suitable (2)	0.762
Suitable (5)		Suitable (5)	1.783	Suitable (5)	1.445	Suitable (5)	1.456	Suitable (5)	1.524
Very suitable (8)		Very suitable (8)	2.675	Very suitable (8)	2.168	Very suitable (8)	2.184	Very suitable (8)	2.285
<i>II. Battery duration</i>	7.60%	<i>II. Battery duration</i>	(10.17%)	<i>II. Battery duration</i>	31.70%	<i>II. Battery duration</i>	22.67%	<i>II. Battery duration</i>	15.66%
Not very suitable (2)	0.027	Not very suitable (2)		Not very suitable (2)	1.321	Not very suitable (2)	1.064	Not very suitable (2)	0.649
Suitable (5)	0.053	Suitable (5)		Suitable (5)	2.642	Suitable (5)	2.129	Suitable (5)	1.298
Very suitable (8)	0.080	Very suitable (8)		Very suitable (8)	3.963	Very suitable (8)	3.193	Very suitable (8)	1.947
<i>III. Call management</i>	7.65%	<i>III. Call management</i>	18.94%	<i>III. Call management</i>	(25.62%)	<i>III. Call management</i>	15.21%	<i>III. Call management</i>	17.21%
Not very suitable (2)	0.163	Not very suitable (2)	0.737	Not very suitable (2)		Not very suitable (2)	0.681	Not very suitable (2)	0.496
Suitable (5)	0.327	Suitable (5)	1.473	Suitable (5)		Suitable (5)	1.363	Suitable (5)	0.993
Very suitable (8)	0.490	Very suitable (8)	2.210	Very suitable (8)		Very suitable (8)	2.044	Very suitable (8)	1.489
<i>IV. Entertainment</i>	8.40%	<i>IV. Entertainment</i>	19.70%	<i>IV. Entertainment</i>	11.10%	<i>IV. Entertainment</i>	(33.55%)	<i>IV. Entertainment</i>	11.46%
Not very suitable (2)	-0.077	Not very suitable (2)	0.549	Not very suitable (2)	0.404	Not very suitable (2)		Not very suitable (2)	0.376
Suitable (5)	-0.153	Suitable (5)	1.099	Suitable (5)	0.809	Suitable (5)		Suitable (5)	0.753
Very suitable (8)	-0.230	Very suitable (8)	1.648	Very suitable (8)	1.213	Very suitable (8)		Very suitable (8)	1.129
<i>V. Connectivity</i>	8.67%	<i>V. Connectivity</i>	27.04%	<i>V. Connectivity</i>	14.70%	<i>V. Connectivity</i>	12.48%	<i>V. Connectivity</i>	(37.06%)
Not very suitable (2)	0.127	Not very suitable (2)	0.940	Not very suitable (2)	0.605	Not very suitable (2)	0.547	Not very suitable (2)	
Suitable (5)	0.253	Suitable (5)	1.880	Suitable (5)	1.210	Suitable (5)	1.094	Suitable (5)	
Very suitable (8)	0.380	Very suitable (8)	2.820	Very suitable (8)	1.815	Very suitable (8)	1.640	Very suitable (8)	

^bIn each experiment, the importance of the omitted construct is shown as is calculated as the sum of the attribute importances.

Table 6. Partworth utilities and importances of attributes in the five subexperiments

I. Tangible aspects and price		II. Battery duration		III. Call management		IV. Entertainment		V. Connectivity	
Size and weight	23.67%	Stand-by autonomy	4.46%	Call vibration	10.65%	Digital photo camera	8.30%	Infrared	8.45%
Small	-0.913	Less than 300 hours	-0.018	Yes	0.404	Yes	0.335	Yes	0.060
Medium	-1.827	300 or more hours	0.018	No	-0.404	No	-0.335	No	-0.060
Big	-2.740	Call autonomy	5.71%	Voice recording	7.06%	Video recorder/player	8.15%	Bluetooth	12.95%
Type of screen	24.64%	Less than 3 hours	0.011	Yes	0.164	Yes	0.278	Yes	0.435
Without lid	0.900	3 or more hours	-0.011	No	-0.164	No	-0.278	No	-0.435
With lid	1.800			Voice dialling	7.92%	Radio FM	5.34%	Internet access	15.66%
Touch screen	2.700			Yes	0.206	Yes	0.186	Yes	0.640
Price	19.37%			No	-0.206	No	-0.186	No	-0.640
Less than 30€	-0.543					Games	6.37%		
Between 30 and 100€	-1.087					Yes	0.225		
More than 100€	-1.630					No	-0.225		
						mp3 player	5.39%		
						Yes	0.243		
						No	-0.243		

As shown in Oppewal and Vriens (2000), since all experiments involved orthogonal designs, the estimates obtained from the integrated analysis are largely similar to the results from the separate experiments in Tables 5 and 6. In Table 7 we present the derived overall importance ranking of dimensions and attributes.

Table 7. Derived overall importance ranking of dimensions and attributes

Ranking of dimensions		Ranking of attributes	
Tangible aspects and price	28.69%	Size and weight	16.42%
Connectivity	19.99%	Type of screen	16.18%
Battery duration	17.56%	Internet access	11.51%
Call management	16.93%	Price	9.77%
Entertainment	16.80%	Bluetooth	7.82%
		Call vibration	7.26%
		Digital photo camera	6.02%
		Video recorder/player	5.00%
		mp3 player	4.37%
		Games	4.05%
		Voice dialling	3.70%
		Radio FM	3.34%
		Voice recording	2.95%
		Infrared	1.08%
		Stand-by autonomy	0.32%
		Call autonomy	0.20%

The relative importance for the aspects has been calculated by means of an arithmetic average of the relative importance throughout each sub-experiment. We can observe that the interviewees mostly value the tangible aspects such as the telephone price and connectivity. On the other hand, the lowest-valued aspects are those related with entertainment.

In order to define the importance ranking of the attributes (standardized across experiments), the typical formula used in a traditional conjoint analysis is applied, in other words, dividing the rank of an attribute between the rank sums of all the attributes. The results are reflected in Table 7. The attribute most valued by the interviewees is with regards to the phone size and weight, followed by the type of screen and Internet access. The least-valued attributes are the possibilities of having infrared light and call and stand-by autonomy.

6. CONCLUSIONS

The work herein has illustrated the use of integrated conjoint experiments as an alternative method to the traditional conjoint analysis in cases where the number of attributes is very high. These types of experiments can be applied in order to avoid tiring the interviewees during the survey process. The integrated experiments are derived from the integrated hierarchic information theory (HII), although they overcome most of HII limitations. The present work aims to show how the integrated experiments can resolve the limitations arising in conjoint analysis and HII, and to further establish ways to proceed in these types of situations. When there are many attributes, experiments with conjoint analysis include problems of information overload that affect the validity of such experiments. The impact of these problems can be

avoided or reduced using Hierarchical Information Integration (HII). The procedure consists of the classification of the high number of attributes into a small group of constructs. An experimental design is then created for each construct. Finally, a bridge design is drawn up to calculate the partial utilities.

Based on an illustrative example of mobile phone preferences, we have observed the advantages of applying this methodology. The most important advantage in this sense is that a greater number of attributes can be applied in comparison to the traditional conjoint analysis. Since the sub-experiments are separately constructed, the interviewees receive less information upon which to express their opinions.

The main limitation of this methodology is the need to previously define a hierarchic structure. Notwithstanding, this methodology is a significant alternative to conjoint analysis when the number of attributes is very high, and can be further employed in a wide range of applications.

REFERENCES

- Addelman, S. (1962). "Orthogonal Main-Effect Plans for Asymmetrical Factorial Experiments", *Technometrics*, 4, pp.21–46.
- Anderson, N.H. (1981). *Foundations of Information Integration Theory*. New York, Academic Press.
- Anderson, N.H. (1982). *Methods of Information Integration Theory*. New York, Academic Press.
- Azpiazú, J. (1996). *Selección de metodologías en el análisis conjunto: un enfoque de fiabilidad y de validez*. Tesis Doctoral no publicada. Dpto. de Financiación e Investigación Comercial. Universidad Autónoma de Madrid.
- Chiang, Y.S.; Lu, J.L. and Chang, H.C. (2003). "Modelling the effect of destination attributes on the intercity travelers' mode choice behaviour in Taiwan area", *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, vol. 4 (October), pp.717–730.
- Gil Luezas, C. (1990). "Una aplicación del análisis conjunto a la segmentación de mercados: la segmentación componencial", *Revista de Investigación y Marketing*, 34, pp.65–69.
- Green, P.E. (1974). "On the Design of Choice Experiments Involving Multifactor Alternatives", *Journal of Consumer Research*, vol. 1 (September), pp.61–68.
- Green, P.E. and Krieger, A.M. (1993). "Conjoint Analysis with Product-Positioning Applications", in *Handbooks in OR&MS*, Jehoshua Eliashberg and Gary L. Lilien, eds., Elsevier Science Publishers, 5, pp.467–513.

- Green, P.E.; Krieger, A.M. and Wind, Y. (2001). “Thirty Years of Conjoint Analysis: Reflections and Prospects”, in *Interfaces*, vol.31, pp.S56–S73.
- Green, P.E. and Rao, V.R. (1971). “Conjoint Measurement for Quantifying Judgmental Data”, *Journal of Marketing Research*, vol.VIII, pp.355–363.
- Gustafsson, A.; Herrman, A. and Huber, F. (2003). *Conjoint Measurement. Methods and Applications*. Springer-Verlag, Berlin.
- Hair, J.F.; Anderson, R.E.; Tatham, R.L. and Black, W.C. (1999). *Análisis Multivariante*, 5ª ed., Madrid, Prentice Hall.
- Johnson, M. (1988). “Comparability and hierarchical processing in multiattribute choice”, *Journal of Consumer Research*, 15, December, pp.303–314.
- Louviere, J.J. (1988). *Analyzing Decision Making. Metric Conjoint Analysis*, Newbury Park, Sage Publications Inc.
- Louviere, J.J. and Timmermans, H.J.P. (1990a). “Hierarchical Information Integration applied to residential choice behaviour”, *Geographical Analysis*, 22, pp.127–145.
- Louviere, J.J. and Timmermans, H.J.P. (1990b). “Using hierarchical information integration to model consumer responses to possible planning actions: recreation destination choice illustration”, *Environment and Planning A*, 22, pp.291–309.
- Luce, R.D. and Tukey, J.W. (1964). “Simultaneous Conjoint Measurement: A New Type of Fundamental Measurement”, *Journal of Mathematical Psychology*, 1, pp.1–27.
- Martín Dávila, M. (1987). “Cómo diagnosticar lo que los consumidores desean realmente: el Análisis Conjunto”, *Investigación y Marketing*, 23, marzo, pp.21–33.
- McCullough, D. (2002). “A user’s guide to conjoint analysis”, *Marketing Research*, vol.14, nº2, pp.18–23.
- Molin, E.J.E. and Timmermans, J.P. (2009). “Hierarchical Information Integration Experiments and Integrated Choice Experiments”, *Transport Reviews*, pp.1–21.
- Múgica Grijalba, J.M. (1989). “El Análisis Conjunto: Alternativas, Problemas y Limitaciones”, *IPMARK*, 326, (16-31 marzo), pp.45–54.
- Myers, J.H. and Mullet, G.M. (2003). *Managerial Applications of Multivariate Analysis in Marketing*. American Marketing Association, Chicago, Illinois.
- Oppewal, H.; Louviere, J.J. and Timmermans, H.J.P. (1994). “Modeling Hierarchical Conjoint Processes with Integrated Choice Experiments”, *Journal of Marketing Research*, vol.31, nº1, pp.92–105.
- Oppewal, H. and Vriens, M. (2000). “Measuring perceived service quality using integrated conjoint experiments”, *International Journal of Bank Marketing*, vol.18, nº4, 154–169.

Ramirez, J.M. (2007). Determinación y estudio del perfil de franquiciado mediante la aplicación de análisis conjunto. Tesis Doctoral no publicada. Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica. Universidad Pablo de Olavide, Sevilla.

Schweickl, H. (1985). *Computergestützte Präferenzanalyse mit individuell wichtigen Produktmerkmalen*, Berlin.

Van de Vijvere, Y.; Opperwal, H. and Timmermans, H.J.P. (1998). "The validity of hierarchical information integration choice experiments to model residential preference and choice", *Geographical Analysis*, vol.30, n°3, pp.254–272.

Varela, J.A. (1983). "El análisis conjunto, una técnica al servicio de la investigación comercial", *Revista de Economía y Empresa*, vol.IV, pp.361–374.

Vázquez Casielles, R. (1990). "Investigación de las preferencias del consumidor mediante Análisis Conjunto. Importancia para el diseño de nuevos productos", *Información Comercial Española*, julio, pp.149–163.

Verlegh, P.W.J.; Schifferstein, H.N.J. and Wittink, D.R. (2002). "Range and Number-of- Levels Effects in Derived and Stated Measures of Attribute Importance", *Marketing Letters*, vol.13, n°1, pp.41–52.

Wittink, D.R.; Krishnamurthi, L. and Nutter, J.B. (1982). "Comparing Derived Importance Weights across Attributes", *Journal of Consumer Research*, vol.8, pp.471–474.

Wittink, D.R.; Krishnamurthi, L. and Reibstein, D.J. (1990). "The Effect of Differences in the Number of Attribute Levels on Conjoint Results", *Marketing Letters*, vol.1, n°2, pp.113–123.

Wittink, D.R.; Vriens, M. and Burhenne, W. (1994). "Commercial use of conjoint analysis in Europe: Results and critical reflections", *International Journal of Research in Marketing*, vol.11, n°1, pp.41–52.

Wyner, G.A. (1992). "Uses and Limitations of Conjoint Analysis – Part I", *Marketing Research*, vol.4, n°2, pp.42–44.

APPENDIX. SPSS syntax for executing the sub-experiment number five.

```
CONJOINT PLAN = "D:\OLAVIDE\INVESTIGACION\HIERARCHICAL INFORMATION  
INTEGRATION\METODOLOGÍA\EXPERIMENTO5.SAV"  
  / SCORE = P1 TO P18  
  / SUBJECT = ID  
  / FACTORS = tangible (LINEAR MORE) battery (LINEAR MORE) calls (LINEAR MORE)  
entertainment (DISCRETE) infrared (DISCRETE) bluetooth (DISCRETE) internet (DISCRETE)  
  / PRINT = SUMMARY  
  / PLOT = SUMMARY  
  / UTILITY = "util.sys".
```



Enfoques de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo para la planificación operativa del transporte en una cadena de suministro del sector del automóvil

DÍAZ-MADROÑERO, MANUEL

Centro de Investigación Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP)

Universidad Politécnica de Valencia

Correo electrónico: fcodiama@cigip.upv.es

PEIDRO, DAVID

Centro de Investigación Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP)

Universidad Politécnica de Valencia

Correo electrónico: dapeipa@cigip.upv.es

MULA, JOSEFA

Centro de Investigación Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP)

Universidad Politécnica de Valencia

Correo electrónico: fmula@cigip.upv.es

FERRIOLS, FRANCISCO J.

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Valencia

Correo electrónico: fraferm3@omp.upv.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo para la planificación del transporte a nivel operativo en una cadena de suministro. Los objetivos del modelo propuesto son la minimización del número de camiones utilizados y del inventario total, considerando como parámetro borroso las capacidades de los vehículos empleados. Se propone una metodología de resolución para transformar el modelo original en un modelo de programación lineal entera mixta con un único objetivo, aplicando diferentes enfoques recogidos en la literatura. El modelo propuesto se valida con datos pertenecientes a una cadena de suministro real del sector del automóvil. Por último, los resultados obtenidos para cada uno de los enfoques empleados muestran la mejora aportada por el modelo propuesto respecto al procedimiento heurístico para la toma de decisiones empleado en la cadena de suministro de estudio.

Palabras clave: planificación de la cadena de suministro; planificación del transporte; programación lineal *fuzzy* multiobjetivo; incertidumbre.

Clasificación JEL: C61; L00.

MSC2010: 90B06; 90B50.

Artículo recibido el 22 de febrero de 2010 y aceptado el 27 de mayo de 2010.

Fuzzy Multiobjective Mathematical Programming Approaches for Operational Transport Planning in an Automobile Supply Chain

ABSTRACT

In this paper, a fuzzy multiobjective mathematical programming model for operational transport planning in a supply chain is presented. The objectives of the proposed model are the minimization of the number of used trucks and the total inventory level, by considering vehicle capacities as a fuzzy parameter. We propose a solution methodology to transform the original model into a mixed integer linear programming model with a single objective by using different approaches in the literature. The proposed model is validated with data from a real-world automobile supply chain. Finally, the results for each of the approaches show the improvement obtained by the proposed model in comparison to the heuristic procedure for decision making used in the supply chain under study.

Keywords: supply chain planning; transport planning; fuzzy multiobjective linear programming; uncertainty.

JEL classification: C61; L00.

MSC2010: 90B06; 90B50.



1. INTRODUCCIÓN

La gestión de la cadena de suministro (CS) consiste en la planificación y coordinación de las actividades de producción, compras y aprovisionamiento asociadas a uno o más productos a través de múltiples organizaciones (Arunachalam y Sadeh 2005). Coyle *et al.* (2003) definen el transporte como el enlace físico que conecta los puntos fijos de una CS logística y, por lo tanto, es un proceso integral clave para contribuir al objetivo global de éxito de la gestión de la CS; la planificación y el control del flujo de materiales (Ellram 1991) y el aporte de valor añadido al cliente (Christopher y Towill 2001).

Sin embargo, la naturaleza compleja y dinámica de las relaciones entre los diferentes actores en una CS implica un grado importante de incertidumbre en las decisiones de planificación. En este contexto, en el que las decisiones relacionadas con el transporte involucran recursos e informaciones de diferentes entidades de una CS, existen dos aspectos principales a los que se enfrenta el decisor: (1) objetivos en conflicto que pueden surgir de la naturaleza de las operaciones (por ejemplo la minimización de costes y, simultáneamente, el incremento del nivel de servicio al cliente), así como la estructura de la CS, en la que generalmente es complicado alinear los objetivos de los diferentes participantes; y (2) la falta de conocimiento de datos (por ejemplo, borrosidad de la demanda). Por lo tanto, es importante diseñar modelos que aborden los problemas en esta área para posibilitar el manejo de estos dos tipos de complejidad (Torabi y Hassini 2008).

En este trabajo se propone un modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo para la planificación del transporte a nivel operativo con aplicación en una CS real perteneciente al sector del automóvil. El problema de planificación del transporte en la CS (PTCS) a nivel operativo que se considera en este trabajo involucra la optimización del uso de los recursos de transporte (por ejemplo, la minimización del número total de camiones utilizado) y de los niveles de inventario determinando la cantidad a aprovisionar de cada producto bajo ciertas restricciones de almacenamiento y transporte bajo incertidumbre (consultar la Sección 3 para una definición detallada). Para la resolución del modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo correspondiente al problema PTCS se emplea una metodología interactiva con el propósito de obtener una solución de compromiso entre ambos objetivos. Asimismo, se emplean diferentes enfoques de programación *fuzzy* multiobjetivo cuyos resultados se comparan con el procedimiento heurístico de toma de decisiones que se aplica en la CS estudiada.

Las contribuciones principales de este trabajo son: (1) introducir un nuevo modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo para la resolución del problema PTCS a nivel operativo en una CS diádica, multiproducto y multiperiodo; (2) desarrollar un modelo para un contexto incierto que considera objetivos y datos borrosos relacionados con los niveles de

capacidad de transporte; y (3) aplicar el modelo propuesto a una CS real dedicada a la fabricación de asientos de automóviles y comparar los resultados obtenidos por los diferentes enfoques *fuzzy* multiobjetivo empleados y el procedimiento heurístico que se aplica en ésta.

El artículo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se presenta una revisión de la literatura relacionada con el problema PTCS a nivel operativo y bajo incertidumbre. Posteriormente, en la Sección 3, se describe el problema PTCS a nivel operativo. En la Sección 4 se propone el modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo asociado al problema descrito y en la Sección 5 se describe la metodología de resolución y los diferentes enfoques de programación *fuzzy* multiobjetivo empleados. Seguidamente, en la Sección 6, se evalúan los resultados obtenidos por los diferentes enfoques aplicados a una CS del sector del automóvil. Por último, se presentan las conclusiones y las líneas futuras de investigación.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Los procesos de transporte son partes esenciales de la CS pues posibilitan el flujo de productos entre una empresa y sus proveedores y clientes (Fleischmann 2005). En este contexto, diversos autores han abordado el estudio de la planificación operativa del transporte desde un punto de vista determinista. Por ejemplo, Lu y Dessouky (2004) abordan el problema de la recogida y entrega de productos con múltiples vehículos disponibles con el objetivo de minimizar los costes de transporte, tanto fijos como variables. Cisheng *et al.* (2008) analizan las operaciones de carga en un centro de distribución urbano, proponiendo un modelo de planificación de cargas para equilibrar el peso y el volumen de las mercancías con el objetivo que aumentar la eficiencia de los recursos de transporte. Por otro lado, Ertogral (2008) propone un modelo de programación lineal entera mixta para la integración del problema del inventario y el transporte, considerando los costes de transporte como funciones lineales a trozos. Asimismo, Pan *et al.* (2009) proponen un modelo de programación matemática para la planificación sincronizada de inventario y transporte en una red de distribución con vehículos subcontratados a un operador logístico.

Según Peidro *et al.* (2009b, 2009c), se pueden encontrar en la literatura diferentes enfoques para la planificación de la CS bajo incertidumbre. Entre ellos, los basados en programación matemática *fuzzy* están siendo ampliamente aplicados en problemas de planificación del transporte. Jiménez y Verdegay (1999) presentan un modelo de programación matemática *fuzzy* con un enfoque paramétrico para modelar la incertidumbre en las capacidades del aprovisionamiento, el transporte y la demanda. Shih (1999) propone diversos modelos de programación matemática *fuzzy* para la planificación del transporte de cemento en Taiwan bajo diversas fuentes de incertidumbre. Zheng y Liu (2006) desarrollan un modelo de programación

matemática *fuzzy* para incorporar tiempos de tránsito difusos en el problema de la planificación de rutas con ventanas temporales. Asimismo, Bilgen (2007) propone un modelo lineal posibilista para resolver el problema de la planificación de la distribución con costes inciertos de transporte y almacenamiento. Por otro lado, Liang y Cheng (2009) y Liang (2006, 2008a, 2008b) proponen modelos interactivos de programación matemática *fuzzy* para la resolución de problemas de transporte multiobjetivo contemplando objetivos difusos y la incertidumbre en la demanda y la capacidad de fabricación.

Sin embargo, otros autores han abordado el problema de la toma de decisiones asociadas al transporte como parte de la planificación conjunta de la producción y la distribución, o bien como parte de un problema global de planificación de aprovisionamiento, fabricación y distribución. En Peidro *et al.* (2009b) se realiza una revisión bibliográfica de modelos de planificación de CS bajo condiciones de incertidumbre.

Muchos problemas del mundo real implican la optimización simultánea de varios objetivos en conflicto. Estos problemas se caracterizan por una gran complejidad del espacio de decisión asociado, especialmente en condiciones de incertidumbre, siendo necesario emplear técnicas avanzadas de resolución (Deb 2001). Así pues, la programación matemática *fuzzy* puede aplicarse a la resolución de modelos de programación lineal multiobjetivo. La ventaja principal de los enfoques de programación matemática *fuzzy* es que pueden ser capaces de medir el grado de satisfacción de cada función objetivo de una forma explícita. Este aspecto puede ayudar al decisor a tomar su decisión final eligiendo una solución de compromiso entre el grado de satisfacción y la preferencia o importancia relativa de cada función objetivo (Torabi y Hassini 2008). En este sentido, Bit *et al.* (1993a), Bit *et al.* (1993b), Bit (2005), Jiménez y Verdegay (1998), Li y Lai (2000) y Lee y Li (1993) presentan enfoques de programación matemática *fuzzy* para la resolución de problemas de transporte multiobjetivo en casos de estudio bajo condiciones de incertidumbre.

Así pues, puede destacarse la necesidad de modelos con enfoques multiobjetivo aplicados a cadenas de suministro reales que permitan al decisor optimizar simultáneamente los objetivos en conflicto que regulan el uso de recursos limitados en las empresas. Será importante tener en cuenta este aspecto cuando se trate de resolver el problema PTCS considerado en este trabajo, el cual queda detallado en la sección siguiente.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema PTCS considerado en este trabajo corresponde a una CS de tipo diádica (Huang *et al.* 2003) perteneciente al sector del automóvil (Figura 1). Está formada por un fabricante de automóviles y un proveedor de primer nivel (*first-tier*) cuyo proceso de aprovisionamiento de

materiales y componentes se realiza según diferentes métodos de recogida asociados a los modos de carga completa o *full truck load* (FTL), carga parcial o *less than load* (LTL) y recogida en proveedores o *milk-round* (Hernández *et al.* 2008).

La planificación del transporte es generalmente responsabilidad del proveedor. Sin embargo, hay excepciones importantes, como en la industria del automóvil, en la que el ensamblador o fabricante controla el transporte de sus proveedores. En este caso, la planificación del transporte se desarrolla en la etapa de aprovisionamiento (Fleischmann 2005).

Así pues, el problema PTCS a nivel operativo considerado en este trabajo se define del siguiente modo:

Dados:

- Una topología de CS (proveedor de primer nivel y ensamblador).
- Datos de productos, como número de productos que caben en un contenedor, tamaño de lote de pedido, grupos de productos que han de pedirse de forma conjunta, etc.
- Datos de transporte, como capacidades de vehículos, número de vehículos disponibles en cada periodo, la ocupación mínima a mantener en cada camión, etc.
- Inventario inicial.
- Demanda del ensamblador a lo largo del horizonte de planificación.

Determinar:

- La cantidad a pedir de cada producto.
- El nivel de inventario de cada producto.
- El número de camiones necesarios en cada periodo y su ocupación.

Siendo los objetivos principales:

- Minimizar el número total de camiones empleados.
- Minimizar el nivel total de inventario para satisfacer la demanda del ensamblador sin incurrir en retrasos.

Asimismo, se asume que:

- La demanda del ensamblador es firme a lo largo de todo el horizonte de planificación. Al tratarse de un problema relativo al nivel operativo, el horizonte de planificación es corto y la demanda no tiende a variar.
- No se consideran los tiempos de transporte; únicamente se indica el periodo en el que se recibirán las cantidades a transportar independientemente de cuándo fueron pedidas al proveedor.

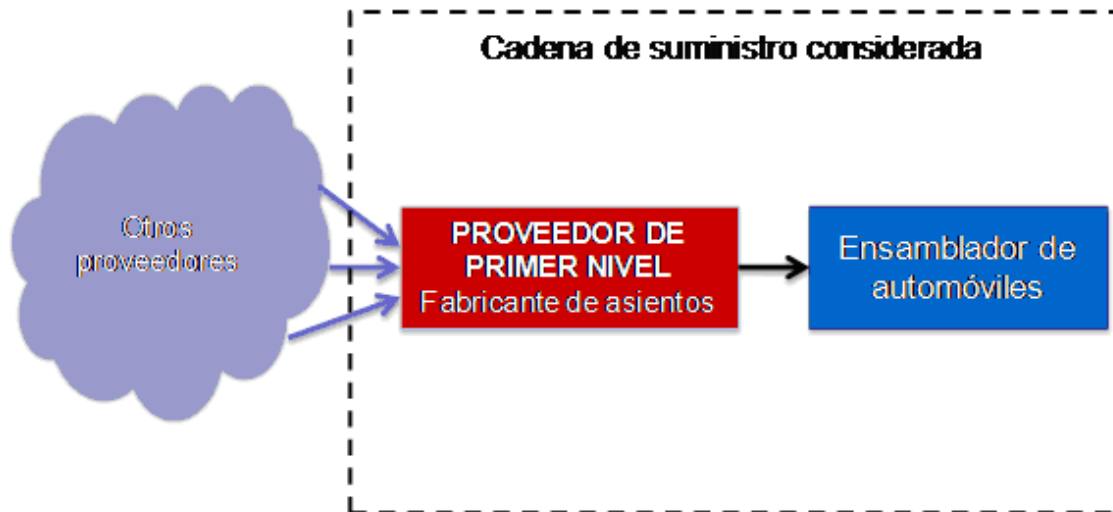


Figura 1. CS considerada.

3.1. Procedimiento heurístico

El proceso de toma de decisiones relativas a la planificación operativa del transporte en la CS considerada se realiza mediante un procedimiento heurístico soportado por una hoja de cálculo, a partir de la cual el personal del proveedor de primer nivel encargado del aprovisionamiento calcula las necesidades netas de materiales a corto plazo para satisfacer la demanda del ensamblador, minimizar los inventarios y mejorar la utilización de los recursos de transporte, sin incurrir en retrasos.

Los productos considerados en este problema corresponden a los materiales que componen la tapicería de los asientos fabricados. El proveedor de tela establece grupos de productos para los diferentes tipos de tejidos utilizados en un vehículo completo. Cada grupo se compone de tres elementos determinados por las diversas opciones ofrecidas por el ensamblador de coches a los clientes finales. El proveedor obliga que los pedidos sean realizados para cada grupo de productos de forma conjunta y según su tamaño de lote asociado, con un alto costo de penalización adicional para aquellas piezas pedidas de forma desequilibrada. Sin embargo, dadas las características del producto y su fácil deterioro una vez almacenado, puede suceder que no haya equilibrio entre los niveles de inventario de las diferentes piezas que componen un grupo.

El procedimiento heurístico comienza por la obtención del inventario inicial de cada producto al comienzo del período de planificación, junto con la demanda diaria de cada referencia. Los niveles de inventario y los valores de la demanda para cada producto en cada período determinan la decisión de pedir un nuevo camión. El proveedor suministra sus productos al principio de cada período, pero una vez que el ensamblador ha comenzado la producción. Como

no se puede permitir retraso en la demanda, si el inventario de algún producto al final del primer período es inferior al 40% del nivel de la demanda en el período siguiente, el planificador calcula la inclusión de un camión nuevo en el período 1.

La carga del camión se realiza en función de la capacidad disponibles (entre 84 y 90 contenedores por camión), las agrupaciones de productos que han de ser pedidos de forma conjunta y el tamaño de lote de pedido asociado a estos grupos. Así pues, una vez localizado el primer ítem cuyo nivel de inventario no excede, al menos, el 40% de la demanda en el periodo posterior, la cantidad necesaria para cubrir el resto de la demanda es introducida manualmente en la hoja de cálculo como múltiplo entero del lote de pedido correspondiente. De igual forma se procede con el resto de productos del grupo al que pertenece el ítem anterior. La hoja de cálculo actualiza el nivel de inventario incorporando las nuevas cantidades a pedir determinando, a su vez, la cantidad total de contenedores a cargar en el camión. Posteriormente, se repite la operación para el siguiente producto cuyo nivel de inventario esté por debajo del 40% de la demanda en el periodo siguiente, y así sucesivamente. En el caso de que exista espacio disponible adicional una vez calculadas todas las cantidades necesarias a pedir, puede completarse la capacidad del camión con lotes de productos cuya demanda sea más frecuente, respetando las agrupaciones de productos y los tamaños de lote de pedido correspondientes.

Si una vez actualizados los valores de inventario en función de las cantidades a pedir para el camión introducido, el stock de algún producto sigue siendo inferior al 40% de la demanda en el periodo siguiente, se repite el proceso añadiendo el número de camiones necesarios hasta que el nivel de inventario sea superior, al menos, al 40% de la demanda en el periodo siguiente. Este proceso se repetirá para todos los periodos a lo largo del horizonte de planificación.

El personal encargado del aprovisionamiento revisa los resultados obtenidos en el procedimiento heurístico y ocasionalmente modifican las cantidades calculadas para conseguir los objetivos más fácilmente. Según Allen y Liu (1995) y Evans *et al.* (1990), en la práctica, el personal logístico generalmente confía en su experiencia y en su juicio personal para elegir modos de transporte, consolidar envíos o seleccionar el modo de transporte, por lo que se obtienen decisiones subóptimas.

4. FORMULACIÓN DEL MODELO

Con la finalidad de mejorar los resultados obtenidos por el procedimiento heurístico empleado, se propone un nuevo modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo para la resolución de problemas PTCS a nivel operativo. El modelo propuesto considera objetivos y datos difusos asociados a los niveles de capacidad de transporte. La nomenclatura empleada en

el modelo propuesto, compuesta por índices, parámetros y variables de decisión, se detalla en la Tabla 1.

Tabla 1. Nomenclatura (una tilde ~ representa la borrosidad del parámetro)

Índices y conjuntos	
I :	Conjunto de productos ($i=1, 2, \dots, I$)
J :	Conjunto de grupos de productos que han de pedirse conjuntamente ($j=1, 2, \dots, J$)
K :	Conjunto de camiones ($k=1, 2, \dots, K$)
T :	Conjunto de periodos de tiempo en el horizonte de planificación ($t=1, 2, \dots, T$)
Variables de decisión	
Q_{ikt} :	Unidades a transportar del producto i en el camión k en el periodo t
G_{ikt} :	Unidades a transportar del producto i correspondientes el grupo j , en el camión k , en el periodo t
C_{kt} :	Contenedores transportados por el camión k en el periodo t
I_{it} :	Inventario del producto i al final del periodo t
K_{jkt} :	Número de lotes a pedir de los productos del grupo j , a transportar en el camión k , en el periodo t
Y_{kt} :	Variable binaria que toma el valor 1 si el camión k se utiliza en el periodo t y 0 en caso contrario
Funciones objetivo	
z_1 :	Número total de camiones utilizados
z_2 :	Inventario total a lo largo del horizonte de planificación
Parámetros	
u_i :	Número de unidades del producto i que caben en un contenedor
l_j :	Número de unidades que componen cada lote de pedido del grupo j
b_{ij} :	1 si el producto i pertenece al grupo j , 0 en caso contrario
D_{it} :	Demanda del producto i en el periodo t
\tilde{M} :	Capacidad máxima <i>fuzzy</i> de cada vehículo disponible
m :	Mínima capacidad a ocupar en cada vehículo
$I0_i$:	Inventario inicial del producto i

La formulación del modelo de programación *fuzzy* multiobjetivo es la siguiente:

Funciones objetivo:

- Minimización del número de camiones utilizado

$$\text{Min } z_1 \cong \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T Y_{kt} \quad (1)$$

- Minimización del inventario total generado

$$\text{Min } z_2 \cong \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T I_{it} \quad (2)$$

El símbolo “ \cong ” es la versión “fuzzificada” de “=” y se corresponde con la “fuzzificación” de los niveles de aspiración. En la práctica, la mayoría de los parámetros a considerar en un problema de planificación del transporte en una CS son inciertos por naturaleza, dado el carácter incompleto y/o la carencia de los datos necesarios a lo largo del horizonte de planificación que pueden obtenerse subjetivamente (Chen y Chang 2006). Para cada función objetivo se asume

que el decisor tiene objetivos difusos o *fuzzy*. Considerando la propiedad incierta del pensamiento humano puede asumirse que el decisor tiene un objetivo *fuzzy* $z_1(z_2)$ con un intervalo aceptable $[z_1^l(z_2^l), z_1^u(z_2^u)]$.

Así pues, sería muy satisfactorio que el valor de la función objetivo fuera menor que $z_1^l(z_2^l)$, pero inaceptable que estuviera por encima de $z_1^u(z_2^u)$ (Chen y Lee 2004). En consecuencia, las ecuaciones (1) y (2) son difusas e incorporan las variaciones en las estimaciones del decisor de las soluciones del problema de optimización multiobjetivo para la planificación del transporte en un entorno con incertidumbre. Por otra parte, es necesario que el decisor optimice simultáneamente los objetivos en conflicto en el marco de los niveles de aspiración difusos (Liang 2008a).

Restricciones:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} - D_{it} + \sum_{k=1}^K Q_{ikt} \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$Q_{ikt} = \sum_{j=1}^J G_{ijkt} \quad \forall i, k, t \quad (4)$$

$$G_{ijkt} = K_{jkt} \cdot l_j \cdot b_{ij} \quad \forall i, j, k, t \quad (5)$$

$$C_{kt} = \sum_{i=1}^I Q_{ikt} / u_i \quad \forall k, t \quad (6)$$

$$C_{kt} \leq \tilde{M} \cdot Y_{kt} \quad \forall k, t \quad (7)$$

$$C_{kt} \geq m \cdot Y_{kt} \quad \forall k, t \quad (8)$$

$$I_{it} \geq 0.4 \cdot D_{it+1} \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$I_{it}, Q_{ikt}, G_{ijkt}, C_{kt}, K_{jkt}, Y_{kt} \geq 0 \quad (10)$$

La ecuación (3) representa la restricción del balance del inventario. La ecuación (4) representa la cantidad total a pedir de cada producto, en cada camión, por cada periodo. La ecuación (5) establece la cantidad a pedir de cada producto, según cada una de las agrupaciones de productos a las que pertenece. La ecuación (6) calcula los contenedores a colocar en cada camión, en función de las cantidades a pedir por cada producto y de las unidades que caben por contenedor. La restricción (7) asegura que no se sobrepase el número máximo de contenedores que caben en cada camión, mientras que la ecuación (8) establece el mínimo de contenedores que se cargarán en cada camión. La ecuación (9) asegura un inventario capaz de cumplir al menos un 40% de la demanda del periodo siguiente. La ecuación (10) establece las condiciones de no negatividad de las variables de decisión.

En la práctica, la restricción (7) es difusa, dado que la capacidad total del camión depende de la combinación de los productos cargados, ya que aunque se conocen exactamente las dimensiones de cada uno de ellos, cuando se combinan con otros, la suma del total del espacio ocupado puede ser diferente a la suma aritmética de los espacios ocupados por cada uno de ellos independientemente. El resto de las restricciones se consideran con total certidumbre, ya que la información está disponible a lo largo de todo el horizonte de planificación. Asimismo, la demanda se considera firme puesto que, en este caso concreto, se trata de un problema definido en el nivel de decisión operativo, y por tanto en el corto plazo.

5. METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN

En este apartado se transforma, según diferentes enfoques propuestos en la literatura, el modelo de programación *fuzzy* multiobjetivo propuesto en la sección anterior en un modelo de programación matemática auxiliar equivalente para la planificación operativa del transporte en la CS de estudio. Para cada uno de los enfoque empleados, se toman funciones de pertenencia lineales para la representación de las funciones objetivo *fuzzy* y el patrón de distribuciones de posibilidad triangulares para representar el parámetro difuso de la capacidad por vehículo.

5.1. Enfoques de programación *fuzzy* multiobjetivo

La investigación de operaciones se ha centrado tradicionalmente en la búsqueda de una única solución óptima y su optimalidad es generalmente de corta duración debido a que no se tiene en cuenta el carácter dinámico, adaptativo y de aprendizaje en el proceso de toma de decisiones (Lai y Hwang 1994a). Mediante el uso de un paradigma con interactivo, con incorporación progresiva de información, los enfoques de programación *fuzzy* interactiva mejoran la flexibilidad y la robustez de las técnicas para la toma de decisiones multiobjetivo, permitiendo al decisor aprender y reconocer las soluciones apropiadas así como la importancia relativa de los diferentes factores del sistema. Entre los métodos correspondientes a la incorporación progresiva de información de preferencias del decisor destacan los enfoques de Lai y Hwang (1994b), Li *et al.* (2006), Selim y Ozkarahan (2008) y Torabi y Hassini (2008), entre otros. Lai y Hwang (1994b) desarrollan el enfoque max-min aumentado, mientras que Selim y Ozkarahan (2008) proponen una versión modificada del enfoque de Werners (1987a; 1987b). Por otro lado, Li *et al.* (2006) proponen un enfoque *fuzzy* en dos fases. A continuación, se exponen los enfoques de programación *fuzzy* empleados en este trabajo:

Enfoque de Zimmerman (1978) (modelo ZM)

Según el enfoque de Zimmermann (1978), basado en el operador min de Bellman y Zadeh (1970), un modelo multiobjetivo puede transformarse en un modelo auxiliar equivalente con un único objetivo mediante la maximización de una variable auxiliar λ :

$$\begin{aligned}
& \text{Max} && \lambda && (11) \\
& \text{sujeto a} && \lambda \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \dots, N \\
& && x \in X, \lambda, \mu_k(x) \in [0,1]
\end{aligned}$$

Enfoque de Lai y Hwang (1993) (modelo LH)

Para reducir las deficiencias del enfoque de Zimmermann (1978), Lai y Hwang (1993) proponen el enfoque max-min aumentado, según el cual un modelo multiobjetivo puede expresarse del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
& \text{Max} && \lambda(x) = \lambda_0 + \delta \sum_k \theta_k \mu_k(x) && (12) \\
& \text{sujeto a} && \lambda_0 \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \dots, N \\
& && x \in X, \lambda_0, \mu_k(x) \in [0,1]
\end{aligned}$$

λ_0 corresponde con el mínimo grado de satisfacción de las funciones objetivo, $\mu_k(x)$ con sus funciones de pertenencia, θ_k corresponde con los pesos conferidos por el decisor, según sus preferencias, a cada uno de los k objetivos, y δ es un número positivo lo suficientemente pequeño, pudiendo tomar un valor de 0.01 (Lai y Hwang 1993; 1994b). Asimismo, x debe pertenecer al espacio de soluciones factibles X .

Enfoque de Li et al. (2006) (modelo LZL)

Li et al. (2006) proponen un enfoque en dos fases que mejora el enfoque para la obtención de soluciones por compromiso propuesto por Wu y Guu (2001). En este enfoque se realizan los siguientes pasos:

1. Se resuelve el problema multiobjetivo mediante el enfoque de Zimmermann (1978) y se calculan los valores que adoptan las funciones de pertenencia asociadas a cada objetivo $\mu_k(x^0)$, donde $1 \leq k \leq N$
2. Hacer la asignación $\lambda_k^l = \mu_k(x^0)$ y resolver el modelo:

$$\begin{aligned}
& \text{Max} && \lambda(x) = \sum_k \theta_k \lambda_k(x) && (13) \\
& \text{sujeto a} && \lambda_k^l \leq \lambda_k \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \dots, N \\
& && x \in X, \lambda_k^l, \mu_k(x) \in [0,1]
\end{aligned}$$

Enfoque de Selim y Ozkarahan (2008) (modelo WM)

Selim y Ozkarahan (2008) proponen un nuevo enfoque para la resolución de problemas de programación matemática multiobjetivo basado en el método de Werners (1988). Según los autores, un modelo multiobjetivo puede formularse del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \lambda(x) = \gamma\lambda_0 + (1-\gamma)\sum_k \theta_k \lambda_k & (14) \\ \text{sujeto a} \quad & \mu_h(x) \geq \lambda_0 + \lambda_k \text{ para } k=1, 2, \dots, N \\ & x \in X, \gamma, \lambda_0, \lambda_k \in [0,1] \end{aligned}$$

En este modelo, λ_0 y $\mu_k(x)$ corresponden con el mínimo grado de satisfacción global y el grado de satisfacción del objetivo k-ésimo respectivamente. Por otro lado, el parámetro γ corresponde con el coeficiente de compensación entre objetivos.

Enfoque de Torabi y Hassini (2008) (modelo TH)

Torabi y Hassini (2008) proponen un enfoque para la resolución de problemas de programación matemática multiobjetivo basado en la fusión de los enfoques propuestos por Lai y Hwang (1993) y Selim y Ozkarahan (2008). Así pues, según los autores un problema multiobjetivo puede expresarse según el problema lineal equivalente determinado por:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \lambda(x) = \gamma\lambda_0 + (1-\gamma)\sum_k \theta_k \mu_k(x) & (15) \\ \text{sujeto a} \quad & \lambda_0 \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \dots, N \\ & x \in X, \lambda_0, \gamma \in [0,1] \end{aligned}$$

donde $\mu_k(x)$ y $\lambda_0 = \min_k \{ \mu_k(x) \}$ corresponden con el grado de satisfacción del objetivo k-ésimo y con el mínimo grado de satisfacción global de los objetivos, respectivamente. Por otro lado, θ_k y γ corresponden con los pesos asociados a cada una de las funciones objetivo y al coeficiente de compensación, respectivamente. Los parámetros θ_k son controlados por el decisor en función de sus preferencias de tal forma que $\sum_k \theta_k = 1, \theta_k > 0$. Asimismo, γ controla el nivel mínimo de satisfacción de los objetivos así como el grado de compromiso entre éstos, pudiendo obtenerse soluciones con distintos niveles de balanceo en función de las preferencias del decisor.

5.2. Resolución del problema de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo

Existen diferentes formas posibles para representar una función de pertenencia: lineal, exponencial, hiperbólica, lineal a trozos, etc. (en Peidro y Vasant (2009) se presenta una comparación entre las más destacadas). Entre los diferentes tipos de funciones de pertenencia, el

más viable para la resolución de problemas de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo es el de funciones de pertenencia lineales, siendo su ventaja principal la generación de modelos lineales computacionalmente eficientes. Aún así, puede haber preferencias por otro tipo de patrones con diferentes aplicaciones (Zimmermann 1975; Zimmermann 1978; Tanaka *et al.* 1984).

Así pues, las funciones de pertenencia asociadas a las funciones objetivo del modelo propuesto se formulan como funciones de pertenencia lineales y decrecientes, puesto que se tratan de objetivos a minimizar. De forma analítica, estas funciones de pertenencia se expresan del siguiente modo:

$$\mu_1(z_1) = \begin{cases} 1 & z_1 < z_1^l \\ \frac{z_1^u - z_1}{z_1^u - z_1^l} & z_1^l < z_1 < z_1^u \\ 0 & z_1 > z_1^u \end{cases} \quad (16)$$

$$\mu_2(z_2) = \begin{cases} 1 & z_2 < z_2^l \\ \frac{z_2^u - z_2}{z_2^u - z_2^l} & z_2^l < z_2 < z_2^u \\ 0 & z_2 > z_2^u \end{cases} \quad (17)$$

donde $\mu_1(z_1)$ y $\mu_2(z_2)$ son las funciones de pertenencia de z_1 y z_2 , y z_1^u y z_2^u son los valores máximos de las funciones objetivo, mientras que z_1^l y z_2^l son los límites inferiores.

Por otro lado, para expresar la imprecisión de la máxima capacidad disponible por camión, en la restricción (7) se adopta el patrón de distribuciones de posibilidad triangulares (Liang 2006; Wang y Liang 2005; Lai y Hwang 1992), lo que permite la “defuzzificación” del parámetro difuso y su conversión en un valor concreto. Aquellos lectores interesados en conocer otros enfoques de representación y defuzzificación de parámetros difusos aplicados a una CS pueden consultar Peidro (2006).

Por lo tanto, dada la posibilidad mínima aceptable (β) la restricción *fuzzy* (7) se transforma en una restricción concreta equivalente del siguiente modo:

$$C_{kt} \leq (w_1 M_{\beta}^p + w_2 M_{\beta}^m + w_3 M_{\beta}^o) \cdot Y_{jt} \quad (18)$$

donde $w_1 + w_2 + w_3 = 1$, y w_1 , w_2 y w_3 corresponden a los pesos de los valores más pesimista, más posible y más optimista de la máxima capacidad disponible por vehículo. Según el concepto de valores más probables propuesto por Lai y Hwang (1992) y otros trabajos relevantes (Liang 2006; Wang y Liang 2005), se toman como valores $w_2 = 4/6$, $w_1 = w_3 = 1/6$ y $\beta = 0.5$.

Así pues, puede determinarse cada función de pertenencia mediante la especificación por parte del decisor del intervalo impreciso de valores para cada función objetivo (1) y (2), así como los valores máximo y mínimo del recurso *fuzzy* (18).

5.3. Procedimiento de resolución

En este trabajo, se adapta el procedimiento interactivo de resolución propuesto por Liang (2008a) para la resolución de problemas PTCS a nivel operativo, tomando como base el trabajo de Peidro *et al.* (2009a). Este procedimiento proporciona un marco sistemático que facilita el proceso de toma de decisiones bajo incertidumbre, permitiendo al decisor ajustar interactivamente la dirección de búsqueda durante el proceso de resolución con la finalidad de obtener una solución satisfactoria (Liang 2008a).

Así pues, el procedimiento de resolución propuesto se compone de las siguientes fases:

- Fase 1. Formular el modelo de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo original para la resolución de problemas PTCS, según las ecuaciones (1) hasta (10).
- Fase 2. Especificar las funciones de pertenencia correspondientes a las funciones objetivo y restricciones *fuzzy* según las ecuaciones (16) hasta (18).
- Fase 3. Determinar la posibilidad mínima aceptable (β) para la restricción *fuzzy* y especificar los valores correspondientes a la importancia relativa de las funciones objetivo (θ_k) y el coeficiente de compensación (γ).
- Fase 4. Transformar el modelo original de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo en un modelo de programación lineal entera mixta mono-objetivo equivalente mediante la aplicación de alguno de los enfoques expuestos anteriormente.
- Fase 5. Resolver el modelo obtenido mediante el uso de un *solver* de programación lineal entera mixta y obtener una solución inicial de compromiso para el problema PTCS.
- Fase 6. Si la solución obtenida es satisfactoria para el decisor se finaliza el procedimiento. En caso contrario, volver a la Fase 2 y buscar una nueva solución satisfactoria mediante el ajuste de los parámetros controlables ($\beta, \theta_k, \gamma, \tilde{M}$).

6. APLICACIÓN A UNA CADENA DE SUMINISTRO DEL SECTOR DEL AUTOMÓVIL

El modelo propuesto ha sido evaluado con datos relativos a una cadena de suministro real del sector del automóvil, con estructura diádica, compuesta por un proveedor de primer nivel encargado de la fabricación de asientos y por un ensamblador de automóviles. Asimismo, se realiza una evaluación de los resultados obtenidos por los diferentes enfoques empleados a partir de los datos asociados al problema de planificación operativa del transporte descrito.

6.1. Implementación y resolución

Los modelos propuestos han sido implementados con el lenguaje de optimización GAMS y resueltos mediante el *solver* Xpress-MP en el servidor de cálculo NEOS Server (Czyzyk *et al.* 1998; Gropp y Moré 1997). Los modelos han sido ejecutados para un periodo de planificación de 7 días, con 96 productos diferentes que conforman un total de 54 agrupaciones y que corresponden a un único proveedor que transporta sus productos mediante camiones completos con una ocupación mínima de 86 contenedores por vehículo. Por otro lado, a excepción del enfoque de Zimmermann (1978), en el resto de enfoques el decisor puede expresar la importancia que confiere a los objetivos lingüísticamente tal que $\theta_2 > \theta_1$ y basándose en esta relación se establece un vector de pesos $\theta = (0.1, 0.9)$. En este caso, para el decisor es más importante minimizar los niveles de inventario por lo que es deseable una solución desbalanceada con un mayor grado de satisfacción de z_2 . Estos pesos se establecen para la totalidad de los experimentos computacionales realizados en el presente trabajo. Asimismo, para favorecer la obtención de soluciones desbalanceadas se establece un valor de coeficiente de compensación $\gamma=0.1$ para los enfoques de Selim y Ozkarahan (2008) y Torabi y Hassini (2008).

La Tabla 2, recogida en el Anexo I, muestra los datos básicos asociados a los productos como son los grupos a los que pertenecen, el inventario inicial y el número de unidades que caben en un contenedor. Por otro lado, la Tabla 3 (Anexo I) recoge los datos de la demanda del ensamblador a lo largo del horizonte de planificación.

6.2. Comparación de resultados

En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos por los diferentes modelos, tomando solamente para los enfoques con coeficiente de compensación aquellos en los que éste toma el valor de $\gamma=0.1$. Además del número de camiones empleado, del inventario total generado, de la ocupación media de los vehículos y de los grados de satisfacción asociados a cada objetivo, también se muestra el tiempo de CPU necesario para la resolución de cada uno de los modelos en el servidor de cálculo NEOS Server.

Los resultados obtenidos por el enfoque max-min de Zimmermann igualan el número de camiones obtenidos por el procedimiento heurístico, pero son superiores en el valor total de inventario generado. Sin embargo, el resto de enfoques aplicados, además de utilizar el mismo número de camiones que en el procedimiento heurístico, consiguen obtener valores inferiores de inventario total, especialmente los modelos LZL, WM y TH. Asimismo, el valor de ocupación media obtenido en todos los enfoques empleados es superior al obtenido según el procedimiento heurístico.

Tabla 2. Comparación de resultados entre modelos

Ítem	Proced. heurístico	Modelo ZM	Modelo LH	Modelo LZL	Modelo WM ($\gamma=0.1$)	Modelo TH ($\gamma=0.1$)
Camiones (z_1)	7	7	7	7	7	7
Inventario (z_2)	63865 unidades	68720 unidades	60080 unidades	56552 unidades	56264 unidades	56528 unidades
Ocupación de vehículos (promedio)	86.71 contenedores	89.29 contenedores	87.86 contenedores	87.27 contenedores	87.57 contenedores	87.71 contenedores
μ_1	No aplicable	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875
μ_2		0.892	0.942	0.962	0.964	0.962
$\lambda(x)$		0.875	0.884	0.954	0.860	0.946
T_{CPU} (s)		1.98	1.55	12.3	22.21	14.18
$[z_1^l, z_1^u]$		$z_1^l = 6 \quad z_1^u = 14$				
$[z_2^l, z_2^u]$	$z_2^l = 50,000 \quad z_2^u = 223,700$					
\tilde{M}	$M_\beta^p = 88; M_\beta^m = 92; M_\beta^o = 96$					

Los modelos LZL, WM y TH obtienen los valores de inventario inferiores a los enfoques ZM y LH, siendo el WM el que ofrece un valor mínimo de stock generado. Por otro lado, entre los modelos LZL, WM y TH, este último es el que ofrece un valor de ocupación media superior. Sin embargo, los modelos LH y ZM son los que obtienen unos valores de ocupación media superiores. Asimismo, los enfoques LH y ZM necesitan un tiempo de CPU inferior a 2 s, mientras que los modelos LZL, WM y TH muestran unos valores de tiempo de cómputo superiores. Entre ellos, el modelo WM necesita de un total de 22.21 segundos de CPU mientras que el modelo TH utiliza 14.18 segundos y el modelo LZL 12.3 segundos.

A partir de los resultados mostrados puede concluirse que tanto el modelo WM como el TH presentan mejores características que el resto de enfoques considerados. Además de utilizar los pesos asociados a cada función objetivo, estos modelos consideran la existencia del coeficiente de compensación (γ). Este parámetro permite controlar el mínimo nivel de satisfacción de los objetivos y grado de compromiso entre éstos. Un valor reducido de γ permite dirigir el modelo a encontrar una solución mejor para la función objetivo con mayor peso o preferencia por parte del decisor. Esta característica permite al decisor regular el proceso interactivo de resolución en función de su preferencia mayoritaria de la minimización del inventario respecto a la minimización del uso de camiones. Ambos modelos, presentan resultados similares en cuando a la cifra total de stock generado, a la ocupación media de los vehículos utilizados y a las distancias obtenidas, sin embargo el valor del tiempo de CPU necesario para resolver el modelo es significativamente superior en el caso del modelo WM respecto al modelo TH. Por lo tanto, el enfoque de Torabi y Hassini (2008) puede considerarse más adecuado aplicar al problema abordado.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolla un modelo nuevo basado en la programación matemática *fuzzy* multiobjetivo como herramienta para la toma de decisiones relativas a la planificación operativa del transporte en una CS del sector del automóvil. Los objetivos del modelo propuesto son la minimización del número de camiones empleados y del inventario total generado a lo largo del horizonte de planificación. El modelo planteado es transformado en un modelo mono-objetivo de programación lineal equivalente mediante la aplicación de diferentes enfoques interactivos de programación matemática *fuzzy*. Para ello, es necesario definir las funciones objetivo y las restricciones *fuzzy* con funciones de pertenencia que representen el grado de satisfacción del decisor correspondiente con su nivel de cumplimiento. En este trabajo se toman funciones de pertenencia lineales para la representación de las funciones objetivo *fuzzy* y el patrón de distribuciones de posibilidad triangulares para representar el parámetro difuso de la capacidad máxima por vehículo. Mediante el uso de un paradigma interactivo, los enfoques de programación *fuzzy* mostrados mejoran la flexibilidad y la robustez de las técnicas para la toma de decisiones multiobjetivo, permitiendo al decisor aprender y reconocer las soluciones apropiadas así como la importancia relativa de los diferentes factores del sistema mediante la indicación de los pesos asociados a cada objetivo y, especialmente, del coeficiente de compensación. Los diferentes resultados obtenidos muestran que los diferentes enfoques utilizados mejoran los resultados del procedimiento heurístico para la toma de decisiones utilizado en la CS de estudio.

La limitación principal de este trabajo es la asunción de linealidad de la función de pertenencia que representa los objetivos y los valores de capacidad, ya que en contextos reales el decisor debería generar funciones de pertenencia basadas en juicios subjetivos y/o datos históricos. Se propone el uso futuro de funciones de pertenencia no lineales aplicadas a la resolución de problemas PTCS bajo condiciones de incertidumbre. Por consiguiente, se hace necesario el uso de técnicas avanzadas de resolución basadas en algoritmos evolutivos y *soft computing* para reducir los tiempos de cómputo necesarios para resolver este tipo de problemas eficientemente.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está financiado por el Proyecto Nacional del Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) del Gobierno Español titulado: “Modelos de optimización *fuzzy* y computación evolutiva y de simulación de los procesos de planificación de la producción y del transporte en una cadena de suministro. Propuesta de planificación colaborativa soportada por sistemas multi-agente. Integración en un sistema de decisión. Aplicaciones” (Ref. DPI2007-65501). Asimismo, esta investigación ha sido también financiada mediante una beca doctoral concedida por el Ministerio de Educación del Gobierno de España al primer autor (AP2008-01968). www.cigip.upv.es/evolution.

ANEXO I. DATOS Y DEMANDAS DE LOS PRODUCTOS

Tabla 3. Datos de los productos

Producto (i)	Grupos (j)	I_{0i} (unidades)	u_i (unidades)
Ítem 1	1	292	50
Ítem 2	2	95	50
Ítem 3	3	55	50
Ítem 4	4	11	50
Ítem 5	1, 2, 3, 4	448	100
Ítem 6	1, 2, 3, 4	388	25
Ítem 7	5	286	50
Ítem 8	6	0	50
Ítem 9	5, 6	276	100
Ítem 10	5, 6	276	25
Ítem 11	7	0	50
Ítem 12	8	0	50
Ítem 13	7, 8	0	100
Ítem 14	7, 8	0	25
Ítem 15	9	148	50
Ítem 16	10	0	50
Ítem 17	9, 10	273	100
Ítem 18	9, 10	218	25
Ítem 19	11	21	50
Ítem 20	12	0	50
Ítem 21	11, 12	26	100
Ítem 22	11, 12	21	25
Ítem 23	13	55	25
Ítem 24	14	0	50
Ítem 25	13, 14	50	100
Ítem 26	13, 14	50	25
Ítem 27	15	57	25
Ítem 28	16	0	50
Ítem 29	15, 16	82	100
Ítem 30	15, 16	62	25
Ítem 31	17	61	20
Ítem 32	18	0	20
Ítem 33	17, 18	211	40
Ítem 34	17, 18	201	20
Ítem 35	19, 21	36	20
Ítem 36	20, 22	0	20
Ítem 37	19, 20, 21, 22	31	20
Ítem 38	19, 20	36	10
Ítem 39	21, 22	0	10
Ítem 40	23, 25	9	20
Ítem 41	24, 26	0	20
Ítem 42	23, 24, 25, 26	9	20
Ítem 43	23, 24	9	10
Ítem 44	25, 26	0	10
Ítem 45	27	8	20
Ítem 46	28	0	20
Ítem 47	27, 28	23	20
Ítem 48	27, 28	23	10
Ítem 49	29	93	48

Producto (i)	Grupos (j)	I_{0i} (unidades)	u_i (unidades)
Ítem 50	30	4	48
Ítem 51	29, 30	142	96
Ítem 52	29, 30	137	48
Ítem 53	31	410	48
Ítem 54	32	178	48
Ítem 55	33	60	48
Ítem 56	31, 32, 33	698	96
Ítem 57	31, 32, 33	683	48
Ítem 58	34	50	48
Ítem 59	35	75	48
Ítem 60	36	50	48
Ítem 61	34, 35, 36	175	96
Ítem 62	34, 35, 36	175	48
Ítem 63	37	57	48
Ítem 64	38	0	48
Ítem 65	39	50	48
Ítem 66	37, 38, 39	102	96
Ítem 67	37, 38, 39	102	48
Ítem 68	40	78	48
Ítem 69	41	0	48
Ítem 70	42	10	48
Ítem 71	40, 41, 42	128	96
Ítem 72	40, 41, 42	118	48
Ítem 73	43	11	48
Ítem 74	44	0	48
Ítem 75	43, 44	51	96
Ítem 76	43, 44	41	48
Ítem 77	45	83	48
Ítem 78	46	0	48
Ítem 79	45, 46	138	96
Ítem 80	45, 46	138	48
Ítem 81	47	88	48
Ítem 82	48	22	48
Ítem 83	47, 48	120	96
Ítem 84	47, 48	125	48
Ítem 85	49	307	48
Ítem 86	50	23	48
Ítem 87	49, 50	325	96
Ítem 88	49, 50	360	48
Ítem 89	51	40	24
Ítem 90	52	0	24
Ítem 91	51, 52	40	48
Ítem 92	51, 52	20	24
Ítem 93	53	62	24
Ítem 94	54	0	24
Ítem 95	53, 54	72	48
Ítem 96	53, 54	57	24

Tabla 4. Demanda por producto y día

Producto (i)	Demanda							
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
Ítem 1	170	162	107	130	111	71	140	135
Ítem 2	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 3	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 4	0	0	0	20	37	57	16	17
Ítem 5	170	162	107	150	148	128	156	152
Ítem 6	170	162	107	150	148	128	156	152
Ítem 7	129	130	110	94	71	31	4	0
Ítem 8	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 9	129	130	110	94	71	31	4	0
Ítem 10	129	130	110	94	71	31	4	0
Ítem 11	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 12	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 13	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 14	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 15	173	178	176	205	216	270	269	281
Ítem 16	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 17	173	178	176	205	216	270	269	281
Ítem 18	173	178	176	205	216	270	269	281
Ítem 19	3	2	0	11	24	6	1	5
Ítem 20	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 21	3	2	0	11	24	6	1	5
Ítem 22	3	2	0	11	24	6	1	5
Ítem 23	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 24	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 25	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 26	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 27	0	1	0	0	1	1	9	0
Ítem 28	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 29	0	1	0	0	1	1	9	0
Ítem 30	0	1	0	0	1	1	9	0
Ítem 31	54	55	54	65	66	82	78	81
Ítem 32	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 33	54	55	54	65	66	82	78	81
Ítem 34	54	55	54	65	66	82	78	81
Ítem 35	2	2	4	1	0	2	1	0
Ítem 36	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 37	2	2	4	1	0	2	1	0
Ítem 38	2	2	4	1	0	2	1	0
Ítem 39	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 40	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 41	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 42	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 43	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 44	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 45	0	0	0	4	5	9	10	11
Ítem 46	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 47	0	0	0	4	5	9	10	11
Ítem 48	0	0	0	4	5	9	10	11
Ítem 49	38	36	32	31	39	40	39	39
Ítem 50	0	0	11	0	0	0	0	0
Ítem 51	38	36	43	31	39	40	39	39

Producto (i)	Demanda							
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
Ítem 52	38	36	43	31	39	40	39	39
Ítem 53	320	333	382	259	379	381	363	347
Ítem 54	89	57	0	155	8	15	17	10
Ítem 55	18	21	56	16	46	18	19	49
Ítem 56	427	411	438	430	433	414	399	406
Ítem 57	427	411	438	430	433	414	399	406
Ítem 58	11	5	4	6	1	7	6	2
Ítem 59	1	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 60	10	27	0	1	10	23	23	17
Ítem 61	22	32	4	7	11	30	29	19
Ítem 62	22	32	4	7	11	30	29	19
Ítem 63	5	11	15	2	5	13	17	32
Ítem 64	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 65	5	1	0	0	3	1	2	0
Ítem 66	10	12	15	2	8	14	19	32
Ítem 67	10	12	15	2	8	14	19	32
Ítem 68	3	5	8	19	3	10	2	6
Ítem 69	0	0	0	1	0	0	0	0
Ítem 70	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 71	3	5	8	20	3	10	2	6
Ítem 72	3	5	8	20	3	10	2	6
Ítem 73	4	3	0	1	4	3	4	3
Ítem 74	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 75	4	3	0	1	4	3	4	3
Ítem 76	4	3	0	1	4	3	4	3
Ítem 77	4	6	14	1	7	9	8	9
Ítem 78	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 79	4	6	14	1	7	9	8	9
Ítem 80	4	6	14	1	7	9	8	9
Ítem 81	29	28	54	0	38	29	59	49
Ítem 82	1	0	0	0	20	0	16	57
Ítem 83	30	28	54	0	58	29	75	106
Ítem 84	30	28	54	0	58	29	75	106
Ítem 85	369	381	332	426	329	323	314	309
Ítem 86	16	6	4	3	26	60	24	0
Ítem 87	385	387	336	429	355	383	338	309
Ítem 88	385	387	336	429	355	383	338	309
Ítem 89	0	0	0	0	1	0	0	0
Ítem 90	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 91	0	0	0	0	1	0	0	0
Ítem 92	0	0	0	0	1	0	0	0
Ítem 93	6	8	8	11	9	0	6	3
Ítem 94	0	0	0	0	0	0	0	0
Ítem 95	6	8	8	11	9	0	6	3
Ítem 96	6	8	8	11	9	0	6	3

REFERENCIAS

- Allen, W.B. y Liu, D., 1995. Service Quality and Motor Carrier Costs: An Empirical Analysis. *The Review of Economics and Statistics*, 77(3), 499–510.
- Arunachalam, R. y Sadeh, N.M., 2005. The supply chain trading agent competition. *Electronic Commerce Research and Applications*, 4(1), 66–84.
- Bellman, R.E. y Zadeh, L.A., 1970. Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17(4), 141–164.
- Bilgen, B., 2007. Possibilistic Linear Programming in Blending and Transportation Planning Problem. In *Applications of Fuzzy Sets Theory*. 20–27.
- Bit, A.K., 2005. Fuzzy programming with hyperbolic membership functions for multi-objective capacitated solid transportation problem. *The Journal of Fuzzy Mathematics*, 13(2), 373–385.
- Bit, A.K., Biswal, M.P. y Alam, S.S., 1993a. An additive fuzzy programming model for multiobjective transportation problem. *Fuzzy Sets and Systems*, 57(3), 313–319.
- Bit, A.K., Biswal, M.P. y Alam, S.S., 1993b. Fuzzy programming approach to multiobjective solid transportation problem. *Fuzzy Sets and Systems*, 57(2), 183–194.
- Cisheng, C., Ying, W. y Qichao, H., 2008. Study on Truck Stowage Planning of Cargo Distribution Center in a Town. En: *Proceedings International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA)*, 2008, 509–512.
- Coyle, J., Edward, J. y Langley, C., 2003. *The Management of Business Logistics: A Supply Chain Perspective 7th ed.*, Western/Thompson Learning.
- Czyzyk, J., Mesnier, M. y More, J., 1998. The NEOS Server. *Computational Science & Engineering, IEEE*, 5(3), 68–75.
- Chen, C. y Lee, W., 2004. Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices. *Computers & Chemical Engineering*, 28(6-7), 1131–1144.
- Chen, S. y Chang, P., 2006. A mathematical programming approach to supply chain models with fuzzy parameters. *Engineering Optimization*, 38(6), 647–669.
- Christopher, M. y Towill, D., 2001. An integrated model for the design of agile supply chains. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 31(4), 235–246.
- Deb, K., 2001. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, John Wiley and Sons.
- Ellram, L.M., 1991. Supply-Chain Management: The Industrial Organisation Perspective. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 21(1), 13–22.
- Ertogral, K., 2008. Multi-item single source ordering problem with transportation cost: A Lagrangian decomposition approach. *European Journal of Operational Research*, 191(1), 156–165.
- Evans, K., Feldman, H. y Foster, J., 1990. Purchasing motor carrier service: an investigation of the criteria used by small manufacturing firms. *Journal of Small Business Management*, 28(1), 39–47.
- Fleischmann, B., 2005. Distribution and Transport Planning. In *Supply Chain Management and Advanced Planning*. 229–244

- Gropp, W. y Moré, J., 1997. Optimization Environments and the NEOS Server. In *Approximation Theory and Optimization*. Cambridge University Press, 167–182.
- Hernández, J.E, Mula, J., Ferriols, F.J. y Poler, R., 2008. A conceptual model for the production and transport planning process: An application to the automobile sector. *Computers in Industry*, 59(8), 842–852.
- Huang, G., Lau, J. y Mak, K., 2003. The impacts of sharing production information on supply chain dynamics: a review of the literature. *International Journal of Production Research*, 41, 1483–1517.
- Jiménez, F. y Verdegay, J.L., 1999. Solving fuzzy solid transportation problems by an evolutionary algorithm based parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 117(3), 485–510.
- Jiménez, F. y Verdegay, J.L., 1998. Uncertain solid transportation problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 100(1-3), 45–57.
- Lai, Y. y Hwang, C., 1994a. *Fuzzy multiple objective decision making: methods and applications*, Berlin: Springer.
- Lai, Y. y Hwang, C., 1994b. Interactive fuzzy multiple objective decision making. In *Fuzzy Optimization*. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 179–198.
- Lai, Y. y Hwang, C., 1992. A new approach to some possibilistic linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 49(2), 121–133.
- Lai, Y. y Hwang, C., 1993. Possibilistic linear programming for managing interest rate risk. *Fuzzy Sets and Systems*, 54(2), 135–146.
- Lee, E.S. y Li, R.J., 1993. Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum. *Fuzzy Sets and Systems*, 53(3), 275–288.
- Li, L. y Lai, K.K., 2000. A fuzzy approach to the multiobjective transportation problem. *Computers & Operations Research*, 27(1), 43–57.
- Li, X., Zhang, B. y Li, H., 2006. Computing efficient solutions to fuzzy multiple objective linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(10), 1328–1332.
- Liang, T., 2006. Distribution planning decisions using interactive fuzzy multi-objective linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(10), 1303–1316.
- Liang, T., 2008a. Interactive multi-objective transportation planning decisions using fuzzy linear programming. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 25(1), 11–31.
- Liang, T., 2008b. Fuzzy multi-objective production/distribution planning decisions with multi-product and multi-time period in a supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 55(3), 676–694.
- Liang, T. y Cheng, H., 2009. Application of fuzzy sets to manufacturing/distribution planning decisions with multi-product and multi-time period in supply chains. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 3367–3377.
- Lu, Q. y Dessouky, M., 2004. An Exact Algorithm for the Multiple Vehicle Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, 38(4), 503–514.
- Pan, Z., Tang, J. y Fung, R.Y., 2009. Synchronization of inventory and transportation under flexible vehicle constraint: A heuristics approach using sliding windows and hierarchical tree structure. *European Journal of Operational Research*, 192(3), 824–836.

- Peidro, D., 2006. Modelos para la planificación táctica centralizada en una cadena de suministro bajo incertidumbre. Aplicación en una cadena de suministro del sector del automóvil. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Peidro, D., Diaz-Madroñero, M. y Mula, J., 2009a. Operational transport planning in an automobile supply chain: an interactive fuzzy multi-objective approach. En *Recent advances in computational intelligence, man-machine systems and cybernetics*. WSEAS, 121–127.
- Peidro, D., Mula, J., Poler, R. y Lario, F., 2009b. Quantitative models for supply chain planning under uncertainty: a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 43(3), 400–420.
- Peidro, D., Mula, J., Poler, R. y Verdegay, J., 2009c. Fuzzy optimization for supply chain planning under supply, demand and process uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(18), 2640–2657.
- Peidro, D. y Vasant, P., 2009. Fuzzy Multi-Objective Transportation Planning with Modified S-Curve Membership Function. En *Proceedings 2nd Global Conference Power Control and Optimization*, 101–110.
- Selim, H. y Ozkarahan, I., 2008. A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 36(3), 401–418.
- Shih, L., 1999. Cement transportation planning via fuzzy linear programming. *International Journal of Production Economics*, 58(3), 277–287.
- Tanaka, H., Ichihashi, H. y Asai, K., 1984. A formulation of fuzzy linear programming problem bases on comparison of fuzzy numbers. *Control and Cybernetics*, 13, 185–194.
- Torabi, S. y Hassini, E., 2008. An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(2), 193–214.
- Wang, R. y Liang, T., 2005. Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. *International Journal of Production Economics*, 98(3), 328–341.
- Werners, B., 1988. Aggregation models in mathematical programming. En *Mathematical Models for Decision Support*. Springer, 295–305.
- Werners, B., 1987a. An interactive fuzzy programming system. *Fuzzy Sets and Systems*, 23(1), 131–147.
- Werners, B., 1987b. Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints. *European Journal of Operational Research*, 31(3), 342–349.
- Wu, Y. y Guu, S., 2001. A compromise model for solving fuzzy multiple objective linear programming problems. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 18(5), 87–93.
- Zheng, Y. y Liu, B., 2006. Fuzzy vehicle routing model with credibility measure and its hybrid intelligent algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 176(2), 673–683.
- Zimmermann, H., 1978. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 45–46.
- Zimmermann, H., 1975. Description and optimization of fuzzy systems. *International Journal of General Systems*, 2(1), 209.



UNIVERSIDAD
PABLO
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (9). Páginas 69–84.
Junio de 2010. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art38.pdf>

The Generalized Hybrid Averaging Operator and its Application in Decision Making

MERIGÓ LINDAHL, JOSÉ M.

Departamento de Economía y Organización de Empresas
Universidad de Barcelona (España)
Correo electrónico: jmerigo@ub.edu

CASANOVAS RAMÓN, MONTSERRAT

Departamento de Economía y Organización de Empresas
Universidad de Barcelona (España)
Correo electrónico: mcasnovas@ub.edu

ABSTRACT

We present the generalized hybrid averaging (GHA) operator. It is a new aggregation operator that generalizes the hybrid averaging (HA) operator by using the generalized mean. Thus, we are able to generalize a wide range of mean operators such as the HA, the hybrid geometric averaging (HGA), the hybrid quadratic averaging (HQA), the generalized ordered weighted averaging (GOWA) operator and the weighted generalized mean (WGM). A key feature in this aggregation operator is that it is able to deal with the weighted average and the ordered weighted averaging (OWA) operator in the same formulation. We further generalize the GHA by using quasi-arithmetic means obtaining the quasi-arithmetic hybrid averaging (Quasi-HA) operator. We conclude the paper with an example of the new approach in a financial decision making problem.

Keywords: aggregation operator; OWA operator; generalized mean; weighted average; decision making.

JEL classification: C44; C49; D81; D89.

MSC2010: 90B50.

La media generalizada híbrida y su aplicación en la toma de decisiones

RESUMEN

En este artículo se presenta el operador de medias generalizadas híbridas. Es un nuevo operador de agregación que generaliza la media híbrida utilizando la media generalizada. Debido a esto, se puede generalizar una amplia gama de operadores de medias, como la media híbrida, la media geométrica híbrida, la media cuadrática híbrida, la media ponderada ordenada generalizada y la media ponderada generalizada. Un aspecto fundamental en este operador de agregación es la posibilidad de utilizar medias ponderadas y medias ponderadas ordenadas en la misma formulación. A continuación, se presenta una generalización mayor mediante la utilización de medias cuasi-aritméticas, obteniendo así la media cuasi-aritmética híbrida. El trabajo termina con un ejemplo de aplicación del nuevo modelo en un problema de toma de decisiones financieras.

Palabras clave: operador de agregación; operador OWA; media generalizada; media ponderada; toma de decisiones.

Clasificación JEL: C44; C49; D81; D89.

MSC2010: 90B50.



1. INTRODUCTION

Different types of aggregation operators are found in the literature for aggregating the information. A very common aggregation method is the ordered weighted averaging (OWA) operator (Yager, 1988). It provides a parameterized family of aggregation operators that includes as special cases the maximum, the minimum and the average criteria. Since its appearance, the OWA operator has been used in a wide range of applications (Beliakov *et al.*, 2007; Calvo *et al.* 2002; Canós and Liern, 2008; Merigó, 2008; Xu, 2005; Xu and Da, 2002; Yager, 1993; 1996a; 2002; 2008; Yager and Kacprzyk, 1997).

In 2003, Xu and Da introduced the hybrid averaging (HA) operator. It is an aggregation operator that uses the weighted average (WA) and the OWA operator in the same formulation. Then, it is possible to consider in the same problem the attitudinal character of the decision maker and the subjective probability. For further research on the HA operator, see Merigó, 2008; Wei, 2009; Xu, 2004; 2009; Zhao *et al.*, 2010.

Another interesting aggregation operator is the generalized OWA (GOWA) operator (Karayiannis, 2000; Yager, 2004). It generalizes the OWA operator by using generalized means (Dyckhoff and Pedrycz, 1984). Then, it includes as special cases, the maximum, the minimum and the average criteria, and a wide range of other means such as the OWA operator itself, the ordered weighted geometric (OWG) operator (Herrera *et al.*, 2003), the ordered weighted quadratic averaging (OWQA) operator, etc. The GOWA operator has been further generalized by using quasi-arithmetic means (Beliakov, 2005) obtaining the Quasi-OWA operator (Fodor *et al.*, 1995). For further research on the GOWA operator, see Beliakov *et al.*, 2007; Calvo *et al.*, 2002; Merigó, 2008; Merigó and Casanovas, 2010, Merigó and Gil-Lafuente, 2008; 2009a; 2009b; Zhao *et al.*, 2010.

In this paper, we introduce the generalized hybrid averaging (GHA) operator. It generalizes the HA operator by using generalized means. Then, it includes in the same formulation all the cases coming from the generalized mean such as the arithmetic mean, the geometric mean, the quadratic mean, etc, and a lot of other cases such as the weighted generalized mean (WGM) and the generalized ordered weighted averaging (GOWA) operator. We also obtain new aggregation operators such as the hybrid geometric averaging (HGA) operator, the hybrid quadratic averaging (HQA) operator, the hybrid harmonic averaging (HHA) operator, etc. We further generalize the GHA operator by using quasi-arithmetic means, obtaining the quasi-HA operator.

Moreover, we present an example of the application of the new approach in a financial decision making problem where we can see how it can be implemented in the real life. The main advantage of using the GHA is that it gives a more complete view of the problem to the decision maker because it generalizes a wide range of mean operators allowing the decision maker to select the particular type that it is in closest accordance with his interests..

In order to do so, this paper is organized as follows. In Section 2, we briefly review some basic aggregation operators. In Section 3, we present the GHA operator. Section 4 studies different families of GHA operators. In Section 5, we introduce the Quasi-HA operator. Section 6 develops an

application of the new approach in a financial decision making problem. Finally, in Section 7 we summarize the main conclusions found in the paper.

2. PRELIMINARIES

In this Section we briefly describe the hybrid averaging (HA) operator and the generalized OWA (GOWA) operator.

2.1 The Hybrid Averaging Operator

The HA operator (Xu and Da, 2003) is an aggregation operator that uses the WA and the OWA operator in the same formulation. Then, it is possible to consider in the same problem, the attitudinal character of the decision maker and its subjective probability. One of its main characteristics is that it provides a parameterized family of aggregation operators that includes the maximum, the minimum, the arithmetic mean (AM), the WA and the OWA operator. It can be defined as follows.

Definition 1. An HA operator of dimension n is a mapping $HA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n with $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ and $w_j \in [0, 1]$, such that:

$$HA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j, \quad (1)$$

where b_j is the j^{th} largest of the \hat{a}_i ($\hat{a}_i = n\omega_i a_i$, $i = 1, 2, \dots, n$), $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ is the weighting vector of the a_i , with $\omega_i \in [0, 1]$ and the sum of the weights is 1.

From a generalized perspective of the reordering step, we can distinguish between the descending HA (DHA) operator and the ascending HA (AHA) operator. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j^{th} weight of the DHA and w_{n-j+1}^* the j^{th} weight of the AHA operator.

Note that different families of HA operators are found by using a different manifestation in the weighting vector such as the step-HA operator, the window-HA operator, the median-HA operator, the centered-HA operator, etc (Merigó, 2008).

2.2 The Generalized OWA Operator

The GOWA operator (Karayiannis, 2000; Yager, 2004) is a generalization of the OWA operator by using generalized means. It includes a wide range of means such as the arithmetic mean (AM), the OWG operator, etc. It can be defined as follows.

Definition 2. A GOWA operator of dimension n is a mapping $GOWA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n with $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ and $w_j \in [0, 1]$, such that:

$$GOWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (2)$$

where b_j is the j^{th} largest of the a_i , and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

From a generalized perspective of the reordering step, it is possible to distinguish between the descending generalized OWA (DGOWA) operator and the ascending generalized OWA (AGOWA) operator. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j th weight of the DGOWA and w_{n-j+1}^* the j th weight of the AGOWA operator.

As it is explained by Yager (2004), the GOWA operator is monotonic, commutative, bounded and idempotent. It can also be demonstrated that the GOWA operator has as special cases the maximum, the minimum, the generalized mean and the weighted generalized mean, among others. Other families of GOWA operators are found in Merigó, 2008; Merigó and Gil-Lafuente, 2009b, such as the step-GOWA operator, the olympic-GOWA and the S-GOWA operator.

If we analyze different values of the parameter λ , we can also obtain other special cases of GOWA operators such as the usual OWA operator, the OWG operator, the ordered weighted harmonic averaging (OWHA) operator and the ordered weighted quadratic averaging (OWQA) operator. When $\lambda = 1$, we obtain the usual OWA operator. When $\lambda = 0$, we get the OWG operator. When $\lambda = -1$, the OWHA operator. When $\lambda = 2$, the OWQA operator.

If we replace b^λ with a general continuous strictly monotone function $g(b)$, then, the GOWA operator becomes the Quasi-OWA operator (Fodor *et al.*, 1995). It can be formulated as follows.

Definition 3. A Quasi-OWA operator of dimension n is a mapping $QOWA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$, then:

$$QOWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = g^{-1} \left(\sum_{j=1}^n w_j g(b_j) \right), \quad (3)$$

where b_j is the j^{th} largest of the a_i .

3. THE GENERALIZED HYBRID AVERAGING OPERATOR

The GHA operator is a generalization of the HA operator by using generalized means. It includes in the same formulation the weighted generalized mean and the GOWA operator. Then, this operator includes the WA, the OWA and the OWG operator as special cases. It is defined as follows.

Definition 4. A GHA operator of dimension n is a mapping $GHA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n with $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ and $w_j \in [0, 1]$, such that:

$$GHA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (4)$$

where b_j is the j^{th} largest of the \hat{a}_i ($\hat{a}_i = n\omega_i a_i$, $i = 1, 2, \dots, n$), $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)^T$ is the weighting vector of the a_i , with $\omega_i \in [0, 1]$ and the sum of the weights is 1, and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ , in order to get consistent results. From a generalized perspective of the reordering step, we can distinguish between the descending GHA (DGHA) operator and the ascending GHA (AGHA) operator. Note that they can be used in situations where the highest value is the best result and in situations where the lowest value is the best result. But in a more efficient context, it is better to use one of them for one situation and the other one for the other situation. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j th weight of the DGHA and w_{n-j+1}^* the j th weight of the AGHA operator. As we can see, the main difference is that in the AGHA operator, the elements b_j ($j= 1, 2, \dots, n$) are ordered in an increasing way: $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$ while in the DGHA (or GHA) they are ordered in a decreasing way.

If B is a vector corresponding to the ordered arguments b_j^λ , we shall call this the ordered argument vector and W^T is the transpose of the weighting vector, then, the GHA operator can be expressed as:

$$GHA(a_1, a_2, \dots, a_n) = (W^T B)^{1/\lambda}. \quad (5)$$

Note that if the weighting vector is not normalized, i.e., $W = \sum_{j=1}^n w_j \neq 1$, then, the GHA operator can be expressed as:

$$GHA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\frac{1}{W} \sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}. \quad (6)$$

The GHA operator is monotonic, commutative and idempotent. These properties can be proved with the following theorems.

Theorem 1 (Monotonicity). Assume f is the GHA operator, if $a_i \geq u_i$, for all a_i , then

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq f(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad (7)$$

Proof. Let

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (8)$$

$$f(u_1, u_2, \dots, u_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j v_j^\lambda \right)^{1/\lambda}. \quad (9)$$

Since $a_i \geq u_i$, for all a_i , it follows that, $b_i \geq v_i$, and then:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq f(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad \blacksquare$$

Theorem 2 (Commutativity). Assume f is the GHA operator, then

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad (10)$$

where (u_1, u_2, \dots, u_n) is any permutation of the arguments (a_1, a_2, \dots, a_n) .

Proof. Let

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (11)$$

$$f(u_1, u_2, \dots, u_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j v_j^\lambda \right)^{1/\lambda}. \quad (12)$$

Since (u_1, u_2, \dots, u_n) is a permutation of (a_1, a_2, \dots, a_n) , we have $b_j = v_j$, for all j , and then

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad \blacksquare$$

Theorem 3 (Idempotency). Assume f is the GHA operator, if $a_i = a$, for all a_i , then

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = a. \quad (13)$$

Proof. Since $a_i = a$, for all a_i , we have

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda} = \left(\sum_{j=1}^n w_j a^\lambda \right)^{1/\lambda} = \left(a^\lambda \sum_{j=1}^n w_j \right)^{1/\lambda}. \quad (14)$$

Since $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, we get $f(a_1, a_2, \dots, a_n) = a$. \blacksquare

Note that this operator is not bounded by the maximum and the minimum because for some special situations it can be higher and lower than the maximum and the minimum, respectively. Mainly, this problem is found when using the hybrid maximum and minimum in the aggregation and in similar situations.

Another interesting issue to consider are the measures for characterizing the weighting vector $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ of the GHA operator such as the attitudinal character, the entropy of dispersion, the divergence of W and the balance operator. Note that these measures follow the same methodology as the original version developed for the OWA operator (Yager, 1988; 1996b; 2002).

Using a similar methodology as it was used by Yager (2004) for the GOWA operator we can define the attitudinal character as follows:

$$\alpha(W) = \left(\sum_{j=1}^n w_j \left(\frac{n-j}{n-1} \right)^\lambda \right)^{1/\lambda}. \quad (15)$$

For the entropy of dispersion, we get:

$$H(W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln(w_j). \quad (16)$$

For the divergence of W :

$$DIV(W) = \sum_{j=1}^n w_j \left(\frac{n-j}{n-1} - \alpha(W) \right)^2. \quad (17)$$

And for the balance operator:

$$BAL(W) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{n+1-2j}{n-1} \right) w_j. \quad (18)$$

Note that in this case, we could also distinguish between descending and ascending orders.

4. FAMILIES OF GHA OPERATORS

In the GHA operator we find different families of aggregation operators. Mainly, we can classify them in two types. The first type represents all the families found in the weighting vector W and the second type, the families found in the parameter λ .

4.1 Analyzing the Weighting Vector W

By choosing a different manifestation of the weighting vector in the GHA operator, we are able to obtain different types of aggregation operators. For example, we can obtain the hybrid maximum, the hybrid minimum, the generalized mean (GM), the weighted generalized mean (WGM) and the GOWA operator.

The hybrid maximum is obtained if $w_1 = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq 1$. The hybrid minimum is obtained if $w_n = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq n$. More generally, if $w_k = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq k$, we get for any λ , $GHA(a_1, a_2, \dots, a_n) = b_k$, where b_k is the k th largest argument a_i . The GM is found when $w_j = 1/n$, and $\omega_i = 1/n$, for all a_i . The WGM is obtained when $w_j = 1/n$, for all a_i . The GOWA is found when $\omega_i = 1/n$, for all a_i .

Following a similar methodology as it has been developed in Ahn, 2009; Ahn and Park, 2008; Emrouznejad, 2008; Liu, 2008; Merigó, 2008; Merigó and Casanovas, 2009; Merigó and Gil-Lafuente, 2009b; 2010; Wang and Parkan, 2007; Xu, 2005; Xu, 2008a; Yager, 1993; Yager, 1996a; Yager, 2003; Yager, 2007; Yager and Filev, 1994, we could study other particular cases of the GHA operator such as the step-GHA, the window-GHA, the olympic-GHA, the centered-GHA operator, the S-GHA operator, the median-GHA, the E-Z GHA, the maximal entropy GHA weights, the minimal variability GHA, the minimax disparity GHA weights, the nonmonotonic GHA operator, etc.

For example, when $w_{j^*} = 1/m$ for $k \leq j^* \leq k + m - 1$ and $w_{j^*} = 0$ for $j^* > k + m$ and $j^* < k$, we are using the window-GHA operator. Note that k and m must be positive integers such that $k + m - 1 \leq n$. Also note that if $m = k = 1$, the window-GHA is transformed in the hybrid maximum. If $m = 1$, $k = n$, the window-GHA becomes the hybrid minimum. And if $m = n$ and $k = 1$, the window-GHA is transformed in the GM.

The olympic-GHA, based on the olympic average (Yager, 1993), is found when $w_1 = w_n = 0$, and for all others $w_{j^*} = 1/(n - 2)$. Note that if $n = 3$ or $n = 4$, the olympic-GHA is transformed in the median-GHA and if $m = n - 2$ and $k = 2$, the window-GHA is transformed in the olympic-GHA.

Note that the median can also be used as GHA operators. For the median-GHA, if n is odd we assign $w_{(n+1)/2} = 1$ and $w_{j^*} = 0$ for all others. If n is even we assign for example, $w_{n/2} = w_{(n/2)+1} = 0.5$ and $w_{j^*} = 0$ for all others.

For the weighted median-GHA, we select the argument b_k that has the k th largest argument such that the sum of the weights from 1 to k is equal or higher than 0.5 and the sum of the weights from 1 to $k-1$ is less than 0.5.

Another type of aggregation that could be used is the E-Z GHA weights that it is based on the E-Z OWA weights (Yager, 2003). In this case, we should distinguish between two classes. In the first class, we assign $w_{j^*} = (1/q)$ for $j^* = 1$ to q and $w_{j^*} = 0$ for $j^* > q$, and in the second class, we assign $w_{j^*} = 0$ for $j^* = 1$ to $n-q$ and $w_{j^*} = (1/q)$ for $j^* = n-q+1$ to n . If $q = 1$ for the first class, the E-Z GHA becomes the hybrid maximum. And if $q = 1$ for the second class, the E-Z GHA becomes the hybrid minimum.

A further interesting family is the S-GHA operator. It can be subdivided in three classes: the “orlike”, the “andlike” and the generalized S-GHA operator. The generalized S-GHA operator is obtained when $w_1 = (1/n)(1 - (\alpha + \beta)) + \alpha$, $w_n = (1/n)(1 - (\alpha + \beta)) + \beta$, and $w_j = (1/n)(1 - (\alpha + \beta))$ for $j = 2$ to $n-1$ where $\alpha, \beta \in [0, 1]$ and $\alpha + \beta \leq 1$. Note that if $\alpha = 0$, the generalized S-GHA operator becomes the “andlike” S-GHA operator and if $\beta = 0$, it becomes the “orlike” S-GHA operator. Also note that if $\alpha + \beta = 1$, we get the generalized hybrid Hurwicz criteria.

Another family of aggregation operator that could be used is the centered-GHA operator. Following the same methodology than Yager, 2007, we could define a GHA operator as a centered aggregation operator if it is symmetric, strongly decaying and inclusive. Note that these properties have to be accomplished for the weighting vector w of the OWA operator but not necessarily for the weighting vector ω of the WA. It is symmetric if $w_j = w_{j+n-1}$. It is strongly decaying when $i < j \leq (n+1)/2$ then $w_i < w_j$ and when $i > j \geq (n+1)/2$ then $w_i < w_j$. It is inclusive if $w_j > 0$. Note that it is possible to consider a softening of the second condition by using $w_i \leq w_j$ instead of $w_i < w_j$. We shall refer to this as softly decaying centered-GHA operator. Another particular situation of the centered-GHA operator appears if we remove the third condition. We shall refer to it as a non-inclusive centered-GHA operator.

4.2 Analyzing the Parameter λ

If we analyze different values of the parameter λ , we obtain another group of particular cases such as the usual HA operator, the hybrid geometric averaging (HGA) operator, the hybrid harmonic averaging (HHA) operator and the hybrid quadratic averaging (HQA) operator.

When $\lambda = 1$, we get the HA operator.

$$HA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j. \quad (19)$$

Note that if $w_j = 1/n$, for all a_i , we get the WA and if $\omega_j = 1/n$, for all a_i , we get the OWA operator. If $w_j = 1/n$, and $\omega_j = 1/n$, for all a_i , then, we get the arithmetic mean (AM). From a generalized perspective of the reordering step we can distinguish between the DHA operator and the AHA operator.

When $\lambda = 0$, the GHA operator becomes the HGA operator.

$$HGA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{j=1}^n b_j^{w_j}. \quad (20)$$

If $w_j = 1/n$, for all a_i , we get the WGM and if $\omega_j = 1/n$, for all a_i , we get the OWG operator. If $w_j = 1/n$, and $\omega_j = 1/n$, for all a_i , then, we get the geometric mean (GM). In this case, we can also distinguish between descending (DHGA) and ascending (AHGA).

When $\lambda = -1$, we get the HHA operator.

$$HHA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{w_j}{b_j}}. \quad (21)$$

In this case, we get the descending HHA (DHHA) operator and the ascending HHA (AHHA) operator. Note that if $w_j = 1/n$, for all a_i , we get the weighted harmonic mean (WHM) and if $\omega_j = 1/n$, for all a_i , we get the ordered weighted harmonic averaging (OWHA) operator. If $w_j = 1/n$, and $\omega_j = 1/n$, for all a_i , then, we get the harmonic mean (HM).

When $\lambda = 2$, we get the HQA operator.

$$HQA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^2 \right)^{1/2}. \quad (22)$$

In this case, we can also distinguish between the descending HQA (DHQA) operator and the ascending HQA (AHQA) operator. If $w_j = 1/n$, for all a_i , we get the WQM and if $\omega_j = 1/n$, for all a_i , we get the OWQA operator. If $w_j = 1/n$, and $\omega_j = 1/n$, for all a_i , then, we get the quadratic mean (QM).

Note that we could analyze other families by using different values in the parameter λ . Also note that it is possible to study these families individually. Then, we could develop for each case, a similar analysis as it has been developed in Sections 3 and 4.1, where we study different properties and families of the aggregation operator.

5. THE QUASI-HA OPERATOR

Going a step further, it is possible to generalize the GHA operator by using quasi-arithmetic means in a similar way as it was done for the GOWA operator (Beliakov, 2005). The result is the Quasi-HA operator which is a hybrid version of the Quasi-OWA operator (Fodor *et al.*, 1995). It can be defined as follows.

Definition 4. A Quasi-HA operator of dimension n is a mapping *Quasi-HA*: $R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n with $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ and $w_j \in [0, 1]$, such that:

$$Quasi-HA(a_1, \dots, a_n) = g^{-1}\left(\sum_{j=1}^n w_j g(b_j)\right), \quad (23)$$

where b_j is the j^{th} largest of the \hat{a}_i ($\hat{a}_i = n\omega_i a_i$, $i = 1, 2, \dots, n$), $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ is the weighting vector of the a_i , with $\omega_i \in [0, 1]$ and the sum of the weights is 1.

As we can see, we replace b^λ with a general continuous strictly monotone function $g(b)$. In this case, the weights of the ascending and descending versions are also related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j th weight of the Quasi-DHA and w_{n-j+1}^* the j th weight of the Quasi-AHA operator.

Note that all the properties and particular cases commented in the GHA operator, are also included in this generalization. For example, we could study different families of Quasi-HA operators such as the Quasi-OWA, the Quasi-WA, the Quasi-step-HA, the Quasi-window-HA, the Quasi-median-HA, the Quasi-olympic-HA, the Quasi-centered-HA, etc.

Another interesting issue to consider is the attitudinal character of the Quasi-HA operator. Following a similar methodology than Beliakov, 2005, we can define the following measure:

$$\alpha(W) = g^{-1}\left(\sum_{j=1}^n w_j g\left(\frac{n-j}{n-1}\right)\right). \quad (24)$$

Note that in this case it is also possible to consider other measures such as the entropy of dispersion, the divergence of W or the balance operator. Their formulation is practically the same as it has been explained in the end of Section 3 for the GHA operator.

A further interesting aspect is that the Quasi-HA operator includes a lot of other particular cases that are not included in the GHA operator. For example, we could mention the trigonometric HA operator, the exponential HA operator and the radical HA operator.

The trigonometric HA is found when $g_1(t) = \sin((\pi/2) t)$, $g_2(t) = \cos((\pi/2) t)$ and $g_3(t) = \tan((\pi/2) t)$ are the generating functions. Then, the trigonometric HA functions are:

$$HA(a_1, \dots, a_n) = \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sum_{j=1}^n w_j \sin\left(\frac{\pi}{2} b_j\right)\right), \quad (25)$$

$$HA(a_1, \dots, a_n) = \frac{2}{\pi} \arccos\left(\sum_{j=1}^n w_j \cos\left(\frac{\pi}{2} b_j\right)\right), \quad (26)$$

$$HA(a_1, \dots, a_n) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\sum_{j=1}^n w_j \tan\left(\frac{\pi}{2} b_j\right)\right). \quad (27)$$

The exponential HA is found when $g(t) = \gamma^t$, if $\gamma \neq 1$, and $g(t) = t$, if $\gamma = 1$. Then, the exponential HA operator is: $\log_\gamma \left(\sum_{j=1}^n w_j \gamma^{b_j} \right)$, if $\gamma \neq 1$; and the HA if $\gamma = 1$.

The radical HA is found if $\gamma > 0$, $\gamma \neq 1$, and the generating function is $g(t) = \gamma^{1/t}$. Then, the radical IOWA operator is:

$$HA(a_1, \dots, a_n) = \left(\log_\gamma \left(\sum_{j=1}^n w_j \gamma^{1/b_j} \right) \right)^{-1}. \quad (28)$$

Finally, note that in these cases it is also possible to study their properties and different particular cases as it has been explained in Sections 3 and 4.1.

6. NUMERICAL EXAMPLE

Now, we are going to develop an application of the new approach in a decision making problem. We will analyze an investment selection problem where an investor is looking for an optimal investment. Note that other decision making applications could be developed (Alonso *et al.*, 09; Herrera *et al.*, 2003; Xu, 2008b) such as the selection of financial products, the selection of strategies, the selection of human resources, etc.

We will develop the analysis considering a wide range of particular cases of the GHA operator such as the maximum, the minimum, the arithmetic mean (AM), the WA, the OWA, the OWQA, the HA, the AHA, the HQA and the HGA. Note that we do not consider the hybrid maximum and the hybrid minimum because sometimes its results are inconsistent. This inconsistency happens because the results may be higher than the maximum and lower than the minimum. Due to this, we will not use them in this example. The hybrid maximum and minimum are useful for taking decisions but they do not correctly aggregate the information in the sense that they are not always bounded by the maximum and minimum arguments.

Assume an investor wants to invest some money in an enterprise in order to obtain high benefits. Initially, he considers five possible alternatives.

- A_1 is a computer company.
- A_2 is a food company.
- A_3 is a TV company.
- A_4 is a chemical company.
- A_5 is a car company.

In order to evaluate these investments, the investor uses a group of experts. This group of experts considers that the key factor is the economic environment of the economy. After detailed analysis, they consider five possible situations for the economic environment: $S_1 =$ Very bad, $S_2 =$ Bad, $S_3 =$ Normal, $S_4 =$ Good, $S_5 =$ Very good. The expected results depending on the state of nature S_i and the alternative A_k are shown in Table 1.

Table 1. Payoff matrix

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	30	60	50	80	20
A_2	30	30	90	60	40
A_3	70	40	50	20	60
A_4	50	70	30	40	50
A_5	90	10	10	70	70

In this example, we assume that the group of experts assumes the following weighting vector for all the cases of the WA and the OWA operator: $W = (0.1, 0.1, 0.2, 0.3, 0.3)$. With this information, it is possible to aggregate it in order to take a decision. First, we consider the results obtained with some basic aggregation operators. The results are shown in Table 2.

Table 2. Aggregated results 1

	Max	Min	AM	WA	OWA
A_1	80	20	48	49	39
A_2	90	30	50	54	44
A_3	70	20	48	45	41
A_4	70	30	48	45	40
A_5	90	10	50	54	36

As we can see, the optimal investment is different depending on the aggregation operator used. In the following, we consider other particular cases of the GHA operator with more complexity. The results are shown in Table 3.

Table 3. Aggregated results 2

	OWQA	HA	AHA	HQA	HGA
A_1	43.4	36.5	61.5	46.9	29.4
A_2	45.0	39	69	49.7	28.3
A_3	44.1	36	54	41.1	32.1
A_4	44.6	37	53	40.3	34.4
A_5	48.3	34.5	73.5	51.4	17.5

Again, we can see that the optimal investment is not the same for all the aggregations used. Note that other types of GHA operators may be used in the analysis such as the ones explained in Section 4. Note that the selection of the particular type of GHA operator in the decision process will depend on the particular interests of the decision maker in the specific problem considered. For example, if the decision maker is optimistic, he will go for a particular case of the GHA close to the maximum (or optimistic criteria) and if he is pessimistic, he will go to a specific case close to the minimum. A further interesting issue is to establish an ordering of the investments.

This is very useful when the investor wants to consider more than one alternative. The results are shown in Table 4.

Table 4: Ordering of the investments

	Ordering		Ordering
Max	$A_5 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_1 = A_2$	OWQA	$A_5 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_1$
Min	$A_2 = A_4 \succ A_1 = A_3 \succ A_5$	HA	$A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5$
AM	$A_2 = A_5 \succ A_1 = A_3 = A_4$	AHA	$A_5 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$
WA	$A_2 = A_5 \succ A_1 \succ A_3 = A_4$	HQA	$A_5 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$
OWA	$A_2 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_5$	HGA	$A_4 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_2 \succ A_5$

As we can see, we get different orderings of the investments depending on the aggregation operator used.

7. CONCLUSIONS

We introduced a new type of aggregation operator: the generalized hybrid averaging (GHA) operator. It is a generalization of the hybrid averaging (HA) operator by using generalized means. We saw that it is very useful when we want to consider subjective probabilities and the attitudinal character of the decision maker in the same problem. With this generalization we found different special cases such as the hybrid geometric averaging (HGA), the hybrid quadratic averaging (HQA), the WA, the OWA operator, the WGM, the OWG operator, the WQM, the OWQA operator, etc. We further generalized the GHA operator by using quasi-arithmetic means, obtaining the quasi-HA operator.

We ended the paper with an application of the new approach in a decision making problem. We focussed on a financial problem where we saw the usefulness of the new approach in the selection of investments. The main advantage of using the GHA operator is that it gives a complete view of the decision problem because it includes a lot of particular cases that can be used in the aggregation of the information according to the interests of the decision maker.

In future research, we expect to develop further extensions of the GHA operator by adding new characteristics in the problem such as the use of order inducing variables, interval numbers, fuzzy numbers, linguistic variables, etc. We will also consider other decision making applications.

ACKNOWLEDGEMENTS

We would like to thank the editor-in-chief and the anonymous reviewers for their valuable comments that have improved the quality of the paper. Support from the projects JC2009-00189, from the Spanish Ministry of Science and Innovation, and MC238206, from the University of Barcelona, are gratefully acknowledged.

REFERENCES

- Ahn, B.S. (2009) “Some remarks on the LSOWA approach for obtaining OWA operator weights”, *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 1265–1279.
- Ahn, B.S. and H. Park (2008) “Least-squared ordered weighted averaging operator weights”, *International Journal of Intelligent Systems*, 23, 33–49.
- Alonso, S., Cabrerizo, F.J., Chiclana, F., Herrera, F. and E. Herrera-Viedma (2009) “Group decision making with incomplete fuzzy linguistic preference relations”, *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 201–222.
- Beliakov, G. (2005) “Learning Weights in the Generalized OWA Operators”, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 4, 119–130.
- Beliakov, G., Pradera, A. and T. Calvo (2007) *Aggregation Functions: A guide for practitioners*, Springer-Verlag, Berlin.
- Calvo, T., Mayor, G. and R. Mesiar (2002) *Aggregation Operators: New Trends and Applications*, Physica-Verlag, New York.
- Canós, L. and V. Liern (2008) “Soft computing-based aggregation methods for human resource management”, *European Journal of Operational Research*, 189, 669–681.
- Dyckhoff, H. and W. Pedrycz (1984) “Generalized means as model of compensative connectives”, *Fuzzy Sets and Systems*, 14, 143–154.
- Emrouznejad, A. (2008) “MP-OWA: The most preferred OWA operator”, *Knowledge-Based Systems*, 21, 847–851.
- Fodor, J., Marichal, J.L. and M. Roubens (1995) “Characterization of the ordered weighted averaging operators”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 3, 236–240.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E. and F. Chiclana (2003) “A study of the origin and uses of the ordered weighted geometric operator in multicriteria decision making”, *International Journal of Intelligent Systems*, 18, 689–707.
- Karayiannis, N. (2000) “Soft learning vector quantization and clustering algorithms based on ordered weighted aggregation operators”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 11, 1093–1105.
- Liu, X. (2008) “A general model of parameterized OWA aggregation with given orness level”, *International Journal of Approximate Reasoning*, 48, 598–627.
- Merigó, J.M. (2008) *Nuevas extensiones a los operadores OWA y su aplicación en los métodos de decisión*, PhD Thesis (In Spanish), Department of Business Administration, University of Barcelona.
- Merigó, J.M. and M. Casanovas (2009) “Induced aggregation operators in decision making with the Dempster-Shafer belief structure”, *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 934–954.
- Merigó, J.M. and M. Casanovas (2010) “The uncertain generalized OWA operator and its application in financial decision making”, *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 9, (forthcoming).
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2008) “The generalized adequacy coefficient and its application in strategic decision making”, *Fuzzy Economic Review*, 13, 17–36.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2009a) “OWA operators in generalized distances”, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 5, 11–18.

- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2009b) “The induced generalized OWA operator”, *Information Sciences*, 179, 729–741.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2010) “New decision-making techniques and their application in the selection of financial products”, *Information Sciences*, 180, 2085–2094.
- Wang, Y.M. and C. Parkan (2007) “A preemptive goal programming method for aggregating OWA operator weights in group decision making”, *Information Sciences*, 177, 1867–1877.
- Wei, G.W. (2009) “Uncertain linguistic hybrid geometric mean operator and its application to group decision making under uncertain linguistic environment”. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 17, 251–267.
- Xu, Z.S. (2004) “Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment”, *Information Sciences*, 168, 171–184.
- Xu, Z.S. (2005) “An overview of methods for determining OWA weights”, *International Journal of Intelligent Systems*, 20, 843–865.
- Xu, Z.S. (2008a) “Dependent uncertain ordered weighted averaging operators”, *Information Fusion*, 9, 310–316.
- Xu, Z.S. (2008b) “On multi-period multi-attribute decision making”, *Knowledge-Based Systems*, 21, 164–171.
- Xu, Z.S. (2009) Fuzzy harmonic mean operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 152–172.
- Xu, Z.S. and Q.L. Da (2002) “The uncertain OWA operator”, *International Journal of Intelligent Systems*, 17, 569–575.
- Xu, Z.S. and Q.L. Da (2003) “An overview of operators for aggregating the information”, *International Journal of Intelligent Systems*, 18, 953–969.
- Yager, R.R. (1988) “On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics B*, 18, 183–190.
- Yager, R.R. (1993) “Families of OWA operators”, *Fuzzy Sets and Systems*, 59, 125–148.
- Yager, R.R. (1996a) “Quantifier guided aggregation using OWA operators”, *International Journal of Intelligent Systems*, 11, 49–73.
- Yager, R.R. (1996b) “Constrained OWA aggregation”, *Fuzzy Sets and Systems*, 81, 89–101.
- Yager, R.R. (2002) “Heavy OWA operators”, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1, 379–397.
- Yager, R.R. (2003) “E-Z OWA weights”, in: *Proc. 10th IFSA World Congress*, Istanbul, Turkey, 39–42.
- Yager, R.R. (2004) “Generalized OWA aggregation operators”, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3, 93–107.
- Yager, R.R. (2007) “Centered OWA operators”, *Soft Computing*, 11, 631–639.
- Yager, R.R. (2008) “Using trapezoids for representing granular objects: Applications to learning and OWA aggregation”, *Information Sciences*, 178, 363–380.
- Yager, R.R. and D.P. Filev (1994) “Parameterized andlike and orlike OWA operators”, *International Journal of General Systems*, 22, 297–316.
- Yager, R.R. and J. Kacprzyk (1997) *The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.
- Zhao, H., Xu, Z.S., Ni, M. and S. Liu (2010) “Generalized aggregation operators for intuitionistic fuzzy sets”, *International Journal of Intelligent Systems*, 25, 1–30.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (9). Páginas 85–105.
Junio de 2010. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art39.pdf>

Consistencia de indicadores de especialización en el comercio internacional. Aplicación al caso de la mantequilla en Argentina y Uruguay

DEPETRIS GUGUET, EDITH

Departamento de Economía, FCE

Universidad Nacional del Litoral (Argentina)

Correo electrónico: eguiguet@fce.unl.edu.ar

GARCÍA ARANCIBIA, RODRIGO

Departamento de Economía, FCE

Universidad Nacional del Litoral (Argentina)

Correo electrónico: rgarcia@fce.unl.edu.ar

ROSSINI, GUSTAVO

Departamento de Economía, FCE

Universidad Nacional del Litoral (Argentina)

Correo electrónico: grossini@fce.unl.edu.ar

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo evaluar, en términos de su consistencia cardinal, ordinal y dicotómica, cinco indicadores alternativos de especialización comercial. Tres están basados en el enfoque de las ventajas comparativas reveladas: una versión simétrica del índice de Balassa, el chi-cuadrado y el índice de Ventajas Relativas del Comercio. Los otros dos están basados en el enfoque de la balanza comercial: una variante del índice de Michaely y otra del índice de Iapadre. Se aplica al caso particular del comercio mundial de mantequilla de Argentina y Uruguay en el período 1995-2006. Los resultados varían entre los dos países, habiéndose encontrado que algunos indicadores podrían utilizarse de manera sustitutiva mientras que otros deberían utilizarse de manera complementaria. En términos económicos, se detecta una especialización fluctuante según los años en Argentina y mucha estabilidad en Uruguay.

Palabras clave: Mercosur; flujos comerciales; lácteos; indicadores de especialización comercial.

Clasificación JEL: F14; F15; C43.

MSC2010: 91B82; 91B60.

Artículo recibido el 7 de abril de 2010 y aceptado el 4 de junio de 2010.

Consistency of Specialization Indicators. An Application to Argentina and Uruguay Butter International Trade

ABSTRACT

This study aims to evaluate, in terms of their cardinal, ordinal, and dichotomy consistency, five alternative commercial specialization indicators: a Balassa symmetric index version; a Chi-Squared Index; and the Relative Trade Advantage Index, all these three based on revealed comparative advantage theory; and two additional: Michaely Index variation, and Iapadre Index variation, based on trade balance flows. It is applied to the particular case of Argentina and Uruguay butter world trade during 1995-2006. The results vary for both countries. Some indicators are found to be useful as substitutes while other in a complementary manner. Economically, the indicators show that the Argentine specialization fluctuates among years while the Uruguayan is very stable.

Keywords: Mercosur; trade flows; dairy products; indices of trade specialization.

JEL classification: F14; F15; C43.

MSC2010: 91B82; 91B60.



1. INTRODUCCIÓN

En el Mercado Común del Sur (Mercosur), Argentina y Uruguay han sido los dos exportadores tradicionales de lácteos, siendo la mantequilla¹ una de sus *commodities* relevantes. No obstante, en la última década las tendencias de cada país con respecto a las exportaciones de este producto han cambiado significativamente. Cuando se implementó el bloque, en 1995, los valores de sus exportaciones de mantequilla eran bastante similares, de 13,6 millones de dólares y 12,9 millones respectivamente. Una década después, en 2005, esos valores pasaron a ser de 3,3 millones de dólares y 17,9 millones, respectivamente, mientras que al año siguiente alcanzaron los 21,3 millones y 26,9 millones de dólares.

Paralelamente, también ha cambiado la representatividad porcentual sobre el total de exportaciones industriales de cada país. Mientras que para Argentina las de mantequilla representaban cerca del 0,19% en 1995, descendieron a menos del 0,06% en 2006. Para Uruguay esos cambios fueron en sentido contrario, incrementándose del 1,58% al 2,32%.

Esta creciente participación de mercado de la mantequilla uruguaya puede tomarse como una señal de una mayor competitividad, de mayores ventajas comparativas o de mayor especialización en el comercio internacional. Si bien cada uno de esos conceptos tiene connotaciones particulares, para su medición a menudo se han utilizado los mismos indicadores, aunque sujetos a diferentes interpretaciones. Por lo tanto, una vez hechos los cálculos con los mismos, corresponde verificar si los valores encontrados con cada uno llevan a conclusiones coincidentes, procedimiento que no es usual en la literatura especializada. Este trabajo aborda ese problema sobre una aplicación específica y tiene como objetivo evaluar algunos indicadores alternativos de especialización comercial en términos de su consistencia cardinal, ordinal y dicotómica, aplicado al caso particular del comercio mundial de mantequilla de Argentina y Uruguay en el período 1995-2006.

Los indicadores seleccionados, sobre aquéllos utilizados comúnmente en estudios sobre especialización en el comercio internacional, son cinco, con algunas variantes a los efectos de hacerlos mutuamente comparables: 1) Balassa Simétrico; 2) Chi-Cuadrado Arreglado (estos dos primeros como indicadores basados solo en el valor de las exportaciones); 3) una variante del Balassa neto simétrico; 4) un indicador alternativo al denominado Índice de Contribución a la Balanza Comercial (ICBC); y 5) una variante del índice de Michaely (estos tres últimos con elementos de la balanza comercial). Para la evaluación de su consistencia se utilizará la metodología propuesta por Balance *et al.* (1983), Fertö *et al.* (2001, 2002) y Depetris Guiguet *et al.* (2008), entre otros.

El artículo se organiza de la siguiente manera. A continuación se hace una breve revisión del “estado del arte” en el tema, para seguir con una explicación metodológica de cada uno de los indicadores utilizados y sus pruebas de consistencia. Luego se analizan los resultados obtenidos y se expone la conclusión.

¹ El término “mantequilla” es aquí sinónimo de “manteca”, más comúnmente usado en Argentina y Uruguay.

2. ESPECIALIZACIÓN EN EL COMERCIO INTERNACIONAL

El concepto de especialización en el comercio internacional de un producto ha estado tradicionalmente asociado al de ventajas comparativas ricardianas, dado que en la medida en que un país tiene ventajas para la producción y comercialización en un determinado sector, puede especializarse reasignando recursos hacia el mismo. El enfoque teórico conlleva la comparación de los precios relativos entre países y de bienes pertenecientes a dos sectores. Si los precios relativos de autarquía son más bajos en uno que en otro, el primero es relativamente más eficiente en su producción. El “libre comercio” llevará a reasignar recursos para producir aquellos bienes que se exportarán y con ello pagar las importaciones de bienes en los que es relativamente más ineficiente. Por lo tanto, la medición de las ventajas comparativas requiere por un lado conocer los precios de autarquía y por otra parte, la existencia de un “libre comercio”.

Uno los indicadores de medición utilizados con este propósito ha sido el de “ventajas comparativas reveladas”, introducido por Balassa (1965), que resuelve el primer problema mediante la utilización de datos post-comercio, asumiendo que los mismos revelan la existencia de ventajas comparativas. El segundo elemento es menos manejable, por lo que el indicador es susceptible a cambios en la política comercial. Estudios más recientes (De Benedicits y Tamberi 2002, Hoen y Oosterhaven 2006, Depetris *et al.* 2008, etc.) han aplicado por extensión este indicador aprovechando algunas de sus propiedades teóricas y estadísticas.

No obstante, otros autores (Laursen 1998, Fertö y Hubbard 2001) han propuesto indicadores considerados más específicos para estudios de especialización. Los mismos han sido construidos en base a la participación de las exportaciones del bien de interés respecto a las exportaciones totales, ya sea tomando o no en cuenta las importaciones.

Lafay (1992) y Iapadre (2001), por su parte, sugieren que las medidas que evalúen la especialización deben tener en cuenta varios productos para un mismo país para que quede reflejada la balanza sectorial dentro de la balanza global y librar de factores cíclicos, como los *shocks* de demanda y los movimientos del tipo de cambio real, a la estructura de las ventajas comparativas. Este enfoque también se identifica con los desarrollos del *Centre d'Etudes Prospectives et d'Informations Internationales* de París (CEPII). Los indicadores obtenidos pretenden ser una medida de especialización en un sentido directo, en base a la participación que tiene un país en las exportaciones e importaciones de un producto en relación a un conjunto de bienes comercializados.

En resumen, por su construcción teórica, se puede separar a los indicadores en aquéllos que miden la especialización en un sentido “indirecto”, a través del enfoque de las ventajas comparativas reveladas, y en aquéllos construidos para medir “directamente” la especialización en el comercio. La principal diferencia entre los dos tipos de formulaciones radica en que el primero está pensado en el enfoque dos países-dos bienes y, por lo tanto, el indicador tiene explícita tal dimensión. Los indicadores “directos” solo comparan las exportaciones e importaciones de un producto o sector

dentro de un conjunto de productos o sectores, prescindiendo de la participación en el comercio que tenga algún país o conjunto de países de referencia. A pesar de esto, en este trabajo, todos los indicadores se formulan de manera que sean comparables sin que pierdan el sentido particular que posee cada uno.

En la sección siguiente se describen los índices a utilizar, los que en este trabajo se interpretan indistintamente como medidas de especialización. En la sección de resultados se analizan los coeficientes obtenidos y la información que aportan, haciéndose énfasis en la verificación de su consistencia.

3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE INDICADORES DE ESPECIALIZACIÓN EN EL COMERCIO INTERNACIONAL

3.1. Indicadores

3.1.1. Índice de Balassa Simétrico (II)

Entre los indicadores seleccionados como medidas de especialización del comercio internacional, se toma en primer lugar el índice de Balassa Simétrico. Éste se basa en el índice de “ventajas comparativas reveladas”, comúnmente denominado “Balassa Tradicional”, que se formula de la siguiente manera:

$$B_{i,a}(t) = \frac{\left(x_{i,a} / \sum_{k \in K} x_{i,k} \right)}{\left(\sum_{j \in J} x_{j,a} / \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k} \right)} \equiv \frac{\left(x_{i,a} / \sum_{j \in J} x_{j,a} \right)}{\left(\sum_{k \in K} x_{i,k} / \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k} \right)} \quad (1)$$

donde $x_{j,k}$ denota el valor de las exportaciones realizadas por el país j del bien k , siendo a el producto o sector en cuestión e i el país sobre el que se desea conocer la posición en cuanto a la especialización. El conjunto J se determina por el grupo de países que se toman como referencia –en este caso particular, J hará referencia al conjunto de países del Mercosur incluido Chile (MS) por una parte, y por otra el total mundial (W)–. A su vez, el conjunto de subíndices K queda determinado por el conjunto de productos manufacturados. En (1) expresamos el índice de Balassa de dos formas: por un lado, como el cociente entre la participación que tiene el producto o sector en cuestión (a) en las exportaciones totales de productos manufacturados y la participación de las exportaciones mundiales (o del Mercosur) del bien a en las exportaciones de manufacturas; y por otro como el cociente entre la participación mundial que tiene el país en el sector o producto específico y la participación que tienen el país en las exportaciones mundiales de manufacturas.

Si $B_{i,a}$ es mayor que uno, se dice que el país está especializado en la comercialización del producto o sector en cuestión (a), mientras que valores menores que la unidad revela desespecialización en tal sector. Para valores iguales a uno la participación de tal producto en el país

en cuestión es idéntica a la participación que tiene el bien a en el conjunto de países de referencia.

Una versión mejorada del precedente, a fin de dotarlo con la propiedad de simetría, puede expresarse como:

$$I_{i,a} = \frac{B_{i,a} - 1}{B_{i,a} + 1} \quad (2)$$

Mientras que $B_{i,a} \in [0, \infty)$, $I_{i,a} \in [-1, 1]$, de tal manera que si $I_{i,a} > 0$ se revela especialización en el comercio del bien a ; caso contrario si $I_{i,a} < 0$. Vollrath (1991) propuso tomar como variante el logaritmo natural del B a fin de darle simetría al indicador. Sin embargo el indicador (2) posee la ventaja de quedar acotado en el $[-1, 1]$ y adicionalmente supera el inconveniente de no estar definido para valores nulos del valor de exportaciones (Laursen, 1998:3). Esta ventaja en cuanto a la acotación y admisibilidad para todo valor de las exportaciones que posee el indicador I1 resulta más o menos relevante de acuerdo con las características de los productos y países con los cuales se está trabajando. Específicamente para estudios de comercialización de productos lácteos por parte de los países del MERCOSUR, estas ventajas resultan relevantes en ambos sentidos, es decir, en acotación y definición para todo valor de exportaciones (Depetris Guiguet *et al.* 2008).

3.1.2. Variante de chi-cuadrado (I2)

Otro indicador basado solo en el valor de las exportaciones es una variante del χ^2 (Archibugui *et al.* 1992) el cual viene dado por:

$$\chi_{i,a}^2 = \frac{\left[\left(\frac{x_{i,a}}{\sum_{k \in K} x_{i,k}} \right) - \left(\frac{\sum_{j \in J} x_{j,a}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}} \right) \right]^2}{\left(\frac{\sum_{j \in J} x_{j,a}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}} \right)} \quad (3)$$

Este indicador es utilizado para medir el “grado” de especialización. Laursen (1998) plantea una modificación para que sea comparable con los indicadores que demarcan la situación de especialización o no a partir del valor numérico, dado que χ^2 por sí mismo es un indicador de “cuán fuerte” está el país especializado en un determinado sector. Tal mejora, puede expresarse de la siguiente manera:²

$$I2_{i,a} = \begin{cases} (-1) \cdot \chi_{i,a}^2 & \text{si} \quad \left(\frac{x_{i,a}}{\sum_{k \in K} x_{i,k}} \right) - \left(\frac{\sum_{j \in J} x_{j,a}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}} \right) < 0 \\ \chi_{i,a}^2 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (4)$$

² Para hacer referencia al chi-cuadrado sin arreglo se usa la notación χ^2 , diferenciándolo de los indicadores de especialización propuestos I_j . Dado que el χ^2 solo es usado como medida de grado sin demarcar especialización o desespecialización, su utilización resulta relevante solamente como medida complementaria de algún otro indicador capaz de establecer la relación de especialización en el sentido dicotómico.

Si I_2 es positivo, se revela especialización en el comercio del bien en cuestión; y si es menor que cero, se dice que el sector no está especializado.

3.1.3. Índice Simétrico de Ventaja Relativa de Comercio (I_3)

Entre los indicadores que consideran ambos flujos de la balanza comercial para su cómputo, se tiene una variante del denominado “índice de ventaja relativa de comercio”, presentado por Vollrath (1991). El mismo se calcula como la diferencia entre el Balassa y su versión para el caso de las importaciones. En este estudio se propone como alternativa el siguiente indicador, derivado del I_1 :

$$I_{3,i,a} = I_{1,i,a} - \frac{\left(\frac{m_{i,a}}{\sum_{k \in K} m_{i,k}} \right) - 1}{\left(\frac{\sum_{j \in J} m_{j,a}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} m_{j,k}} \right)} + 1 \quad (5)$$

donde $I_{3,i,a} \in [-2, 2]$, es simétrico y asume valores positivos en presencia de especialización, y valores negativos en caso contrario. Cuando $I_{3,i,a} = -2$, el país i revela una fuerte dependencia de la importación del bien a en relación a la demanda de importaciones del mismo bien que tiene el conjunto de países de referencia J y en términos del comercio de productos manufacturados (K). De (5) resulta inmediato que para que el indicador asuma el valor de la cota inferior es necesario que las exportaciones del bien a que realiza el país i sean nulas (con ello, $B_{i,a} = 0$ y, por lo tanto, $I_{1,i,a} = -1$); a su vez, que el cociente entre las importaciones del bien a que realiza el país en cuestión y las que realiza el conjunto de países de referencia J , ambas en términos de las importaciones de manufacturas, tienda a infinito. Por el contrario, el país alcanza el máximo desempeño comercial, de acuerdo al indicador, cuando el mismo alcanza la cota superior (*i.e.* $I_{3,i,a} = 2$). Esto se da si la relación entre las exportaciones de a colocadas por el país i y las que realizan los países de referencia, en términos de las exportaciones de manufacturas, tiende a infinito (de manera que $I_{1,i,a} = 1$) y, adicionalmente, cuando las importaciones de a que compra el país i son iguales a cero.

3.1.4. Variante del índice de Michaely (I_4)

Otra medida aplicada al estudio de la especialización del comercio internacional es el índice de Michaely (1984), del cual se propone una variante. La misma consiste en considerar el comercio de los productos manufacturados en vez de considerar las exportaciones e importaciones totales, para hacerlo

comparable con los demás indicadores. El índice se calcula como la diferencia entre la participación de las exportaciones y la participación de las importaciones de un bien:

$$I4_{i,a} = \frac{x_{i,a}}{\sum_k x_{i,k}} - \frac{m_{i,a}}{\sum_k m_{i,k}} \quad (6)$$

Este índice está en el intervalo $[-1,1]$; si el valor es positivo está indicando que el país i está especializado en el bien o sector a , si es negativo se dice que el país está sub-especializado. Si las exportaciones que el país i hace del bien a representan un 100% del total de exportaciones de manufacturas, a la vez de que las importaciones de a son nulas, entonces $I4_{i,a} = 1$. Por otra parte, $I4_{i,a} = -1$ cuando el país no exporta el bien a y el total de importaciones de productos manufacturados está compuesta solamente por el valor de las exportaciones de a . Por lo tanto, si bien ambas cotas son admisibles por la construcción misma del índice, empíricamente resulta difícil que se alcancen las situaciones comerciales que éstas representan.

3.1.5. Índice de Iapadre (I5)

Por último, planteado como una mejora del Índice de Contribución en la Balanza Comercial de Lafay (1992), Iapadre (2001) propone el siguiente indicador:

$$I5_{i,a} = \frac{x_{i,a} - m_{i,a}}{x_{i,a} + m_{i,a}} \frac{\sum_k x_{i,k} - \sum_k m_{i,k}}{\sum_k x_{i,k} + \sum_k m_{i,k}} \quad (7)$$

El primer término del indicador representa la denominada balanza comercial normalizada del sector: la balanza comercial sectorial normalizada por el valor total de comercio del bien en el país i . Con este término se espera obtener una medida del desequilibrio comercial del sector a en términos relativos. Esta medida por sí sola es deficiente como medida de especialización en el comercio, al no ser comparativa con los flujos de comercio de otros productos. El otro término de (7) intenta subsanar esta deficiencia, incorporando la balanza comercial global o promedio (también normalizada). Para el presente estudio, esta balanza global se representa por la de los productos manufacturados, dado que a lo largo del estudio se toma a este conjunto de bienes como referencia general.

Por lo tanto, se dirá que un país se especializa en un producto cuando la correspondiente balanza comercial normalizada sea mayor que la balanza de comercio normalizada promedio o viceversa (Iapadre 2001: 177-178).

El rango de variación tanto de la balanza comercial sectorial como global es de -1 a 1. La balanza comercial sectorial normalizada $\left(\frac{x_{i,a} - m_{i,a}}{x_{i,a} + m_{i,a}}\right)$ asume el valor igual a 1 cuando $m_{i,a} = 0$ y, a

su vez, se tiene que $\lim_{x_{i,a} \rightarrow \infty} \frac{x_{i,a} - m_{i,a}}{x_{i,a} + m_{i,a}} = 1$; y es igual a -1 cuando $x_{i,a} = 0$, con $\lim_{m_{i,a} \rightarrow \infty} \frac{x_{i,a} - m_{i,a}}{x_{i,a} + m_{i,a}} = -1$.

Esto significa que si la balanza sectorial es igual o cercana a 1 (-1), entonces son fuertemente predominantes las exportaciones (importaciones) como componente de la balanza, sea porque las importaciones (exportaciones) son nulas o bien porque las exportaciones (importaciones) del bien son suficientemente grandes.

Análogamente, la balanza global normalizada ($[\sum_k x_{i,k} - \sum_k m_{i,k}] / [\sum_k x_{i,k} + \sum_k m_{i,k}]$) asumirá los valores de las cotas, -1 ó 1, cuando la mayor parte del comercio recaiga sólo en importaciones o sólo en exportaciones del total de productos manufacturados, respectivamente. Por lo tanto $I5_{i,a} \in [-2, 2]$. De lo anterior se tiene que el indicador es igual a -2 cuando las exportaciones del bien a en balanza sectorial normalizada sean despreciables y, a su vez, el valor de las exportaciones del total de manufacturas predomine fuertemente sobre el valor de las importaciones de la misma. Por otra parte, alcanzará la cota superior, $I5_{i,a} = 2$, cuando predominen las exportaciones del bien a en la balanza sectorial, o bien sus importaciones sean nulas, y las exportaciones de manufacturas sean relativamente pequeñas (o nulas) en relación a sus importaciones. Ello indicaría el máximo desempeño comercial de a en relación al comercio del conjunto de productos K tomados como referencia (en este caso, el total de manufacturas).

3.2. Análisis de Consistencia

Si bien todos los indicadores mencionados apuntan a detectar si un país está especializado en el comercio internacional de un bien, difieren en su sustentación teórica-metodológica. Por lo tanto, la fiabilidad de sus resultados requiere pruebas de consistencia, para lo cual en este trabajo se sigue la propuesta de Ballance *et al.* (1987). Una de las pruebas es una medida que separa entre aquellos años en que el sector está especializado y aquellos años que, por el contrario, no lo está (consistencia dicotómica); otra es una medida del grado de especialización que tiene un país de un sector específico respecto a un conjunto de países de referencia (consistencia cardinal); y, por último, se aplica una que genera un ordenamiento de acuerdo con el nivel de especialización (consistencia ordinal).

Para la prueba de consistencia de los índices como medida cardinal, se calculan los coeficientes de correlación de Pearson entre los valores que asume la serie en el período 1995-2006. Por lo tanto, la medida de consistencia ordinal (CC) entre dos indicadores cualesquiera $I_{v,i,a}$ y $I_{w,i,a}$ ($v, w = 1, \dots, 5$; $v \neq w$), vendrá dada por:

$$CC_{I_{v,i,a} I_{w,i,a}} = \frac{Cov(I_{v,i,a}, I_{w,i,a})}{S_{I_{v,i,a}} S_{I_{w,i,a}}} = \frac{\sum_{t=1}^T [(I_{v,i,a}(t) - \bar{I}_{v,i,a})(I_{w,i,a}(t) - \bar{I}_{w,i,a})]}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (I_{v,i,a}(t) - \bar{I}_{v,i,a})^2} \cdot \sqrt{\sum_{t=1}^T (I_{w,i,a}(t) - \bar{I}_{w,i,a})^2}} \quad (8)$$

$$\text{con } \bar{I}_{u,i,a} = \frac{\sum_{t=1}^T I_{u,i,a}(t)}{T}; \quad u = v, w.$$

$Iu_{i,a}(t)$ es un indicador para el país i del bien a computado en el año t , representando T la cantidad total de años (en éste caso, $T=12$), cuyo desvío estándar muestral para tal período viene dado por $s_{Iu_{i,a}}$, y $Cov(Iv_{i,a}, Iw_{i,a})$ representa la covarianza entre esos dos indicadores.

En este análisis de consistencia se considera cada país por separado, a diferencia de la metodología del trabajo original de Balance *et al.*, en el que se correlacionan los valores de los indicadores entre países para un año determinado. En este sentido, la metodología propuesta en el presente estudio media entre la anterior y la presentada por Fetró *et al.* (2001). En vez de correlacionar los índices entre países para cada bien, se analiza un país determinado para diferentes bienes correspondientes al sector alimentario, permitiendo de este modo obtener conclusiones específicas para el país de estudio para cada año en un intervalo de tiempo. Como en el presente se considera un producto y cada país por separado, se correlaciona, por lo tanto, sobre el período de los doce años.

La prueba de consistencia ordinal (CO) se realiza correlacionando las diversas medidas una vez que los valores numéricos son ordenados por su valor (de mayor a menor), aplicándose correlación por rangos de Spearman, *i.e.*:

$$CO_{Iv_{i,a}Iw_{i,a}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{t=1}^T [R_{Iv_{i,a}}(t) - R_{Iw_{i,a}}(t)]}{T \cdot (T^2 - 1)} \quad (9)$$

donde $R_{Iv_{i,a}}(t)$ y $R_{Iw_{i,a}}(t)$ indican la posición en el *ranking* determinado por $Iv_{i,a}(t)$ y $Iw_{i,a}(t)$, que tiene el año t . El análisis de este resultado permite ver la consistencia en el ordenamiento del grado de especialización que arroja cada indicador.

Por último, dado que los índices miden la existencia de especialización-desespecialización, los resultados se pueden interpretar en valores discretos como una medida dicotómica, dada por la proporción de casos favorables (considerados del mismo lado en cuanto a la demarcación que realiza el valor de cada indicador) sobre el total de los casos. Por lo tanto, la medida de consistencia dicotómica (CD) viene dada por:

$$CD_{Iv_{i,a}Iw_{i,a}} = \frac{\sum_{t=1}^T D_{Iv_{i,a}Iw_{i,a}}(t)}{T} \quad (10)$$

donde

$$D_{Iv_{i,a}Iw_{i,a}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } Iv_{i,a} \text{ y } Iw_{i,a} \text{ coinciden en marcar especialización o desespecialización;} \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

3.3. Datos

Para el cómputo de los indicadores se utilizan datos de exportaciones e importaciones de mantequilla de la base de FAOSTAT para el período 1995-2006; los valores de las exportaciones e importaciones industriales de la base de UNCTAD. En el valor total de los datos de Mercosur se incluye también Chile, como país asociado y por su fuerte intercambio comercial de lácteos dentro del bloque.

4. RESULTADOS

4.1. Ventajas comparativas reveladas y grado de especialización

Los resultados del cálculo del índice Balassa simétrico (índice I1) y de la medida de grado de especialización χ^2 para cada país, tomando al total mundial por una parte (W) y Mercosur (MS) por otra, se observan en la Tabla 1.

Argentina mantiene un comportamiento volátil en el patrón de especialización en el sentido dicotómico que brinda el indicador I1: solamente para los años 1995-1996, 1999-2000, 2004 y 2006 revela especialización. Estos períodos coinciden, en el primer caso, con los dos primeros años de la efectiva implementación del bloque Mercosur; en el segundo, con las postrimerías del abandono del plan real de Brasil, uno de sus socios y compradores más importantes, lo que lleva al país a tener que diversificar sus mercados; y en el tercero, con la reactivación posterior a la gran crisis entre 2001 y 2003.

Tabla 1. Comparación de especialización en términos dicotómicos y de grado según el conjunto de países de referencia

Año	W (Ref.)				MS (Ref.)			
	Argentina		Uruguay		Argentina		Uruguay	
	I1	χ^2	I1	χ^2	I1	χ^2	I1	χ^2
1995	0,3090	0,000809	0,8798	0,21675	0,4279	0,001718	0,9074	0,29508321
1996	0,2292	0,000321	0,9250	0,55313	0,2253	0,000310	0,9244	0,5482972
1997	-0,0174	0,000001	0,9356	0,71162	-0,0608	0,000012	0,9300	0,64831358
1998	-0,3447	0,000222	0,9257	0,52413	-0,2476	0,000107	0,9396	0,65879142
1999	0,2949	0,000497	0,9419	0,74687	0,2241	0,000276	0,9327	0,63505194
2000	0,3021	0,000415	0,8801	0,11941	0,4439	0,001015	0,9124	0,17260111
2001	-0,2576	0,000098	0,9351	0,48778	-0,1614	0,000037	0,9467	0,60422739
2002	-0,0468	0,000004	0,9491	0,75771	0,0651	0,000008	0,9591	0,95825698
2003	-0,6955	0,000413	0,9450	0,72601	-0,5156	0,000160	0,9687	1,32529608
2004	0,0991	0,000029	0,9372	0,54034	0,3041	0,000302	0,9587	0,84948757
2005	-0,3503	0,000154	0,9378	0,51950	-0,0851	0,000008	0,9640	0,93629468
2006	0,5055	0,001990	0,9598	1,08756	0,4292	0,001309	0,9514	0,88635932

Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT; período 1995-2006.

En contraste, Uruguay revela especialización en el comercio mundial de mantequilla en todos los años, además de estabilidad de los indicadores y valores de chi-cuadrado muy altos comparados con los de Argentina. A partir del año 2002 comienza a revelar mayores grados de especialización, alcanzando el máximo al final del período analizado.

Si bien la mantequilla es solamente uno de los productos exportables del complejo lácteo de estos dos países, la evolución de la especialización internacional detectada ha tenido sus consecuencias económicas. En Argentina, principalmente actuando como incentivos o desincentivos a la producción

primaria, ya que sin políticas de estabilización o promoción sectoriales, las fluctuaciones redundaron en cambios en los precios pagados a los productores. En Uruguay, por su parte, y después de una caída del valor de las exportaciones de mantequilla en 2000, la recuperación y mayor estabilidad en la especialización favoreció el crecimiento sectorial y la inversión. Como el mercado interno es pequeño y el consumo de lácteos por habitante ya es alto, los incrementos en la producción se han volcado a las exportaciones.

Al cambiar la base de referencia (Mundo o Mercosur), los resultados no difieren mucho en cuanto a la demarcación especialización–desespecialización según el valor numérico del I1. Similares tendencias se observan con chi-cuadrado, acentuadas en la especialización creciente para Uruguay, mostrando un máximo en el año 2003, decreciendo y estabilizándose en los años siguientes. A valores mayores del chi-cuadrado corresponden valores mayores (en valor absoluto) para el I1, lo que permite afirmar que la medida cardinal del Balassa tradicional simétrico resulta adecuada para medir el grado de especialización, a la vez que demarca la circunstancia misma de especialización.

Por otra parte, para realizar un análisis dinámico de la especialización utilizando estos dos indicadores, resulta útil desagregar los factores determinantes de acuerdo a su construcción. Esto permite adicionalmente comparar la evolución de la especialización de ambos países de acuerdo a las variaciones experimentadas por los diferentes componentes. Como ya se mencionó, el indicador de Balassa (1) y, por ende, su derivado simétrico (2), pueden desagregarse en la participación sobre el conjunto de países de referencia que tiene el país en cuestión en las exportaciones de mantequilla ($x_{i,a} / \sum_{j \in J} x_{j,a}$), y en la participación que tiene el país en las exportaciones totales de manufacturas ($\sum_{k \in K} x_{i,k} / \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}$). Es decir, que por un lado tenemos el factor “sectorial” dado por la participación de las exportaciones del sector específico y, por otra parte, un factor “global” que considera la participación del país en las exportaciones globales (en este caso, de manufacturas) que combinados caracterizan la especialización (De Benedectis *et al.* 2002).

De las fórmulas (1) y (2) se puede ver que mientras el factor “sectorial” tiene un efecto directo sobre el I1, un incremento en el factor “global” disminuye el valor del I1.³ Sin embargo, el chi-cuadrado aumenta por la diferencia entre estos factores, independientemente del signo, puesto que tal indicador es solo de grado y no de demarcación.

³ Formalmente, si consideramos al I1 como una función del factor sectorial y del factor global, es fácil

corroborar que
$$\frac{\partial I1}{\partial (x_{i,a} / \sum_{j \in J} x_{j,a})} = \frac{2 \cdot \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}}{(B_{i,a} + 1)^2 \cdot \left(\sum_{k \in K} x_{i,k} \right)} > 0$$
, mientras que el efecto marginal del factor global viene dado por
$$\frac{\partial I1}{\partial \left(\sum_{k \in K} x_{i,k} / \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k} \right)} = - \frac{B_{i,a}}{(B_{i,a} + 1)^2} \cdot \frac{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k}}{\sum_{k \in K} x_{i,k}} < 0$$
.

En la Tabla 2 se muestra la evolución de ambos componentes para Argentina y Uruguay, separando al total mundial y al Mercosur como conjunto de países de referencia. Mientras que la participación en las exportaciones mundiales de mantequilla de Argentina tiene una tendencia relativamente decreciente, no ocurre lo mismo con Uruguay, alcanzando niveles de 0,0043 para los años 2004-2005 y 0,0068 en 2006. En contraste, Argentina muestra una participación de 0,0018 y 0,0008, pero con una recuperación en 2006, lo que le permite llegar a una cifra cercana a la uruguaya. Tomando como referencia al Mercosur, nuevamente la mayor participación de las exportaciones de mantequilla para Argentina se revela en el año 1995 (51,21%). Uruguay, a partir de 1996, tiene una participación superior al 60%, alcanzando niveles de 93% para 2003. En este año la participación de las exportaciones argentinas de mantequilla se reduce drásticamente a un mínimo del 5%. Luego la participación de Uruguay decrece y la de Argentina se incrementa, concluyendo en el 2006 con una participación de 40,5% y 51,4%, respectivamente.

Al comparar las participaciones de las exportaciones de mantequilla en el Mercosur de Argentina y Uruguay, se resaltan los patrones de competitividad entre estos dos países. Generalmente en los años que aumenta (disminuye) la participación de un país, disminuye (aumenta) la participación del otro. En estos términos resulta evidente el mejoramiento del Uruguay y el decaimiento de la participación de Argentina durante los diez años considerados.

Tabla 2. Descomposición en factores sectoriales y globales de la especialización en el comercio

Comp. II- χ^2	$x_{i,a} / \sum_{j \in W} x_{j,a}$		$x_{i,a} / \sum_{j \in MS} x_{j,a}$		$\sum_{k \in K} x_{i,k} / \sum_{j \in W} \sum_{k \in K} x_{j,k}$		$\sum_{k \in K} x_{i,k} / \sum_{j \in MS} \sum_{k \in K} x_{j,k}$	
	Argentina	Uruguay	Argentina	Uruguay	Argentina	Uruguay	Argentina	Uruguay
Año / i =								
1995	0,0036	0,0034	0,5121	0,4853	0,0019	0,0002	0,2052	0,0236
1996	0,0029	0,0057	0,3190	0,6206	0,0018	0,0002	0,2017	0,0244
1997	0,0021	0,0074	0,1974	0,6799	0,0022	0,0002	0,2230	0,0247
1998	0,0011	0,0067	0,1377	0,8464	0,0022	0,0003	0,2283	0,0264
1999	0,0032	0,0067	0,3207	0,6703	0,0017	0,0002	0,2033	0,0233
2000	0,0034	0,0032	0,5015	0,4715	0,0018	0,0002	0,1931	0,0216
2001	0,0011	0,0057	0,1417	0,7086	0,0019	0,0002	0,1962	0,0194
2002	0,0015	0,0055	0,2079	0,7559	0,0016	0,0001	0,1824	0,0158
2003	0,0003	0,0047	0,0517	0,9329	0,0015	0,0001	0,1618	0,0148
2004	0,0018	0,0042	0,2806	0,6414	0,0015	0,0001	0,1497	0,0135
2005	0,0008	0,0043	0,1288	0,6846	0,0017	0,0001	0,1527	0,0125
2006	0,0054	0,0068	0,4058	0,5136	0,0018	0,0001	0,1621	0,0128

Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT; período 1995-2006.

En el componente del denominador del II, la participación en las exportaciones totales de manufacturas, se observa una mayor estabilidad que en la del factor sectorial, lo que permite destacar un hecho crucial para la comparación del grado de especialización entre países. Mientras la

participación de las exportaciones de bienes manufacturados es significativamente mayor en Argentina que en Uruguay (Tabla 2), tenemos un efecto inverso mayor sobre el valor del I1 para el primer país. Los valores de I1 para Uruguay son cercanos a la unidad (Tabla 1) mientras que para Argentina, en aquellos años en los que se revela especialización, apenas alcanza valores de 0,3. Tal diferencia no siempre se deriva del efecto de la participación en las exportaciones de mantequilla, sino más bien de la participación en las exportaciones totales. Así por ejemplo, en 1995, cuando la participación mundial en las exportaciones de mantequilla de Argentina supera a las de Uruguay, el valor de I1 para el primero es de 0,3 mientras que para el segundo alcanza valores de 0,88, algo similar a lo que ocurre en 2000. Al ser las participaciones mundiales de exportaciones de manufacturas del orden de 0,0019 para Argentina y del 0,0002 para Uruguay, hace que para aquellos años en los que se revela especialización, Argentina alcance valores menores que Uruguay.

Por lo tanto, la desagregación en componentes sectoriales y globales o totales, permite apreciar que la especialización de un país en el comercio de un producto no solo depende fuertemente de cuál es la participación de las exportaciones del mismo sino también la importancia relativa de las exportaciones del bien respecto a las totales que realiza. Ello terminará definiendo tanto si el país está especializado o no, como también el grado de especialización para el producto en cuestión.

El componente sectorial puede ser de mucha utilidad para el diseño o corrección de políticas económicas que fomenten la inserción comercial del producto, ya que permite visualizar la evolución del impacto de la medida de política sobre las exportaciones del producto en relación al crecimiento de las exportaciones. A su vez, el conocimiento del componente global brinda información del posible efecto que políticas comerciales dirigidas a otros sectores, tendrían sobre el desempeño comercial relativo al producto analizado.

Esta descomposición en participación sectorial y global es posible, por construcción, para los indicadores I1, chi-cuadrado y su arreglo I2, y la versión neta I3, en cuya formulación descansa el Balassa tradicional. Sin embargo, a pesar de que los indicadores alternativos de especialización I4 e I5, no pueden desagregarse en participaciones respecto a un conjunto de países de referencia, su formulación refleja el comportamiento de la balanza sectorial dentro de la balanza global de un país. Por lo tanto, las comparaciones entre los indicadores como medidas de especialización tienen sentido, dado que en todos se encuentra la conjunción de ambos factores como determinantes de la especialización en el comercio de un país. En el Anexo, en las Tablas A1, A2 y A3, se incluyen los resultados de los indicadores que consideran ambos flujos del comercio: I3, I4 e I5. Estos indicadores contribuyen a medir la especialización no solo a través del desempeño exportador (como en el caso de I1 e I2) sino que también incorporan el rol de la participación de las importaciones del bien que realiza el país en cuestión. Para ambos países, especialmente para Uruguay, la importación de mantequilla resulta muy escasa respecto al valor exportado de la misma. A pesar de ello, los indicadores netos pueden brindar resultados que reviertan las conclusiones dadas por los indicadores brutos. Esto ocurre para Argentina, donde los resultados de estos tres indicadores (Tablas A1-A3) muestran un mejor

posicionamiento comercial, ya que solamente en un año (2003) se revela desespecialización en el comercio de mantequilla. Por lo tanto, al incorporar la participación de las importaciones, el papel de las exportaciones del producto puede realizarse por su contribución a la balanza sectorial. A su vez, en Uruguay, como se vio en la sección anterior, el desempeño exportador es mucho más fuerte, por lo que los indicadores netos no contribuyen respecto a las conclusiones de demarcación entre especialización y desespecialización. Sin embargo, dadas las diferencias en las definiciones de cada indicador, las conclusiones pueden ser diferentes de acuerdo a la cardinalidad de los mismos.

En la siguiente sección se analiza con más detalle la relación entre los cinco índices propuestos, mediante pruebas estadísticas de consistencia.

4.2. Consistencia de indicadores

Las pruebas de consistencia permiten ver hasta qué punto dos indicadores dados son coincidentes como medidas de especialización en tres sentidos: 1) en establecer en cada año si se revela especialización o desespecialización (sentido dicotómico, *CD*); 2) en revelar un “grado” de especialización (o desespecialización) para cada año en que se computa, de acuerdo al valor específico que asume el indicador (sentido cardinal, *CC*); y 3) en establecer un ranking desde aquellos años en los que la especialización es mayor, hacia los años con menor especialización, o mayor desespecialización (sentido ordinal, *CO*). Si un par de indicadores coinciden en estos tres sentidos, se dice que ambos son perfectamente consistentes. A su vez, en caso de coincidencias parciales, éstas pueden ser mayoría o no. Si no lo son, se dice que los indicadores son inconsistentes. Las pruebas estadísticas *CC*, *CO* y *CD*, formuladas en (8), (9) y (10), respectivamente, permiten cuantificar la consistencia de dos indicadores cualesquiera. Dado que *CC* y *CO* están definidos a través de los coeficientes de correlación de Pearson y Spearman, respectivamente, y *CD* es una proporción de casos favorables (coincidentes) sobre el total de años en que se calcula el indicador, el valor máximo que podría alcanzar cada uno de ellos es 1, mostrando con ello consistencia perfecta. Por lo tanto, cuanto más cerca de 1 esté *CC*, *CO* o *CD* mayor será la consistencia cardinal, ordinal o dicotómica, respectivamente.

Dado que la consistencia entre dos indicadores no es una propiedad que gozan independientemente del producto, período y país sobre el que se desea medir la especialización comercial, cada caso específico, como ser Argentina y Uruguay en comercio de mantequilla *post* integración al Mercosur, requiere un análisis de consistencia particular.

Al estudiar el índice *I1* como indicador de la demarcación que realiza cada año para cada país respecto a la especialización en el comercio de mantequilla, se constata que el grado de especialización, medido inicialmente por el chi-cuadrado, queda representado por el valor numérico del *I1*. Recíprocamente, si se toma el arreglo del chi-cuadrado dado por *I2*, es de esperarse que ambos indicadores representen las mismas características sobre especialización en el comercio internacional para cada país. En la Tabla 3 se presentan los resultados para Argentina y Uruguay de las pruebas de

consistencias tomando los indicadores I1 e I2 construidos en referencia al total mundial por un lado y al Mercosur por otro.

Tabla 3. Consistencia de los indicadores I1 - I2 respecto al MERCOSUR y al total mundial; período 1995-2006

I1 vs. I2	Argentina	Uruguay
<i>CC</i>		
W (Ref.)	0,8122	0,9113
MS (Ref.)	0,8058	0,9286
<i>CO</i>		
W (Ref.)	0,9360	0,8392
MS (Ref.)	0,9580	0,9301

Nota: como medida dicotómica, ambos indicadores son perfectamente consistentes.
Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT.

Tomadas como medidas cardinales, los indicadores resultan muy consistentes para ambos países, siendo algo menor para Argentina cuando se toman respecto al Mercosur, con una correlación de 0,8. Considerados como medidas ordinales, puede observarse que las correlaciones aumentan en todos los casos, siendo algo menor en Uruguay (0,83) con referencia al total mundial. Como medida dicotómica, ambos indicadores son perfectamente consistentes. Por lo tanto, estos dos indicadores resultan, para este caso, altamente consistentes tanto por su funcionalidad ordinal y de demarcación, como de establecimiento de rangos. Este resultado es esperable dada la semejanza en la construcción de cada uno.

Con respecto a los otros indicadores que consideran ambos flujos del comercio: I3, I4 e I5, el signo determina si se revela especialización o desespecialización en el comercio internacional del producto. Para Argentina, si se consideran las exportaciones netas, solo en un año se revela desespecialización (año 2003), contrariamente al comportamiento errático que se obtenía mediante I1 e I2. Esto resulta crucial al tomar a los indicadores como medidas dicotómicas. En la Tabla 4, al comparar I1 e I2 con I3, I4 e I5 como medidas dicotómicas, solamente en menos del 60% de los casos el primer indicador coincide con los otras tres (que resultan perfectamente consistentes entre sí) en revelar especialización-desespecialización.

Desde el punto de vista metodológico, el análisis de consistencia resulta necesario, básicamente, por dos motivos: En primer lugar, porque si se tiene un conjunto de indicadores muy consistentes entre sí, éstos resultan ser buenos sustitutos para medir la especialización comercial. Luego se puede elegir, de entre ellos, aquél que goce de ventajas metodológicas adicionales. En segundo lugar, si se tienen indicadores alternativos de especialización poco consistentes o, incluso, inconsistentes, es porque existe algún factor que entra en el cómputo de alguno de ellos que lleva a tal divergencia. Esto sugeriría la posible utilización de ambos indicadores como medidas

complementarias (por ejemplo, la utilización de un indicador neto con un indicador que solo contempla exportaciones).

Tabla 4. Consistencia de indicadores I1-I5; Argentina, período 1995-2006

I1 vs.	$CC_{Iv_{Arg,a}Iw_{Arg,a}}$	$CO_{Ix_{Arg,a}Iy_{Arg,a}}$	$CD_{Ix_{Arg,a}Iy_{Arg,a}}$
I3	0,9697	0,9091	0,5833
I4	0,9112	0,9371	0,5833
I5	0,8098	0,6923	0,5833
I2 vs.			
I3	0,7702	0,9371	0,5833
I4	0,7702	0,9371	0,5833
I5	0,5365	0,7413	0,5833
I3 vs.			
I4	0,8761	0,8671	1
I5	0,9174	0,9091	1
I4 vs.			
I5	0,7389	0,6713	1

Fuente: elaboración propia en base a Tablas del Anexo.

Para Argentina, como medidas cardinales, se observa que tanto I3, I4 como I5 son consistentes con el Balassa tradicional simétrico (las correlaciones son mayores a 0,8), siendo mayor para el índice de ventajas reveladas de comercio (I3), lo cual resulta comprensible al ser una versión neta del mismo. Sin embargo, como medidas ordinales, la mayor correlación se da con el índice de Michaely (igual a 0,94), mientras que disminuye para el índice de Iapadre (I5, correlación igual a 0,69). Respecto al chi-cuadrado (I2), los resultados son similares aunque la consistencia cardinal es un poco menor y mejora en el sentido ordinal. Al comparar los tres indicadores basados en la balanza comercial neta, se observa que tanto como medida cardinal como ordinal, el I3 es más consistente con el I5 que con el I4, con una correlación mayor a 0,8 entre este último y el I3. Este resultado es sorprendente, ya que por definición, es de esperarse que los indicadores I4 e I5 sean más consistentes; sin embargo, al comparar ambos, la correlación resulta de 0,73 en el sentido cardinal y del 0,67 en el sentido ordinal, mostrando, por lo tanto, una baja consistencia al momento de establecer un ordenamiento de la especialización entre los años considerados.

Desde el punto de vista económico, la mayor consistencia cardinal y ordinal entre el Balassa simétrico y I3 e I4 para Argentina refleja que el comportamiento del balance neto de mantequilla en el período sigue muy de cerca la evolución del valor de sus exportaciones. En cambio, la poca consistencia en el sentido dicotómico se debe a que en los años en los que el valor de las exportaciones de mantequilla son menores, también lo es el valor de sus importaciones, siendo realizado el desempeño comercial por los indicadores netos, dada la construcción de éstos.

Para Uruguay se observa que los indicadores netos siguen revelando una gran especialización en el comercio mundial de mantequilla (ver tablas del Anexo). En cuanto a la consistencia (Tabla 5) como medida cardinal, I1 es consistente con I3 y un poco menos con I4, aunque resulta inconsistente

con I5 (correlación negativa). A su vez, I2 es más consistente con I4 que con I3, siendo también inconsistente con I5. Este último indicador resulta inconsistente también con I3, tanto como medida cardinal y ordinal, mientras que con I4 las correlaciones son muy bajas (0,14).

Tabla 5. Consistencia de indicadores I1-I5; Uruguay, período 1995-2006

I1 vs.	$CC_{IvUr,u,aIwUr,u,a}$	$CO_{IvUr,u,aIwUr,u,a}$	$CD_{IvUr,u,aIwUr,u,a}$
I3	0,9108	0,6783	1
I4	0,739	0,3916	1
I5	-0,2393	-0,4056	1
I2 vs.			
I3	0,7583	0,4895	1
I4	0,8063	0,7413	1
I5	-0,1473	-0,0559	1
I3 vs.			
I4	0,5632	0,2028	1
I5	-0,244	-0,3357	1
I4 vs.			
I5	0,1423	0,4895	1

Fuente: elaboración propia en base a Tablas del Anexo.

Las correlaciones por rango son bajas por lo general, mostrando poca consistencia en relación al ordenamiento inducido por el valor asumido por cada indicador. Sin embargo, como medidas dicotómicas resultan perfectamente consistentes. Esto es trivial, dado que en todos los años para todos los indicadores se revela especialización en el comercio de mantequilla.

La inconsistencia del índice de Iapadre (I5) con respecto al resto se debe a que el mismo es muy estable y los otros tienen mayor variabilidad. Desde el punto de vista económico, la estabilidad deviene porque la evolución del comercio exterior uruguayo de mantequilla y en manufacturas ha sido bastante estable, reflejando una mayor constancia en la relación entre la balanza sectorial y la global normalizadas.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se seleccionaron cinco indicadores para medir la especialización internacional, utilizándose para el estudio del comercio mundial de mantequilla de Argentina y Uruguay en el período 1995-2006.

En una primera instancia se analiza la evolución de la especialización revelada por cada uno de los indicadores, verificándose diferentes tendencias en cada país. Argentina aparece especializada en algunos años cuando se toma solamente el lado de las exportaciones; mientras que lo hace casi siempre, con la excepción de un año, al considerar el flujo comercial neto. A pesar de ello, no muestra ninguna tendencia definida. Uruguay por el contrario, exhibe una fuerte especialización, la cual se acrecienta al final del período analizado, tanto si se considera uno o ambos flujos del comercio. Esta conclusión es válida tanto en referencia al Mercosur como al total mundial.

En una segunda instancia, y como parte central de este estudio, se evaluó la consistencia de los indicadores utilizados mediante diferentes pruebas: consistencia cardinal, ordinal y dicotómica. Entre los indicadores basados solamente en un flujo de comercio (I1 e I2) se observa una consistencia casi perfecta para ambos países, por lo que cualquiera de ellos resulta apropiado para este análisis. Sin embargo, al comparar éstos con los indicadores netos (I3, I4 e I5) los resultados no son tan determinantes, mostrando en algunos casos poca consistencia e incluso, inconsistencia.

Para el caso de Argentina, los indicadores que utilizan solo exportaciones en su cómputo (I1 e I2) resultan muy poco consistentes con los indicadores netos como medida dicotómica. Al incorporar a la construcción de los índices los valores de las importaciones, la demarcación de especialización cambia sustancialmente. En este caso revelan especialización para el país en diez de los once años considerados en comparación a solo cinco años de especialización determinados por el primer tipo de indicadores. A su vez, al comparar los indicadores I3, I4 e I5 vemos que resulta más consistente el índice de Iapadre que el de Michaely.

Para el caso de Uruguay, el único indicador neto consistente con el Balassa Simétrico (I1) en términos cardinales es su similar (I3). Ordinalmente, solo I1 e I2 son consistentes. Sin embargo, como medida dicotómica todos son perfectamente consistentes.

Como conclusión respecto a la priorización en el uso de algunos indicadores de especialización comercial internacional sobre otros, el análisis aplicado a mantequilla en los dos países muestra que no es posible una generalización. Cada uno de estos indicadores presenta mucha susceptibilidad respecto al comportamiento de los flujos del comercio que intervienen en la construcción de ellos. Como se vio precedentemente, los resultados de las pruebas de consistencia varían para el mismo producto entre los dos países considerados. Por lo tanto, se recomienda que, cuando se desee utilizar indicadores alternativos de especialización comercial, se realicen pruebas de consistencia a los fines de detectar qué pares de indicadores pueden utilizarse de forma sustituta o complementaria.

En la presente aplicación se vio que, para ambos países, los indicadores I1 e I2 podrían haberse usado indistintamente. Si se consideran las importaciones, en Argentina todos los índices podrían utilizarse de manera sustituta, si se desea tener una medida cardinal u ordinal, no así dicotómica, pues los índices que solo consideran exportaciones son poco consistente con los netos. Para Uruguay, en cambio, los indicadores netos deberían utilizarse de manera complementaria con los del primer tipo, al revelarse algunas inconsistencias como medidas de especialización.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo se ha realizado dentro del marco del proyecto BID 1728 OC/AR PICTO No. 36184 y CAID-UNL 2005.

REFERENCIAS

- ARCHIBUGUI, D.; PIANTA, M. (1992) *The technological specialisation of advanced countries. A report to the EEC on international science and technology activities*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- BALANCE, R.; FORSTNER; MURRAY, T. (1987) “Consistency test of alternative measures of comparative advantage”, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 69, N° 1, pp. 157–161.
- BALASSA, B. (1965) “Trade liberalization and revealed comparative advantage”, *The Manchester School of Economic and Social Studies*, Vol. 32, pp. 99–123.
- BENDER, S.; LI, K. (2002) “The changing trade and revealed comparative advantage of Asian and Latin American manufactured exports”, *Economic Growth Center*, Yale University, Center Discussion Paper N° 843.
- DE BENEDICTIS, L.; TAMBERI, M. (2002) “A note on the Balassa Index of Revealed Comparative Advantage”, Working Paper n° 158, Dipartimento di Economia, Università delle Marche (I).
- DEPETRIS GUIGUET, E.; GARCÍA ARANCIBIA, R.; ROSSINI, G. (2008) “Variantes de indicadores de desempeño en las exportaciones de leche en polvo en los países del Mercosur”, *Ciencias Económicas*, Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, UNL, N° 6.1.
- FOOD & AGRICULTURE ORGANIZATION (2009) Data Base FAOSTAT (<http://www.faostat.fao.org>).
- FERTÖ, I.; HUBBARD, L. (2002) Revealed comparative advantage and competitiveness in Hungarian agri-food sectors. Technology Foresight in Hungary, Institute of Economics, Hungarian Academy of Sciences. Budapest.
- FERTÖ, I.; HUBBARD, L. (2001) “Competitiveness and comparative advantage in Hungarian agriculture” *Műhelytanulmányok*, Discussion Papers New Series 2001/2.
- HOEN, A.; OOSTERHAVEN, J. (2006) “On the measurement of comparative advantage” *The Annals of Regional Science*, Springer, Vol. 40 (3), pp. 677–691.
- LAFAY, J. (1992) “The measurement of revealed comparative advantages”. En: M.G. Dagenais; P.A. Muet, eds., *International Trade Modeling*, London, United Kingdom: Chapman and Hall, 1992, pp. 209–234.
- LAURSEN, K. (1998) “Revealed comparative advantage and the alternatives as measures of international specialization”. Copenhagen Business School. *DRUID Working Paper*, pp. 98–30.
- MICHAELY, M. (1984) *Trade, income levels, and dependence*. Amsterdam & New York: North Holland.
- IAPADRE, L. (2001) “Measuring international specialization”, *IAER* Vol. 7, N° 2, pp. 173–184.
- UNITED NATIONS CONFERENCE ON TRADE AND DEVELOPMENT (2009): UNCTAD Data Base (<http://stats.unctad.org>).
- VOLLRATH, T. (1991) “A theoretical evaluation of alternative trade intensity measures of revealed comparative advantage”. *Weltwirtschaftliches Archiv.*, Vol. 127, pp: 265–280.

ANEXO

Tabla A1. Índice de ventajas del comercio reveladas simétrico (I3); período 1995-2006

Año	I3 _{Arg,a}	I3 _{Uru,a}
1995	1,1284	1,7741
1996	1,1708	1,8965
1997	0,8289	1,8859
1998	0,3693	1,8854
1999	1,2867	1,8935
2000	1,2706	1,8052
2001	0,4408	1,9351
2002	0,5874	1,8900
2003	-0,1840	1,9450
2004	1,0772	1,9372
2005	0,6482	1,9137
2006	1,5034	1,9598

Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT.

Tabla A2. Índice de Michaely (I4); período 1995-2006

Año	I4 _{Arg,a}	I4 _{Uru,a}
1995	0,0018	0,0158
1996	0,0014	0,0233
1997	0,0007	0,0253
1998	0,0003	0,0218
1999	0,0013	0,0237
2000	0,0010	0,0087
2001	0,0002	0,0175
2002	0,0004	0,0208
2003	-0,0001	0,0217
2004	0,0007	0,0187
2005	0,0003	0,0178
2006	0,0014	0,0232

Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT.

Tabla A3. Índice de Iapadre (I5); período 1995-2006

Año	I5 _{Arg,a}	I5 _{Uru,a}
1995	1,2076	1,4295
1996	1,3863	1,4762
1997	1,0825	1,4733
1998	0,5200	1,4748
1999	1,4934	1,4866
2000	1,3956	1,4196
2001	0,5870	1,4403
2002	0,5995	1,3057
2003	-0,2767	1,2781
2004	1,2913	1,3692
2005	1,3305	1,4132
2006	1,3351	1,4245

Fuente: elaboración propia en base a datos UNCTAD y FAOSTAT.

Volumen 9 (junio de 2010)

Spurious Rejections by Dickey-Fuller Tests in the Presence of an Endogenously Determined Break under the Null

Rechazos espurios de los test de Dickey-Fuller en presencia de una ruptura bajo la hipótesis nula endógenamente determinada

Badillo Amador, Rosa; Belaire Franch, Jorge; Reverte Maya, Carmelo

Páginas 3–16

International Organizations and the Theory of Clubs

Una interpretación de las organizaciones internacionales utilizando la Teoría de los Clubes

Faíña Medín, José Andrés; García Lorenzo, Antonio; López-Rodríguez, Jesús

Páginas 17–27

Measuring Preferences: from Conjoint Analysis to Integrated Conjoint Experiments

Medición de preferencias: desde el Análisis Conjunto a los Experimentos Conjuntos Integrados

Ramírez-Hurtado, José Manuel

Páginas 28–43

Enfoques de programación matemática fuzzy multiobjetivo para la planificación operativa del transporte en una cadena de suministro del sector del automóvil

Fuzzy Multiobjective Mathematical Programming Approaches for Operational Transport Planning in an Automobile Supply Chain

Díaz-Madroño, Manuel; Peidro, David; Mula, Josefa; Ferriols, Francisco J.

Páginas 44–68

The Generalized Hybrid Averaging Operator and its Application in Decision Making

La media generalizada híbrida y su aplicación en la toma de decisiones

Merigó Lindahl, José M.; Casanovas Ramón, Montserrat

Páginas 69–84

Consistencia de indicadores de especialización en el comercio internacional. Aplicación al caso de la mantequilla en Argentina y Uruguay

Consistency of Specialization Indicators. An Application to Argentina and Uruguay Butter International Trade

Depetris Guiguet, Edith; García Arancibia, Rodrigo; Rossini, Gustavo

Páginas 85–105