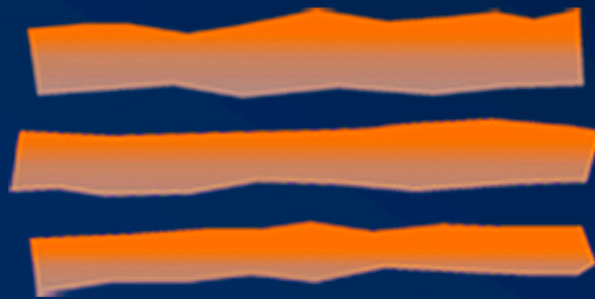




UNIVERSIDAD
**PABLO DE
OLAVIDE**
SEVILLA

Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa



**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

ISSN: 1886-516 X
D.L.: SE-2927-06



**REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA**

**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

Número 17. Junio de 2014.

ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/>

Editores:

Dr. Eugenio M. Fedriani Martel
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: efedmar@upo.es

Dr. Alfredo García Hernández-Díaz
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: agarher@upo.es

Comité Editorial:

Dr. S. Ejaz Ahmed, University of Windsor, Ontario (Canadá)
Dr. Adam P. Balcerzak, Nicolaus Copernicus University, Toruń (Polonia)
Dr. Carlos A. Coello Coello, CINVESTAV-IPN, México D.F. (México)
Dr. Ignacio Contreras Rubio, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. Manuela Coromaldi, University of Social Sciences UNISU, Roma (Italia)
Dr. Miguel Ángel Hinojosa Ramos, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Matías Irigoyen Testa, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires (Argentina)
Dr. M. Kazim Khan, Kent State University, Ohio (EE.UU.)
Dr. Manuel Laguna, University of Colorado at Boulder, Colorado (EE.UU.)
Dra. María Amparo León Sánchez, Universidad de Pinar del Río (Cuba)
Dr. Jesús López-Rodríguez, Universidad de A Coruña, (España)
Dr. Cecilio Mar Molinero, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dra. Ana M. Martín Caraballo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. M^a Carmen Melgar Hiraldo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Gábor Nagy, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dr. José Antonio Ordaz Sanz, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Andrés Rodríguez-Pose, London School of Economics, Londres (Reino Unido)
Dr. José Manuel Rueda Cantuche, IPTS-DG J.R. Centre-European Commission
Dra. Mariagrazia Squicciarini, OECD, París (Francia)
Dra. Mariangela Zoli, Università degli Studi di Roma 'Tor Vergata', Roma (Italia)



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 3–22.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=86>

Análisis de la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano, del índice de riesgo país y de la mezcla mexicana de exportación mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico

VILLALBA PADILLA, FÁTIMA IRINA

Escuela Superior de Economía

Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo electrónico: fatima.villalba@gmail.com

FLORES-ORTEGA, MIGUEL

Escuela Superior de Economía

Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo electrónico: mfo@prodigy.net.mx

RESUMEN

Se parametriza de forma conjunta la heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada que corresponde al comportamiento de la varianza de tres variables: (a) el índice de precios y cotizaciones (IPC), indicador principal del mercado bursátil mexicano, (b) el *emerging markets bond index* para México (EMBI), como indicador de riesgo país y (c) el precio de la canasta mexicana de tres crudos de exportación (MEZCLA). Las variables se emplean como estimadores de la tendencia de los precios de las acciones, los bonos y los energéticos, respectivamente, con el objetivo final de conformar un portafolio de inversión diversificado que incluya dichos activos. Se presentan los resultados empíricos de un modelo econométrico GARCH trivariado asimétrico. El modelo permite incorporar la covarianza entre las variables para explicar su interrelación y en la estimación se considera el efecto de los choques generados por las innovaciones positivas y negativas. El estudio contempla el periodo de 2002 a 2013.

Palabras clave: volatilidad; rendimiento; asimetría; GARCH trivariado; pronóstico.

Clasificación JEL: C22; C52; C58.

MSC2010: 62M10; 91B84; 91G70.

**Volatility Analysis
of the Core Mexican Stock Market Index,
the Country Risk Index,
and the Mexican Oil Basket
Using an Asymmetric Trivariate GARCH Model**

ABSTRACT

We jointly parameterized the generalized autoregressive conditional heteroskedasticity that corresponds to the behavior of the variance of three variables: (a) the core Mexican stock market index (IPC), (b) the Emerging Markets Bond Index for Mexico (EMBI) as country risk pointer and, (c) the Mexican three oil basket exports mix (MEZCLA). The variables are used as trend indicators of stocks, bonds and energetics respectively with the ultimate goal of forming a diversified portfolio including such assets. This paper presents the empirical results of an asymmetric econometric trivariate GARCH model. The model incorporates the covariance between the variables in order to explain their relationship and we considered the shocks generated by positive and negative innovations. The study involves the period 2002- 2013.

Keywords: volatility; return; asymmetry; trivariate GARCH; forecasting.

JEL classification: C22; C52; C58.

MSC2010: 62M10; 91B84; 91G70.



1. INTRODUCCIÓN

La interacción entre los mercados debido a la globalización ha motivado diversos estudios acerca de la magnitud en que el nivel de volatilidad se incrementa en tiempos en que estos sufren turbulencias. Esto implica que tanto la varianza condicional como la covarianza condicional de un mercado cambian en el tiempo influenciadas por los choques y las volatilidades de los demás mercados. Carvalho (2007) propone un modelo GARCH multivariado que estima la interdependencia y el contagio entre los mercados financieros internacionales; parametriza la varianza condicional e identifica cambios estructurales cuando ésta sufre la transición de momentos de calma a periodos de desorden. Por otro lado, Leodoit, Santa-Clara y Wolf (2003) aplican un modelo GARCH multivariado para estimar la varianza y la covarianza entre los mercados financieros de Estados Unidos de América, Reino Unido, Francia, Alemania, Japón, Canadá y Suiza.

El estudio del segundo momento estadístico con respecto a la media es un tema que ha generado el desarrollo de técnicas de econometría para lograr la mejor estimación de la volatilidad. Los pioneros de los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva son Engle (1982) y Bollerslev (1986). Avances posteriores incluyen estudios para detectar el efecto en que las respuestas de la volatilidad¹ ante innovaciones negativas difieren de las causadas por perturbaciones positivas, con lo que han surgido varias extensiones de los modelos originales de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) y de los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH); entre ellos se encuentran el EGARCH o GARCH exponencial de Nelson (1991) y el TARARCH o ARCH de umbral de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y Zakoian (1994).

El análisis de la literatura sobre el tema muestra que es importante realizar mediciones certeras y pronósticos precisos acerca del comportamiento de la volatilidad de los activos financieros. Las diversas investigaciones generaron los modelos GARCH multivariados, que se basan en los trabajos de: Engle, Granger y Kraft (1984); Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988); Engle y Rodrigues (1989) y Engle y Kroner (1995). La contribución inicial permite estimar no solo la varianza individual de la serie, sino incorporar el efecto del comportamiento de otras series al tomar en cuenta las covarianzas entre ellas, adicionalmente es importante incluir la información pasada y con ello proporcionar un análisis sólido de la forma en que se lleva a cabo la interacción entre diversos mercados o activos financieros.

Minović (2009) establece que es un hecho que los mercados se interrelacionan entre sí, por lo tanto es fundamental conocer las características de su comportamiento en cualquier estudio

¹ La volatilidad se obtiene al calcular la raíz cuadrada de la varianza.

financiero; afirma que el movimiento de los precios de un mercado afecta el precio de los bienes en otros mercados. Los autores De Goeij y Marquering (2004) estudiaron los efectos asimétricos entre las varianzas y las covarianzas de las acciones que se operan en los mercados bursátiles de los Estados Unidos de América y los bonos norteamericanos mediante modelos GARCH multivariados. La investigación empírica se llevó a cabo con bases de datos del índice Standard & Poor's 500 y la tasa London Interbank Offer Rate (LIBOR) a 6 meses y los swaps de los bonos a 10 años.

Ludlow y Mota (2006) estiman simultáneamente la volatilidad del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores y los índices Nasdaq y Standard & Poor's 500, indicadores bursátiles de Estados Unidos de América. Utilizan un modelo GARCH trivariado con el objetivo de comparar el comportamiento de la volatilidad en los diferentes mercados y reportan los efectos de causalidad entre las variables estudiadas. Otros estudios, como el de Karunanayake, Valadkhani y O'Brien (2009), presentan la utilidad del modelo GARCH multivariado para establecer la naturaleza de la interacción entre los rendimientos de los mercados bursátiles de Australia, Singapur y Reino Unido con el de Estados Unidos de América y encuentran evidencia de la interacción cruzada entre los mercados.

Por otro lado, Hernández, Ibarra y Trupkin (2011) analizan el nivel de interdependencia y transmisión de volatilidad en los mercados internacionales de futuros agrícolas mediante el seguimiento de un enfoque del modelo GARCH multivariado, con esta parametrización exploran la dinámica del comportamiento individual de la volatilidad y la dinámica del comportamiento cruzado para los mercados de maíz, trigo y soja en Estados Unidos de América, Europa y Asia.

Chuliá, Climent, Soriano y Torró (2007) utilizan un modelo GARCH multivariado que toma en cuenta el fenómeno de volatilidad asimétrica, el problema de no sincronía de la operación diaria en los mercados financieros y las crisis a las que conllevan los ataques. Sus hallazgos muestran que existe una transmisión asimétrica de la volatilidad y que los impactos de los ataques terroristas arrojan resultados diferentes en los mercados.

En este trabajo se presenta la aplicación de un modelo GARCH trivariado asimétrico para pronosticar la causalidad entre las series del principal índice bursátil mexicano, del índice de riesgo país para México y de la mezcla mexicana de exportación como indicadores de tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos respectivamente. El objetivo es construir una parametrización conjunta que contribuya en la toma de decisiones de inversión, la aportación de la investigación involucra la identificación de la relación empírica que existe entre las series financieras estudiadas y su efecto de causalidad en el entorno mexicano. Los resultados del estudio corroboran la hipótesis de que existe interrelación entre las series y que ésta es significativa en el pronóstico.

El artículo se estructuró con cuatro apartados: el primero es la introducción, el segundo corresponde al marco teórico que se utiliza en la investigación. La tercera sección define el marco

temporal y las variables que se utilizan en la estructura de la base de datos. En la cuarta sección se muestra el modelo utilizado y los resultados de la investigación para las variables seleccionadas. Finalmente la quinta sección se dedica a la presentación de las conclusiones del trabajo.

2. MARCO TEÓRICO DE LOS MODELOS TRIVARIADOS

El modelo GARCH se presentó de manera independiente por Bollerslev (1986) y por Taylor (1986); ambos autores persiguieron el objetivo de modelar la volatilidad de la serie temporal de la variable de interés; el modelo GARCH establece que la varianza condicional depende de hechos pasados e incorpora el efecto del cuadrado de las innovaciones y de la varianza condicional de periodos anteriores. Esta parametrización permite que la varianza condicional sea dependiente de los rezagos, de tal manera que el modelo más simple se representa por la Ecuación 1.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad \text{para } \alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0 \text{ y } \beta_1 \geq 0 \quad (1)$$

La Ecuación 1 corresponde al modelo simétrico² GARCH(1,1), donde σ_t^2 es la varianza condicional, que se conoce así porque se calcula a partir de la información pasada relevante; ésta se determina a partir del promedio ponderado de la varianza de largo plazo representada por la constante α_0 ; se adiciona el efecto de las perturbaciones ponderadas más recientes con el parámetro $\alpha_1 u_{t-1}^2$ y el efecto de la varianza condicional inmediata anterior mediante $\beta_1 \sigma_{t-1}^2$. Las condiciones de no negatividad aseguran que la varianza condicional sea positiva.

La bondad del modelo GARCH radica en que se requiere calcular pocos parámetros y su aplicación es sencilla; el modelo más recurrido es el GARCH(1,1), que incluye solamente tres parámetros en la ecuación de varianza condicional; es un modelo que presenta parsimonia al incorporar un número infinito de errores al cuadrado en el pasado para influir en la varianza condicional en el presente.

El modelo GARCH(1,1) puede ser extendido a un modelo GARCH(p,q), donde la varianza condicional actual se encuentra valorada para depender de p rezagos del error al cuadrado y de q rezagos de la varianza condicional, lo que se expresa en las Ecuaciones 2 y 3.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad \text{para } \alpha_0 > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0 \text{ y } \beta_1, \dots, \beta_q \geq 0 \quad (3)$$

Con el objetivo de detectar el efecto de asimetría –que involucra el fenómeno relacionado con el hecho de que las noticias malas no tienen el mismo impacto en la volatilidad de un activo que las

² Cuando se habla de un modelo GARCH simétrico se hace referencia a que la volatilidad es impactada de igual manera ante buenas o malas noticias en los mercados.

noticias buenas–, han surgido varias extensiones del modelo GARCH, entre otros, el EGARCH o GARCH exponencial de Nelson (1991) y el TARARCH o ARCH de umbral de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y Zakoian (1994). La varianza condicional para el modelo TARARCH(1,1) se define de acuerdo a las Ecuaciones 4 y 5.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \gamma_1 d_{t-1})u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \gamma_1 u_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (5)$$

El efecto de asimetría está dado por el valor de γ_1 . Engle y Ng (1993) establecen que u_t es una medida de las noticias que surgen en los mercados, donde $d_t = 1$ si u_t es negativo y $d_t = 0$ si u_t es positivo o cero. Valores negativos de las innovaciones se interpretan como noticias malas y valores positivos del residuo se interpretan como noticias buenas. En este modelo el impacto sobre la varianza condicional conlleva a que las noticias positivas tienen un efecto de magnitud α_1 y las negativas un choque de $\alpha_1 + \gamma_1$. Deben satisfacerse las condiciones $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_1 + \gamma_1 \geq 0$ y $\beta_1 \geq 0$ para asegurar una varianza condicional positiva.

Por otro lado, cuando se desea analizar el efecto de la serie temporal de una variable en la varianza de otra serie temporal, el modelo GARCH resulta inadecuado, pues no incorpora dichos efectos; para superar esta necesidad, se desarrollaron los modelos GARCH multivariados que permiten establecer la dependencia de la varianza de una serie con respecto al comportamiento de otras series, que constituye el problema central de esta investigación.

Los modelos GARCH multivariados no solo brindan información acerca de la varianza individual de las series, que es el objetivo de los modelos univariados, sino que también especifican ecuaciones que consideran cómo cambian en el tiempo las covarianzas entre las variables de interés. Existe una vasta definición de modelos GARCH multivariados, entre ellos, el VECH y el VECH diagonal propuestos por Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) y el BEKK desarrollado por Baba, Engle, Kraft y Kroner y presentado en el trabajo de Engle y Kroner (1995); este último es un modelo robusto ampliamente utilizado en la literatura, como refieren Bauwens, Laurent y Rombouts (2006) que revisaron los hallazgos de los modelos GARCH multivariados y sus extensiones; de forma similar Stelzer (2008) estudió la relación entre los modelos GARCH multivariados; a partir de estos hechos, para esta investigación se seleccionó el modelo BEKK, en donde se eliminó la restricción de una estructura simétrica de varianza-covarianza y se consideró que las innovaciones causan un comportamiento asimétrico en la volatilidad de las series que conforman el modelo, como mencionan Bellotti y Williams (2010). Entre las investigaciones del tema se encuentran la de Ng (2000), el autor estima modelos multivariados asimétricos con aplicaciones a la volatilidad del

mercado bursátil y sus contagios y los efectos de las asimetrías en las razones óptimas de cobertura, investigación que se debe a los autores Brooks, Henry y Persaud (2002).

En el modelo seleccionado para este estudio, se define r_t como el vector de rendimientos en el tiempo t con longitud N de la variable de interés; la varianza de los errores no es constante, es decir, los residuos se comportan de acuerdo a lo siguiente: $u_t \sim N(0, H_t)$, de forma tal que el modelo BEKK asimétrico se expresa conforme a la siguiente estructura:

$$r_t = \mu + u_t \quad (6)$$

$$H_t = \Omega' \Omega + \sum_{i=1}^p A_i' (u_{t-i} u_{t-i}') A_i + \sum_{i=1}^q B_i' H_{t-i} B_i + \sum_{i=1}^l G_i' (\xi_{t-i} \xi_{t-i}') G_i \quad (7)$$

donde Ω , A_i , B_i y G_i son matrices de parámetros de tamaño $N \times N$, H_t representa la estructura matricial varianza-covarianza que es definida positiva, Ω es una matriz triangular superior, A_i , B_i y G_i son matrices diagonales, Ω' , A_i' , B_i' y G_i' son las matrices traspuestas de las originales, G_i es la matriz de coeficientes que recoge los efectos asimétricos, $\xi_{t-i} = D_{t-i} u_{t-i}$ y finalmente, D_{t-i} es una matriz de tamaño $N \times N$ que contiene $d_{n,t-i}$ elementos en la diagonal y sus demás componentes son ceros conforme a las siguientes condiciones: $d_{n,t-i} = 1$ si $u_{t-i} < 0$ y $d_{n,t-i} = 0$ si $u_{t-i} \geq 0$, para $n=1, \dots, N$. La estimación de los parámetros del modelo se lleva a cabo mediante el método de máxima verosimilitud.

El modelo BEKK trivariado asimétrico se representa conforme a la Ecuación 8:

$$\begin{aligned}
H_t = & \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ 0 & \omega_{22} & \omega_{23} \\ 0 & 0 & \omega_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ 0 & \omega_{22} & \omega_{23} \\ 0 & 0 & \omega_{33} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} u_{1,t-1}^2 & u_{1,t-1} u_{2,t-1} & u_{1,t-1} u_{3,t-1} \\ u_{2,t-1} u_{1,t-1} & u_{2,t-1}^2 & u_{2,t-1} u_{3,t-1} \\ u_{3,t-1} u_{1,t-1} & u_{3,t-1} u_{2,t-1} & u_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}' H_{t-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \xi_{1,t-1}^2 & \xi_{1,t-1} \xi_{2,t-1} & \xi_{1,t-1} \xi_{3,t-1} \\ \xi_{2,t-1} \xi_{1,t-1} & \xi_{2,t-1}^2 & \xi_{2,t-1} \xi_{3,t-1} \\ \xi_{3,t-1} \xi_{1,t-1} & \xi_{3,t-1} \xi_{2,t-1} & \xi_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix} \quad (8)
\end{aligned}$$

donde

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A continuación se obtienen las varianzas condicionales y la covarianza condicional:

$$h_{1,1,t} = \omega_{1,1}^2 + a_{1,1}^2 u_{1,t-1}^2 + b_{1,1}^2 h_{1,1,t-1} + \gamma_{1,1}^2 \xi_{1,t-1}^2 \quad (10)$$

$$h_{2,2,t} = \omega_{1,2}^2 + \omega_{2,2}^2 + a_{2,2}^2 u_{2,t-1}^2 + b_{2,2}^2 h_{2,2,t-1} + \gamma_{2,2}^2 \xi_{2,t-1}^2 \quad (11)$$

$$h_{3,3,t} = \omega_{1,3}^2 + \omega_{2,3}^2 + \omega_{3,3}^2 + a_{3,3}^2 u_{3,t-1}^2 + b_{3,3}^2 h_{3,3,t-1} + \gamma_{3,3}^2 \xi_{3,t-1}^2 \quad (12)$$

$$h_{1,2,t} = h_{2,1,t} = \omega_{1,1}\omega_{1,2} + a_{1,1}a_{2,2}u_{1,t-1}u_{2,t-1} + b_{1,1}b_{2,2}h_{1,2,t-1} + \gamma_{1,1}\gamma_{2,2}\xi_{1,t-1}\xi_{2,t-1} \quad (13)$$

$$h_{1,3,t} = h_{3,1,t} = \omega_{1,1}\omega_{1,3} + a_{1,1}a_{3,3}u_{1,t-1}u_{3,t-1} + b_{1,1}b_{3,3}h_{1,3,t-1} + \gamma_{1,1}\gamma_{3,3}\xi_{1,t-1}\xi_{3,t-1} \quad (14)$$

$$h_{2,3,t} = h_{3,2,t} = \omega_{1,2}\omega_{1,3} + \omega_{2,2}\omega_{2,3} + a_{2,2}a_{3,3}u_{2,t-1}u_{3,t-1} + b_{2,2}b_{3,3}h_{2,3,t-1} + \gamma_{2,2}\gamma_{3,3}\xi_{2,t-1}\xi_{3,t-1} \quad (15)$$

Las Ecuaciones 10, 11 y 12 representan las varianzas de las variables 1, 2 y 3, respectivamente, y las Ecuaciones 13, 14 y 15 las covarianzas entre las variables. Cabe mencionar que una vez que se estima la varianza de una serie financiera, se aplica la raíz cuadrada a dicha varianza y se obtiene la desviación estándar, que indica la volatilidad de la variable.

3. BASE DE DATOS Y METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PARA LAS VARIABLES SELECCIONADAS

Para el estudio se utilizan bases de datos con periodicidad diaria que abarcan del 31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013, se cuenta con 3010 datos. En los días en que no hubo negociación se interpolaron los datos para contar con bases uniformes y estandarizadas. Se utilizó Excel para desarrollar algunas gráficas y cálculos y el programa Eviews para aplicar herramientas estadísticas y econométricas.³ Las series objeto de esta investigación se seleccionaron como indicadores de la tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos con el objetivo final de conformar un portafolio que incluya los tres activos. Las variables son:

- a) IPC. Es el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV); representa el rendimiento del mercado accionario de acuerdo a las variaciones que presentan los precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa de un conjunto de acciones que cotizan en la BMV de acuerdo a lo mencionado en su web: www.bmv.com.mx. El IPC constituye un indicador de las fluctuaciones del mercado accionario tomando en cuenta que el índice es representativo, pues refleja el comportamiento y la dinámica operativa del mercado mexicano y las series accionarias que lo integran cuentan con las cualidades de operación y liquidez que facilitan las transacciones de compra y venta cumpliendo con las necesidades del mercado accionario en México; actualmente el IPC se compone de 35 emisoras. La página consultada para obtener el IPC correspondiente al cierre del mercado de cada día hábil fue

³ Por conveniencia, en adelante se utiliza el punto decimal anglosajón en lugar de la coma tradicional.

www.finance.yahoo.com (Yahoo Finance). El índice se reexpresó en dólares de los Estados Unidos de América de acuerdo al tipo de cambio de cambio spot (USD), este tipo de cambio es calculado diariamente los días hábiles bancarios en base a las cotizaciones de compra y venta del mercado de cambios al mayoreo para operaciones liquidables el segundo día hábil bancario siguiente. Se consultó el último hecho de venta del día hábil correspondiente. Bloomberg es la plataforma de la que se obtuvo la información.

- b) EMBI. Es el principal indicador de riesgo país, calculado diariamente por el banco JP Morgan Chase, mide la diferencia entre la tasa de interés que pagan los bonos soberanos denominados en dólares emitidos por países emergentes y los Bonos del Tesoro de los Estados Unidos de América. Una vez que se obtiene la diferencia, ésta se expresa en puntos base. Los países de los cuales se calcula actualmente este índice son: Rusia, Ucrania, Brasil, Argentina, Indonesia, Bulgaria, Venezuela, Egipto, Colombia, Marruecos, Nigeria, México, Panamá, Polonia, Perú, Turquía, Filipinas, Ecuador y Sudáfrica. Se consultó la plataforma Bloomberg para la obtención de esta información en lo relativo al EMBI para México. Cabe mencionar que un valor más bajo del indicador se relaciona con un menor riesgo percibido por los inversionistas con respecto al país y un valor más alto involucra el hecho de que los inversionistas perciben un mayor riesgo con respecto al país. El EMBI se utiliza en el estudio en dos sentidos: por un lado, como un indicador de riesgo y por otro, como un indicador de tasa de interés en el mercado de bonos.
- c) MEZCLA. La canasta de crudos de exportación incluye tres tipos de aceite: el Olmeca, un crudo súperligero con densidad de 39.3 grados API (American Petroleum Institute), el Istmo de 33.6 grados API y el Maya de 22 grados API. La gravedad API se basa en la comparación de la densidad del petróleo con la densidad del agua, es decir, se busca determinar si el crudo es más liviano o más pesado que el agua. A una mayor gravedad API el petróleo será más liviano. Los petróleos ligeros son los más requeridos en el mercado y al mismo tiempo los de mayor precio, ya que los costos tanto de extracción como de refinación son menores en comparación con los petróleos pesados. De esta manera se da una relación directa entre la gravedad API y la calidad del petróleo, petróleos más ligeros tienen una mayor calidad y requieren de menores costos para ser aprovechados que aquéllos que son más pesados. Si los grados API son mayores a 10.0, el petróleo será más liviano que el agua. La ponderación de cada una de estas tres clases de aceite para conformar la canasta es determinada por Petróleos Mexicanos (PEMEX); no obstante, el Maya es el que mayor influencia tiene en la ponderación. La información se libera en términos diarios aproximadamente a las 18:00 horas de cada día hábil. Los precios se encuentran denominados en dólares de los Estados Unidos

de América (USD) por barril estadounidense de petróleo. Un barril de petróleo equivale a 42 galones en Estados Unidos de América o bien a 158.99 litros en México. Se consultó la plataforma Bloomberg para la obtención de esta información.

Cuadro 1. Gravedad API y clasificación

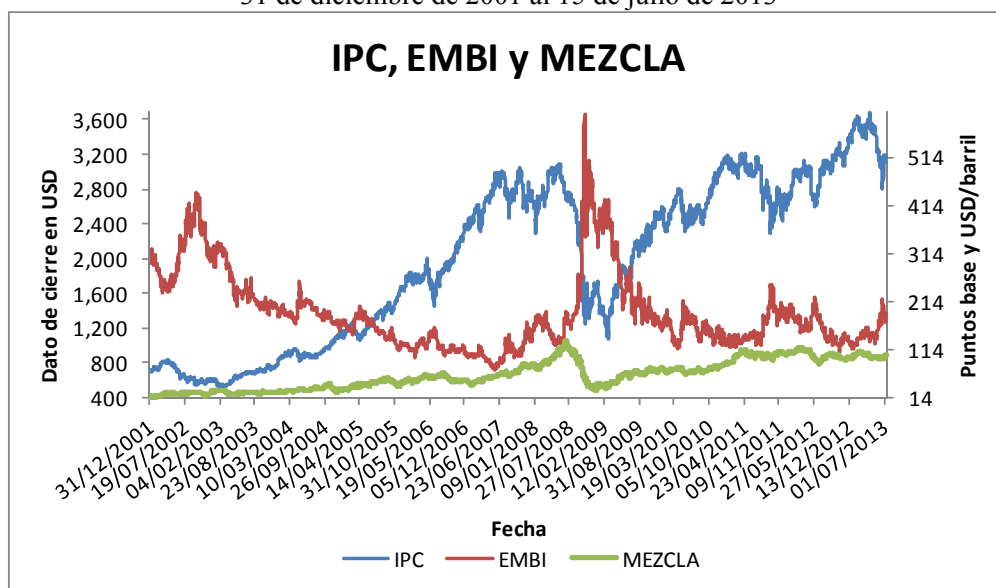
Petróleo crudo	Densidad g/cm ³	Gravedad API
Extrapesado	> 1.0	10.0
Pesado	1.0 - 0.92	10.0 - 22.3
Mediano	0.92 - 0.87	22.3 - 31.1
Ligero	0.87 - 0.83	31.1 - 39
Superligero	< 0.83	> 39.0

Fuente: Instituto Mexicano del Petróleo (www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos).

4. MODELO ECONOMETRICO TRIVARIADO ASIMÉTRICO

La Gráfica 1 muestra los datos diarios de nivel que corresponden al valor de cierre del IPC reexpresado en USD, el EMBI y la MEZCLA para el periodo de observación.

Gráfica 1. IPC, EMBI y MEZCLA
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Yahoo Finance y Bloomberg.

En el Cuadro 2 se observa que las series IPC y MEZCLA en datos de nivel presentan una distribución platocúrtica al comparar los resultados con la Normal. Por el contrario, la serie EMBI, también en datos de nivel muestra exceso de curtosis. Para el IPC el sesgo es negativo y para el EMBI y la MEZCLA el sesgo es positivo. Se verifica que ninguna de las tres variables se distribuye como una Normal dados sus indicadores de curtosis, sesgo y estadístico Jarque-Bera.

Cuadro 2. Estadística descriptiva de las series IPC, EMBI y MEZCLA

Estadístico	IPC	EMBI	MEZCLA
Media	1987.210000	189.177400	61.256760
Mediana	2162.777000	170.199500	57.440000
Máximo	3687.152000	604.051400	132.710000
Mínimo	526.284700	71.087300	13.680000
Desviación estándar	929.118100	78.536650	29.948980
Sesgo	-0.147580	1.475917	0.269022
Curtosis	1.580883	5.098522	1.794935
Jarque-Bera	263.502100	1645.106000	218.434900
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: elaboración propia.

Existe una correlación negativa fuerte entre el IPC y el EMBI (-58.9961%). Por otro lado, la relación es directa y muy estrecha entre el IPC y la MEZCLA (+91.1941%). Finalmente, el coeficiente de correlación es negativo y semifuerte entre el EMBI y la MEZCLA (-45.7057%).

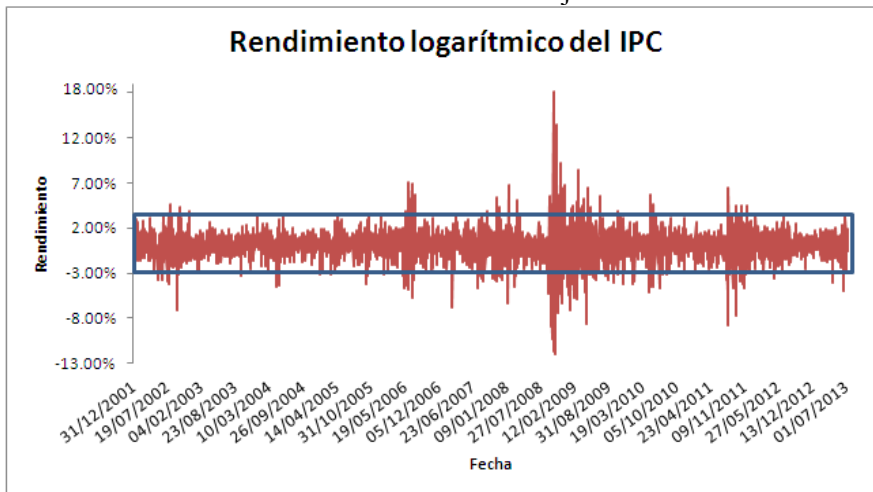
Se realizaron pruebas de causalidad en el sentido de Granger con el 95% de confianza para analizar la relación que existe entre las variables objeto de la investigación. El IPC causa al EMBI a partir del segundo día de rezago. El EMBI no causa al IPC. Existe relación causal y ésta es bidireccional entre el IPC y la MEZCLA considerando que la MEZCLA causa al IPC en el retardo 2. La relación entre el EMBI y la MEZCLA es que la primera serie sí causa a la segunda, pero no viceversa.

Habiendo establecido que existe relación causal entre las series IPC, EMBI y MEZCLA, se procede a verificar que las variables sean estacionarias. La metodología parte de la transformación de las series al aplicar una diferencia logarítmica con el objetivo de convertir los datos a rendimientos continuos y estacionarios conforme al procedimiento mencionado por Benavides (2009) y Minović (2008); además se estimaron procesos ARMA que eliminaron problemas de autocorrelación. En la Gráfica 2 se presentan las 3009 observaciones que resultan de la transformación del IPC en la variable *dif_ln_ipc*. Cuando el mercado bursátil se encuentra gozando de periodos estables, el rendimiento de éste varía dentro de una banda de $\pm 3\%$; por otro lado, cuando el mercado bursátil sufre de periodos de alta volatilidad, el rendimiento de éste se encuentra oscilando en una banda de entre +18% y -13%.

La Gráfica 3 muestra las observaciones que resultan de la transformación del EMBI en la variable *dif_ln_embi*. En los momentos en que el mercado de bonos se encuentra gozando de periodos estables, la diferencia logarítmica del indicador varía dentro de una banda de $\pm 3.5\%$; por otro lado, cuando el mercado de bonos sufre de periodos de alta volatilidad, la diferencia logarítmica del EMBI se encuentra oscilando en una banda de entre +22% y -20%. El índice se

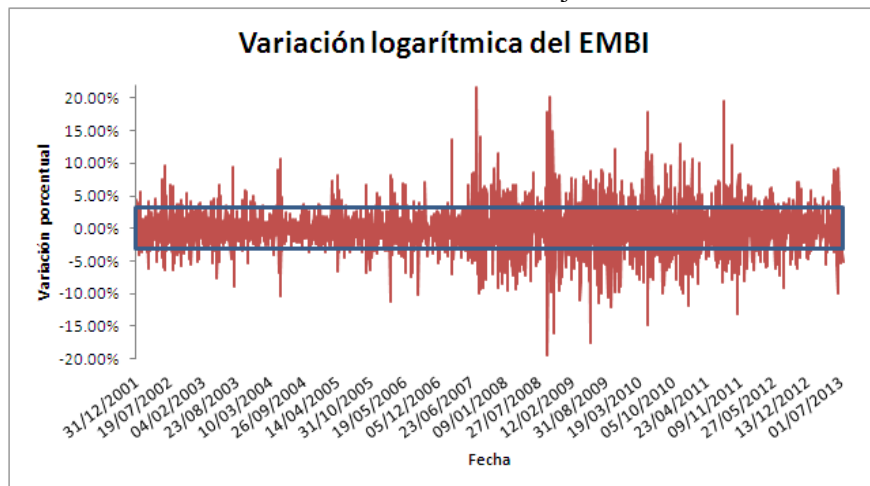
encuentra más bajo cuando los inversionistas perciben un menor riesgo y más alto cuando los inversionistas perciben un mayor riesgo. Mientras mayor es el EMBI, la tasa de interés es mayor y el precio de los bonos es menor. A menor EMBI, menor es la tasa de interés y mayor es el precio de los bonos.

Gráfica 2. Rendimiento logarítmico del IPC
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Yahoo Finance.

Gráfica 3. Variación logarítmica del EMBI
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013

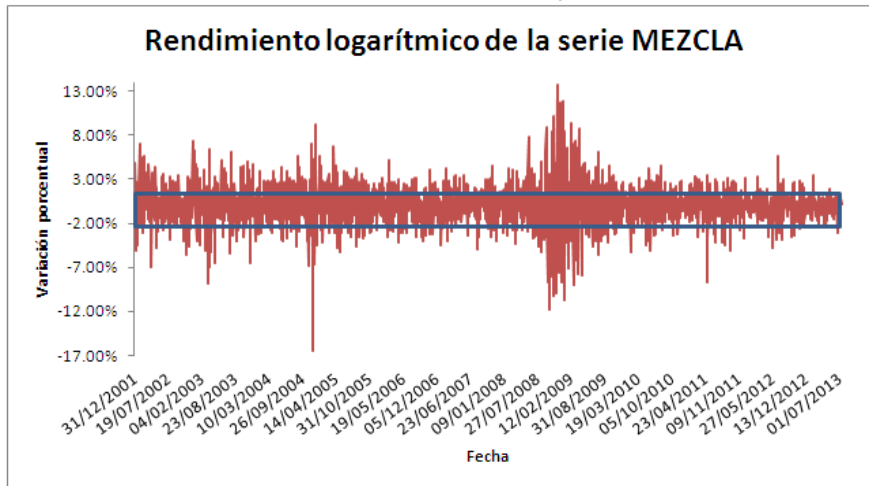


Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

En la Gráfica 4 se muestran los resultados de la transformación de la serie MEZCLA en la variable dif_ln_mezcla . Si el mercado de energéticos se encuentra gozando de periodos estables, el rendimiento logarítmico de la serie varía dentro de una banda de $\pm 2.1\%$; por otro lado, cuando el mercado de hidrocarburos sufre de periodos de alta volatilidad, la variación logarítmica de la serie

se encuentra oscilando en una banda de entre +14% y -17%. Para ninguna de las tres series se percibe varianza constante, es decir, se visualiza agrupamiento y persistencia de volatilidad.

Gráfica 4. Rendimiento logarítmico de la serie MEZCLA
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

En el Cuadro 3 se presenta la estadística descriptiva correspondiente a cada una de las series analizadas en primera diferencia logarítmica. De acuerdo a los datos se encuentra que la media de dif_ln_ipc es de 0.000505 en términos diarios, mientras que para dif_ln_embi es de -0.000194 y para dif_ln_mezcla ésta es de 0.000638; conforme a la desviación estándar de la muestra, la serie más volátil es el EMBI con 0.034555 y la menos volátil es el IPC con 0.017116; lo anterior indica que el índice de riesgo país es más sensible que el indicador del mercado de valores mexicano y que el precio de la mezcla de petróleo en el periodo seleccionado.

La serie dif_ln_ipc presenta exceso de curtosis comparada con una distribución Normal. El valor de 12.249120 para dicho indicador durante el periodo observado confirma la presencia de colas anchas en la distribución. La distribución leptocúrtica de la variable muestra que existen altos rendimientos con mayor frecuencia de la esperada. El sesgo arroja el hecho de que existe una mayor probabilidad de rendimientos negativos al invertir en este mercado. Se verifica que los datos no se distribuyen como una Normal, pues la curtosis es superior a aquella que corresponde a la Normal; la asimetría es de -0.091962, lo que indica que la distribución de los rendimientos tiene sesgo negativo o a la izquierda y el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 10,729.60, indicador con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Por otro lado, se observa que la distribución de dif_ln_embi presenta también exceso de curtosis con un valor de 6.454592. La distribución leptocúrtica de la serie muestra que existen altas

variaciones con mayor frecuencia de la esperada. El sesgo indica que existe una mayor probabilidad de variaciones positivas –es decir, incremento de tasas– relacionadas con esta variable. Se verifica que las diferencias logarítmicas del EMBI no se distribuyen como una Normal, pues la curtosis es superior a aquélla que corresponde a la Normal; la asimetría es de 0.243303, lo que muestra que la distribución de las variaciones logarítmicas tiene sesgo a la derecha y el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 1,525.938, dato con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Finalmente, se observa que la serie *dif_lnmezcla* presenta exceso de curtosis, el valor de 8.230427 en la distribución de los rendimientos logarítmicos de la serie durante el periodo observado confirma la presencia de colas anchas en la distribución. El sesgo indica que existe una mayor probabilidad de variaciones negativas relacionadas con esta variable –caída en el precio del petróleo–. Se verifica que los rendimientos logarítmicos no se distribuyen como una Normal en virtud del resultado de la curtosis y el sesgo negativo, el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 3,463.825, dato con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Cuadro 3. Estadística descriptiva de las series *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*

Estadístico	<i>dif_ln_ipc</i>	<i>dif_ln_embi</i>	<i>dif_lnmezcla</i>
Media	0.000505	-0.000194	0.000638
Mediana	0.001305	0.000000	0.001411
Máximo	0.170934	0.216921	0.137918
Mínimo	-0.120052	-0.194033	-0.165406
Desviación estándar	0.017116	0.034555	0.021040
Sesgo	-0.091962	0.243303	-0.259980
Curtosis	12.249120	6.454592	8.230427
Jarque-Bera	10729.600000	1525.938000	3463.825000
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: elaboración propia.

Se encontró evidencia del efecto de asimetría en las tres series de forma individual; para *dif_ln_ipc*, las innovaciones negativas (disminución del índice bursátil) impactan en mayor grado su varianza; por el contrario, para *dif_ln_embi*, su varianza se ve afectada con las perturbaciones positivas (incremento de tasas); finalmente para *dif_lnmezcla*, los choques negativos (disminución del precio del petróleo), impactan su varianza con mayor magnitud. La parametrización incluyó los residuos de procesos ARMA(6,6) para los rendimientos logarítmicos del IPC y ARMA(5,5) para la variación logarítmica del EMBI y de la MEZCLA.

El modelo de volatilidad utilizado corresponde a un BEKK trivariado asimétrico, su denominación proviene de las siglas de los autores Baba, Engle, Kraft y Kroner. Para calcular los modelos, se utilizaron los residuos de los procesos ARMA correspondientes. Los parámetros que se obtienen se presentan en el Cuadro 4, el cual incluye los valores para los coeficientes estimados, la

significancia, la función de máxima verosimilitud y los criterios Akaike y Schwarz. Para la estimación de los parámetros se utilizó el algoritmo de optimización Marquardt.

Cuadro 4. Resultados de la estimación de los modelos BEKK asimétricos

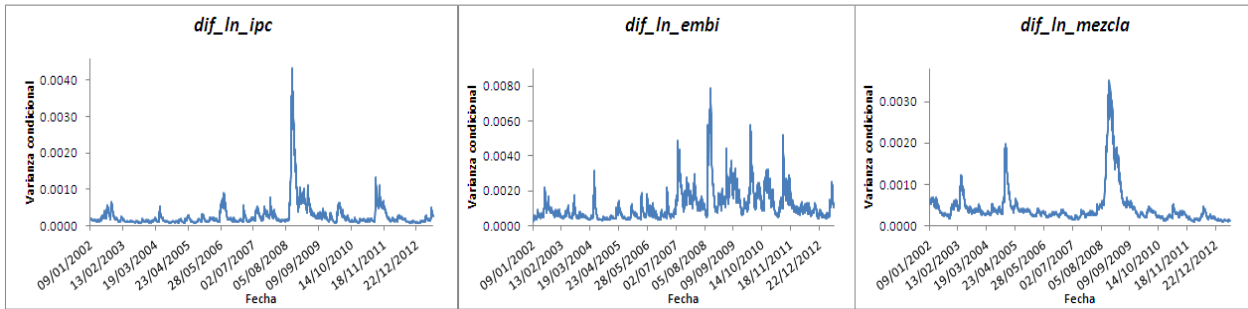
<p>Varianza de la variable 1: $h_{1,1,t} = \omega_{1,1}^2 + a_{1,1}^2 u_{1,t-1}^2 + b_{1,1}^2 h_{1,1,t-1} + \gamma_{1,1}^2 \xi_{1,t-1}^2$</p> <p>Varianza de la variable 2: $h_{2,2,t} = \omega_{2,2}^2 + \omega_{2,1}^2 + a_{2,2}^2 u_{2,t-1}^2 + b_{2,2}^2 h_{2,2,t-1} + \gamma_{2,2}^2 \xi_{2,t-1}^2$</p> <p>Varianza de la variable 3: $h_{3,3,t} = \omega_{3,3}^2 + \omega_{3,2}^2 + \omega_{3,1}^2 + a_{3,3}^2 u_{3,t-1}^2 + b_{3,3}^2 h_{3,3,t-1} + \gamma_{3,3}^2 \xi_{3,t-1}^2$</p> <p>Covarianza entre las variables 1 y 2: $h_{1,2,t} = h_{2,1,t} = \omega_{1,2} \omega_{2,1} + a_{1,1} a_{2,2} u_{1,t-1} u_{2,t-1} + b_{1,1} b_{2,2} h_{1,2,t-1} + \gamma_{1,1} \gamma_{2,2} \xi_{1,t-1} \xi_{2,t-1}$</p> <p>Covarianza entre las variables 1 y 3: $h_{1,3,t} = h_{3,1,t} = \omega_{1,1} \omega_{1,3} + a_{1,1} a_{3,3} u_{1,t-1} u_{3,t-1} + b_{1,1} b_{3,3} h_{1,3,t-1} + \gamma_{1,1} \gamma_{3,3} \xi_{1,t-1} \xi_{3,t-1}$</p> <p>Covarianza entre las variables 2 y 3: $h_{2,3,t} = h_{3,2,t} = \omega_{1,2} \omega_{1,3} + \omega_{2,2} \omega_{2,3} + a_{2,2} a_{3,3} u_{2,t-1} u_{3,t-1} + b_{2,2} b_{3,3} h_{2,3,t-1} + \gamma_{2,2} \gamma_{3,3} \xi_{2,t-1} \xi_{3,t-1}$</p>		
<p>variable 1: <i>dif_ln_ipc</i>, variable 2: <i>dif_ln_embi</i>, variable 3: <i>dif_lnmezcla</i></p>		
	Coefficiente	Significatividad
$\omega_{1,1}$	4.70E-06	0.000000
$\omega_{1,2}$	-5.91E-06	0.000000
$\omega_{1,3}$	6.65E-07	0.032100
$\omega_{2,2}$	0.000023	0.000000
$\omega_{2,3}$	-0.000001	0.0534*
$\omega_{3,3}$	0.000002	0.000100
$a_{1,1}$	0.197224	0.000000
$a_{2,2}$	0.267984	0.000000
$a_{3,3}$	0.192440	0.000000
$b_{1,1}$	0.953625	0.000000
$b_{2,2}$	0.948462	0.000000
$b_{3,3}$	0.976460	0.000000
$\gamma_{1,1}$	0.235431	0.000000
$\gamma_{2,2}$	-0.121959	0.000300
$\gamma_{3,3}$	0.084687	0.000000
Logaritmo de la función de verosimilitud	22969.090000	
Criterio Akaike	-15.285440	
Criterio Schwarz	-15.249440	

Fuente: elaboración propia.

*Significativo al 90% de confianza.

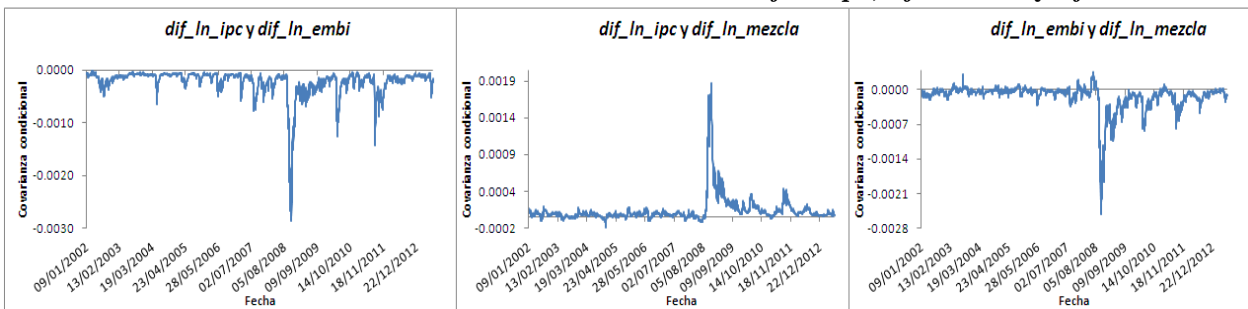
Como se puede apreciar en los resultados, el efecto de asimetría muestra que a la varianza condicional de la serie *dif_ln_ipc* le afectan las innovaciones negativas, mientras que para *dif_ln_embi*, son los choques positivos. Al igual que la primera serie, *dif_lnmezcla* es impactada por las innovaciones negativas.

Gráfica 5. Estimaciones de la varianza condicional para *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 6. Estimaciones de la covarianza condicional entre *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*



Fuente: elaboración propia.

En la Gráfica 5 se observa que las varianzas condicionales de las tres variables muestran cambios de nivel, valores bajos y altos. La Gráfica 6 presenta la covarianza entre *dif_ln_ipc* y *dif_ln_embi*, misma que es negativa en todo momento, mientras que la covarianza entre *dif_ln_ipc* y *dif_lnmezcla* es negativa en algunos periodos de tiempo y tiende a ser positiva. Finalmente, la covarianza entre *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla* es positiva en algunas ocasiones y en general tiende a ser negativa.

En los meses de octubre y noviembre de 2008 las variables presentan la varianza diaria más alta, se registraron valores diarios superiores a 0.43% en el caso de los rendimientos logarítmicos del IPC, alrededor de 0.79% en el caso de la variación logarítmica del EMBI y 0.35% para la diferencia logarítmica de la MEZCLA, como se indica en el Cuadro 5. Los resultados coinciden con el punto más álgido de la crisis financiera de 2008-2009.

Cuadro 5. Estimación de la varianza máxima y fecha del suceso

Variable	Fecha	Varianza máxima
<i>dif_ln_ipc</i>	16/10/2008	0.432122%
<i>dif_ln_embi</i>	30/10/2008	0.788001%
<i>dif_lnmezcla</i>	27/11/2008	0.351456%

Fuente: elaboración propia.

Posterior a la etapa más aguda de la crisis, la varianza continúa mostrando altos valores, que decaen gradualmente; durante 2009 y 2010 se identifica una fase de recuperación de una de las peores crisis en la historia. La covarianza entre las variables se mantiene por lo general constante de acuerdo a lo que se visualiza en la Gráfica 6 pero muestra valores máximos durante el año 2008. A partir de dicho año la covarianza condicional indica una estabilidad menor.

Creemos importante mencionar que los modelos multivariados son más complicados mientras más activos financieros se incluyen en la parametrización, ya que el número de coeficientes se incrementa de manera importante.

El análisis multivariado permite incorporar en el pronóstico de la varianza el efecto de la covarianza de varios activos financieros, con lo que se pretende conformar un portafolio con una menor exposición al riesgo y con mejores expectativas de rendimiento.

5. CONCLUSIONES

En el trabajo se presenta de forma detallada la formulación del modelo BEKK trivariado asimétrico que parte de los modelos GARCH; la parametrización permite estimar de forma conjunta las varianzas y la covarianza de las variables seleccionadas a partir de la información de la base de datos. En el periodo de estudio se identificaron efectos que denotan la heteroscedasticidad en las series del IPC, EMBI y MEZCLA, características que los modelos detectaron de manera muy certera, los resultados obtenidos muestran que la variable con mayor volatilidad es el EMBI.

Se eligieron las tres variables como indicadores de tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos con el objetivo final de conformar un portafolio de inversión diversificado que incluya los tres activos.

El pronóstico de la volatilidad es una tarea fundamental en el campo de las finanzas: el inversionista debe cuidar en todo momento este aspecto al conformar un portafolio de inversión, también es imprescindible la estimación de la covarianza de los activos.

Se encontró que existe una correlación negativa fuerte entre el IPC y el EMBI. Por otro lado, la relación es directa y muy estrecha entre el IPC y la MEZCLA. Finalmente, el coeficiente de correlación es negativo y semifuerte entre el EMBI y la MEZCLA.

Los resultados de la prueba de causalidad en el sentido de Granger indicaron que existe interrelación entre las tres series objeto de la investigación. En el caso del IPC y el EMBI, se encontró que existe causalidad del IPC al EMBI a partir del segundo día de rezago, asimismo, los hallazgos indicaron que el EMBI no causa al IPC. Por otro lado, se verificó que la causalidad es bidireccional entre el IPC y la MEZCLA considerando que la MEZCLA causa al IPC en el retardo 2. Finalmente, la relación entre el EMBI y la MEZCLA es que la primera serie sí causa a la segunda, pero no viceversa.

Se encontró evidencia del efecto de asimetría en las tres series de forma individual; para el IPC las innovaciones negativas (disminución del índice bursátil) impactan en mayor grado su varianza; por otro lado, para el EMBI, su varianza se ve afectada con las perturbaciones positivas (incremento de tasas) y finalmente, para la MEZCLA, los choques negativos (disminución del precio del petróleo), impactan su varianza con mayor magnitud. Esto se corrobora con los resultados de los coeficientes que recogen el efecto de asimetría de los modelos BEKK trivariados asimétricos.

De acuerdo a los resultados empíricos observados, debe tomarse en cuenta la naturaleza de la relación entre el IPC y el EMBI, el IPC y la MEZCLA y el EMBI y la MEZCLA, así como su respuesta ante innovaciones positivas o negativas al momento de conformar un portafolio de inversión. En virtud de que se estudió el comportamiento de las variables mencionadas como indicadores de la tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos, el portafolio debe conformarse con una determinada proporción de cada activo de manera que se minimice el riesgo y se maximice el rendimiento para lo cual existen metodologías muy conocidas, tal es el caso del modelo de Markowitz (1952). No obstante, ante condiciones desordenadas de los mercados, deberá invertirse el total del portafolio en mecanismos de inversión tales como el reporto a plazo de un día hábil, de forma tal que la caída en el precio de las acciones y los energéticos y el alza en las tasas de los bonos no afecten el patrimonio.

El presente estudio deja la puerta abierta a futuras investigaciones, pues el mismo puede extenderse a activos financieros de mercados internacionales que contribuyan a la diversificación de un portafolio de inversión.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los comentarios y recomendaciones de la Dra. Jelena Minović y del Dr. Guillermo Benavides.

REFERENCIAS

- Andersen, T.G. y Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts, *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 885–905.
- Bauwens, L., Laurent, S. y Rombouts, J.V.K. (2006). Multivariate Garch Models: A Survey, *Journal of Applied Econometrics*, 21, pp. 79–109.
- Bellotti, X.A. y Williams, J. (2010). What does good or bad news matter? The Implications of News Asymmetries in FX Markets. Middlesex, *University and Bangor University*, Working Paper, pp. 1–35.
- Benavides, G. (2009). Price volatility forecasts for agricultural commodities: An application of volatility models, option implieds and composite approaches for futures prices of corn and wheat, *Revista de Administración, Finanzas y Economía (Journal of Management, Finance and Economics)*, Vol. 3, Núm. 2, pp. 40–59.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307–327.
- Bollerslev, T., Engle, R.F. y Wooldridge, J.M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances, *Journal of Political Economy*, 96, pp. 116–131.
- Brooks, C., Henry, O.T. y Persaud, G. (2002). The Effect of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios, *Journal of Business*, 75, 2, pp. 333–352.
- Carvalho, M. (2007). A Smooth Transition Multivariate GARCH Approach to Contagion, *Social Science Research Network*, Working Paper, pp. 1–37.
- Chuliá, H., Climent, F., Soriano, P. y Torró, H. (2007). Volatility Transmission Patterns and Terrorist Attacks, *Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.* Working Paper WP-EC 2007-09, pp. 1–29.
- De Goeij, P. y Marquering, W. (2004). Modeling the Conditional Covariance Between Stock and Bond Returns: A multivariate GARCH Approach, *Journal of Financial Econometrics*, 2 (4), pp. 531–564.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, *Econometría*, 50, pp. 987–1008.
- Engle, R.F., Granger, C.W.J. y Kraft, D. (1984). Combining Competing Forecasts of Inflation with a Bivariate ARCH Model, *Journal of Economic Dynamics and Control* 8 (2), pp. 151–165.
- Engle, R.F. y Kroner, K.F. (1995). Multivariate Simultaneous GARCH, *Econometric Theory* 11, Núm. 1, (Mar. 1995), pp. 122–150.
- Engle, R.F. y Ng, V.K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Finance* 48, 5, pp. 1749–1778.
- Engle, R.F. y Rodrigues, A. (1989). Tests of International CAPM with Time-Varying Covariances, *Journal of Applied Econometrics*, 4, pp. 119–138.

- Fama, E. (1965). The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*, 38, pp. 34–105.
- Glosten, L., Jagannathan, R. y Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, American Finance Association, Vol. 48, No. 5, pp. 1779–1801.
- Hernández, M.A., Ibarra, R. y Trupkin, D. (2011). ¿Hasta dónde se transfieren los choques a través de las fronteras? Examinando la transmisión de volatilidad en los principales mercados de futuros agrícolas. Documento de Investigación Núm. 2011-15, *Banco de México*, 51 pp.
- Karunanayake, I., Valadkhani, A. y O'Brien, M. (2009). Modelling Australian Stock Market Volatility: A Multivariate GARCH Approach, Working Paper 09-11, *Department of Economics, University of Wollongong*, 15 pp.
- Ledoit, O., Santa-Clara, P. y Wolf, M. (2003). Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 85, Issue 3, pp. 735–747.
- Ludlow, J. y Mota, B. (2006). Volatilidad del IPC, Nasdaq y S&P500: un Modelo Garch Multivariado, *Análisis Económico*, Núm. 48, Vol. XXI, tercer cuatrimestre de 2006.
- Mandelbrot, B.B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36, pp. 394–419.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection, *Journal of Finance* (7) 1, pp. 77–91.
- Minović, J. (2008). Computer Program for Estimation Multivariate Volatility Processes Using DVEC Model, *Management Information Systems*, Vol. 3 (2008), No. 2, pp. 011–017.
- Minović, J. (2009). Modeling Multivariate Volatility Processes: Theory and Evidence. *Theoretical and Applied Economics*, Núm. 5/2009 (534).
- Nelson, D.B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, Vol. 59, No. 2, (Mar. 1991), pp. 347–370.
- Ng, V.K. (2000). Volatility Spillover Effects from Japan and the US to the Pacific-Basin, *Journal of International Money and Finance* 19, pp. 208–233.
- Stelzer, R. (2008). On the Relation Between the VEC and BEKK Multivariate Garch Models. *Econometric Theory*, Vol. 24, Issue 4 (August 2008), pp. 1131–1136.
- Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, New York.
- Zakoian, J.M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, pp. 931–955.



Enfoque híbrido simulación-proceso analítico jerárquico: caso de estudio del rediseño de un restaurante

GONZÁLEZ SÁNCHEZ, CARIDAD

Centro de Estudios Matemáticos para las Ciencias Técnicas (CEMAT)
Instituto Superior Politécnico “José A. Echeverría”, La Habana (Cuba)
Correo electrónico: caryg@cemat.cujae.edu.cu

GARZA RÍOS, ROSARIO

Instituto Superior Politécnico “José A. Echeverría”, La Habana (Cuba)
Correo electrónico: rosariog@ind.cujae.edu.cu

PÉREZ MALO, EDUARDO

Almacenes Universales, La Habana (Cuba)
Correo electrónico: pdireccion3@geam.minag.cu

RESUMEN

La simulación ha demostrado ser una técnica potente y particularmente eficaz para valorar diferentes alternativas de solución de problemas, sin ser necesaria su experimentación real. En particular, resulta útil para la toma de decisiones cuando se desea organizar los puestos de trabajo en una organización donde existan variables que tengan un comportamiento aleatorio e influyan en los resultados. En este trabajo se propone utilizar la simulación discreta para el rediseño y organización del trabajo en un restaurante de comida criolla, el cual presenta problemas en su diseño actual (entre los que destacan: demoras en la atención a los clientes, aumento de los tiempos de espera para sentarse), lo que ha provocado una disminución en las ventas en el último período. Con la simulación se realiza la modelización y evaluación de diferentes alternativas de organización del trabajo y, posteriormente, para el ordenamiento y la selección de la mejor alternativa, se utiliza el enfoque multicriterio en espacios discretos, específicamente el método analítico jerárquico desarrollado por Thomas Saaty, utilizando para ello el *software* “Jerarquías”.

Palabras clave: simulación; multicriterio; multiatributo; satisfacción.

Clasificación JEL: C63.

MSC2010: 90B90.

Hybrid Approach between Analytic Hierarchy Process and Simulation: Case Study, Redesign of a Restaurant

ABSTRACT

The simulation has proved a particularly effective and powerful technique to evaluate different alternatives for solving problems, without being required actual experimentation. It is particularly useful for decision-making when you want to organize jobs in an organization where there are variables that have random behavior and influence the results. This paper proposes to use the discrete simulation for redesign and organization of work in a local food restaurant, which presents problems in its current design (among which are: delays in customer service, increased time waiting to sit), which has caused a decline in sales in the fourth quarter. With the simulation, it is obtained the modeling and evaluation of different alternatives of work organization and later, for the ordering and the selection of the best alternative, multicriteria approach is used in discrete spaces specifically the Analytic Hierarchic method, which was developed by Thomas Saaty, by using the software “Hierarchies”.

Keywords: simulation; multicriteria; multiattribute; satisfaction.

JEL classification: C63.

MSC2010: 90B90.



1. INTRODUCCIÓN

La rápida evolución de las tecnologías de la información y la comunicación ha hecho posible que la simulación se haya convertido en una de las técnicas más utilizadas en la actualidad, debido a que permite estudiar y experimentar las complejas iteraciones que ocurren en el interior de un sistema dado, ya sea una empresa, industria o un subsistema de cualquiera de ellas, proporcionando en poco tiempo sugerencias para mejorarlo, reduciendo significativamente el riesgo asociado en el proceso de toma de decisiones (Pérez, 2001).

De igual manera, mediante la simulación se pueden realizar cálculos de carga y capacidad en las líneas productivas o de servicio, nivel de utilización de los equipos y recursos, así como otros indicadores los cuales permiten observar el estado del proceso simulado (Pérez, 2011).

Como se ha descrito, la simulación es una técnica que permite analizar diferentes alternativas de organización del trabajo en un espacio de tiempo limitado sin tener que realizar inversiones y gastos de recursos en el sistema real; sin embargo, si se desea seleccionar entre todas las alternativas la mejor considerando un conjunto determinado de criterios, es necesario posteriormente la utilización de técnicas multicriterio. Existen múltiples técnicas para la toma de decisiones multicriterio, entre las que se encuentran la función de utilidad, la filosofía de los ELECTRE, PROMETHEE (Valerie, 2002), el método PRESS (Aragónés, 1997), el AHP (Saaty, 1990) entre otros. En la literatura no se plantea de forma absoluta la supremacía de uno de estos métodos sobre los otros, solo que ante las características de determinados problemas y de las preferencias del decisor, es mucho más ventajoso la aplicación de uno de ellos.

En este trabajo, los autores utilizan el método AHP por las posibilidades de establecer una organización jerárquica del problema en diferentes niveles desde el objetivo general, los criterios y subcriterios hasta las alternativas; dicho método incluye comparaciones pareadas entre los criterios para determinar los pesos o importancia relativa de cada uno de ellos a través de la escala propuesta por Saaty, detecta dentro de ciertos límites la incoherencia de los decisores, permite además obtener los pesos de las alternativas para cada uno de los criterios a través de los juicios de valor de los decisores, garantizando obtener el ordenamiento de las alternativas, y considerando además la independencia de los atributos tenidos en cuenta que son: productividad, tiempo de espera, porcentaje de utilización de los obreros y clientes atendidos, pues la simulación permite obtener la media para cada día simulado y con esta determinar la media de las medias que fue el valor utilizado para comparar las alternativas.

Un restaurante es una empresa que se basa en los mismos principios de administración y organización que las demás y se toman decisiones tales como: cambiar el menú, aumentar o disminuir precios, cambiar de proveedores, contratar a un chef o un maître, ampliarse, reducirse, comprar, vender, publicitar, reducir plantillas, variar horarios; en fin, un sinnúmero de estas que deben estar sustentadas por la información de la que se dispone para poder llevarlas a un buen fin.

Tal como dice Eduard Punset en su libro “Adaptarse a la marea”: “*En tiempos de aflicción lo mejor es mutar*” (Punset, 2006). Hoy en pleno empuje de la crisis y en un mar de dudas sobre el futuro, más que nunca es necesario mutar para buscar respuestas a nuevos o antiguos problemas que, hasta ahora, no se han podido solucionar. En la actualidad, se escucha por doquier que las empresas deben optimizar los recursos humanos, con el objetivo de incrementar la producción con un número más ajustado de trabajadores. Esto conduce a la racionalización de las estructuras empresariales y a una revisión profunda de los modelos de análisis.

El reto de las organizaciones radica en adaptarse a los cambios, enfocando las acciones hacia la implementación de modelos modernos y dinámicos que no solo revelen la necesidad del cambio, sino cómo se debe efectuar este de forma tal que se logren los objetivos a través de las estrategias trazadas.

En el restaurante objeto de estudio se ha tratado de crear las condiciones para introducir las nuevas tecnologías para resolver los problemas a los que se enfrenta y mejorar su desempeño. Para ello se utilizará la simulación discreta y el método analítico jerárquico AHP (Saaty, 1990) para analizar las posibles alternativas, seleccionar la más adecuada y contribuir al incremento de la satisfacción del cliente y por ende de las ventas.

2. MARCO METODOLÓGICO

2.1 Simulación discreta

La simulación es utilizada para el análisis de diferentes problemas entre los que se encuentran Ingeniería Logística, identificar los cuellos de botella, introducir nuevas líneas de productos, implementar el método “justo a tiempo”, mejorar la calidad de servicio, optimizar la programación de la producción, reducir tiempos de espera, eliminar desperdicios de tiempo, etc. (Lieberman, 2006). No en vano, empresas importantes como Nokia, Motorola e IBM, por solo mencionar algunas, la utilizan para la solución de estos problemas.

La simulación es una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora digital. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos períodos de tiempo (Ríos, 2008). La simulación, como herramienta para la toma de decisiones, posibilita a la organización, a través de asistentes informáticos que agilizan su explotación, estudiar los distintos parámetros que caracterizan sus procesos, permitiendo analizar diferentes escenarios sin necesidad de modificar las condiciones existentes en la realidad, lo que viabiliza los procesos de cambios en las organizaciones, optimiza el tiempo y minimiza el consumo de recursos económicos en el proceso de implementación de mejoras (Guasch *et al.*, 2003).

La simulación de procesos, al igual que otras herramientas cuantitativas de trabajo, presenta ventajas y limitaciones; en la Tabla 1 se destacan algunas de las más relevantes.

VENTAJAS	LIMITACIONES
Observar el sistema funcionando tal como lo haría en la realidad en distintas situaciones.	La simulación es imprecisa y no se puede medir el grado de imprecisión.
Evaluar los efectos que tendrían nuestras decisiones estratégicas, minimizando los riesgos.	Los resultados de la simulación son numéricos; por tanto, surge el peligro de atribuir a los números un grado mayor de validez y precisión.
Conocer los efectos de diversos escenarios.	Es difícil aceptar los modelos de simulación y difícil de vender.
Detectar cuellos de botella y oportunidades para mejorar los procesos actuales	Los modelos de simulación no dan soluciones óptimas.
Optimizar las inversiones, eligiendo el esquema que produce el resultado buscado, con la mínima inversión	Requiere largos periodos de desarrollo.

Tabla 1: Ventajas y limitaciones de la simulación.

Fuente: elaboración propia

2.2 Método analítico jerárquico (AHP)

El AHP es una herramienta metodológica que ha sido aplicada para resolver diferentes problemas de toma de decisiones multicriterio en presencia de uno o múltiples expertos, logrando incorporar las preferencias de todos los involucrados en el proceso de toma de decisión.

Se construye un modelo jerárquico, que permite de una manera eficiente y gráfica organizar la información respecto de un problema, desarrollando un proceso de obtención de opiniones de expertos que responden a la pregunta sobre el predominio de un elemento sobre otro cuando se comparan respecto a un criterio. “Se trata de desmenuzar un problema y luego unir todas las soluciones de los subproblemas en una conclusión” (Saaty, 1990).

El mismo se fundamenta en:

- la estructuración del modelo jerárquico (representación del problema mediante identificación de metas, criterios, subcriterios y alternativas). Todos los elementos del nivel inferior deben poder compararse a partir de alguno o todos los elementos del nivel superior;
- priorización de los elementos del modelo jerárquico;
- comparaciones binarias entre los elementos;
- evaluación de los elementos mediante asignación de “pesos”;
- ranking de las alternativas de acuerdo con los pesos dados;
- análisis de sensibilidad.

2.3 Procedimientos para la utilización de la simulación

Existen diferentes procedimientos a seguir cuando se decide utilizar la simulación (Law, 2006; Lieberman, 2006; Delgado, 2011). En general, todos presentan una serie de etapas que deben ser transitadas a la hora de planificar un experimento de simulación y entre ellos no se presenta

ninguna contradicción, sólo que algunos integran en una etapa dos o más de las dadas por otros.

En general los pasos de los procedimientos se pueden resumir en:

1. Definición del sistema.
2. Recopilación y análisis estadístico de la información.
3. Construcción del modelo a través de la simulación.
4. Validación del modelo.
5. Diseño de experimento de la simulación.
6. Análisis de los resultados

Como este, muchos son los procedimientos que hablan de cómo conducir un experimento de simulación. Sin embargo, no se trata en ellos de cómo enfrentar la diversidad de factores controlables y no controlables que pueden intervenir en el estudio y afectar de algún modo las respuestas del sistema, desarrollándose un nuevo enfoque la simulación optimización.

La simulación-optimización se define como el proceso de hallar los mejores valores de las variables de entrada, esto es los que más influyen en la respuesta del sistema y que proporcionan las condiciones óptimas para el funcionamiento del mismo. La integración de la simulación con la optimización es un desarrollo reciente, lo que se aprecia fácilmente comparando las ediciones previas con las actuales (Kelton, 2000; Banks *et al.*, 2000).

Este enfoque relaciona la simulación con la optimización para intentar encontrar mejores configuraciones de un sistema, permitiendo simularlo y optimizarlo. De esta manera, utiliza las bondades de dos herramientas poderosas para lograr un nuevo tipo de resultados. La simulación discreta se utiliza para modelar y simular un sistema en el que intervienen componentes aleatorias, que permiten capturar la operatividad del sistema pero no encuentran soluciones óptimas y la optimización que permite asignar recursos limitados y encontrar soluciones para optimizar cierta medida del desempeño del sistema en cuestión (Cardona, 2007).

Para utilizar el enfoque simulación optimización es necesario introducir en el procedimiento anterior otras etapas, en la etapa 6, que en el procedimiento anterior se realizaba el análisis de resultados, se determinarán los factores incidentes utilizando herramientas estadísticas de diseño de experimentos así como se obtendrá el polinomio que mejor se ajusta a las características del problema, se propone incluir una etapa 7 de optimización, donde se conformará el modelo matemático; es decir, se definirá la función objetivo y las restricciones del modelo, y se seleccionará el método de solución más adecuado, en la etapa 8 se incluirá el análisis de los resultados que se realizaba anteriormente en la etapa 6.

El enfoque simulación-optimización permite obtener la mejor combinación de los recursos para optimizar una medida de efectividad, considerando la variación en las cantidades de recursos como restricciones. Sin embargo, si el objetivo del estudio es obtener la mejor combinación de los factores controlables, considerando un conjunto de criterios, no sería conveniente utilizar este enfoque para resolver el problema. Es por esto que los autores

proponen utilizar el procedimiento que se presenta a continuación, el cual conjuga armónicamente el procedimiento descrito en este epígrafe y el procedimiento para la utilización de las técnicas multicriterio en espacios discretos (Aragonés, 2003; Valerie, 2002; Tabucanon, 1988).

3. MODELO PROPUESTO

Existen diferentes trabajos que utilizan el enfoque simulación–AHP para resolver un problema concreto; entre ellos, en Te Xu (2011) se muestra un procedimiento para llevar a cabo el proceso de toma de decisiones en el cual aparece una etapa que es la correspondiente a la simulación y otra relacionada con los pasos necesarios para la aplicación del AHP y Rabelo (2005) plantea la utilización de modelos híbridos de simulación de eventos discretos y la dinámica de sistemas para analizar la cadena de suministro y el AHP para minimizar la incertidumbre de las decisiones tomadas.

En este trabajo, se combina un modelo de simulación discreta y el AHP, ejecutándose conjuntamente etapas definidas en la simulación y etapas a utilizar por las técnicas multicriterio, con la intención de generar múltiples alternativas de solución del problema de rediseño de un restaurante, determinando las distribuciones de los datos para diferentes formas organizativas o alternativas utilizando las facilidades que brinda un lenguaje de simulación y la evaluación de las alternativas por el AHP. El modelo propuesto consta de las siguientes etapas:

- 1.** Definición del sistema.
- 2.** Recopilación y análisis estadístico de la información.
- 3.** Generación de las variantes (alternativas) de mejora.
- 4.** Selección del grupo de expertos.
- 5.** Seleccionar los criterios a valorar y ponderarlos de acuerdo al método a utilizar.
- 6.** Elaboración de la jerarquía.
- 7.** Construcción del modelo a través de la simulación para cada una de las variantes generadas.
- 8.** Validación del modelo.
- 9.** Diseño de experimento de la simulación.
- 10.** Análisis de los resultados de las variantes generadas a través de la simulación con cada uno de los criterios definidos.
- 11.** Aplicación de la técnica para ordenación o la selección de alternativas utilizando varios criterios.
- 12.** Análisis de los resultados.

En la Figura 1 se muestra el diseño del procedimiento y la interrelación entre las etapas. En color malva oscuro se muestran las fases relacionadas con la aplicación de la técnica multicriterio, en este caso el AHP, aunque puede ser utilizada cualquiera de las existentes que

sea factible de utilizar de acuerdo a las características del problema, y en malva clara las fases correspondientes al desarrollo de un modelo de simulación.

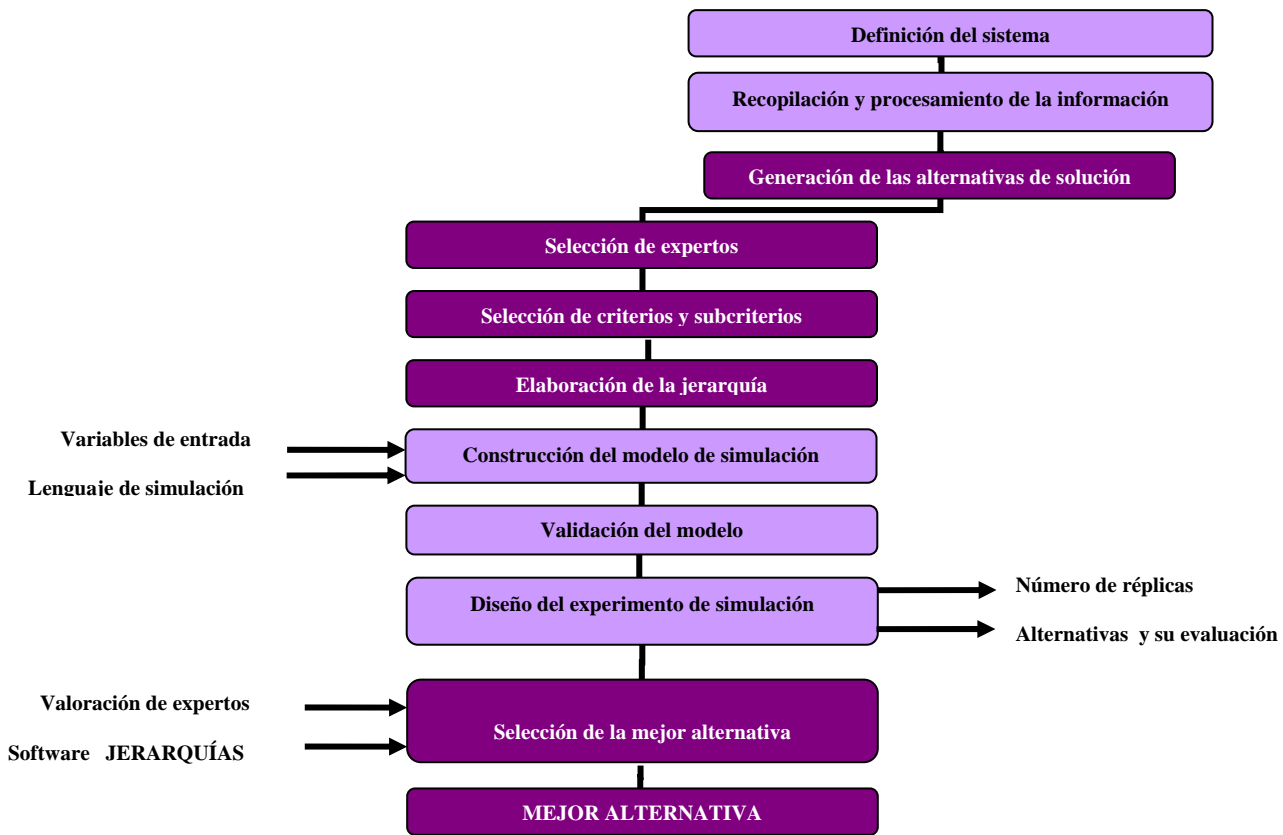


Figura 1: Procedimiento híbrido de Simulación – AHP
Fuente: elaboración propia

4. ESTUDIO DE CASO

En este estudio se propondrá el rediseño de la organización del trabajo de un restaurante que ha presentado problemas en sus ingresos y en el índice de satisfacción de sus clientes. El restaurante cuenta con 2 salas de comida internacional, una sala de comida criolla y una sala de comida italiana. Cada una de estas salas funciona de forma independiente, lo que ocasiona demoras en el servicio.

El servicio gastronómico brindado por el restaurante se lleva a cabo durante los 7 días de la semana, comienza a las 11:00 a.m. y se extiende hasta las 10:00 p.m. Los horarios de mayor demanda en el servicio son de 12:00 a.m. a 3:00 p.m. y de 6:00 p.m. a 10:00 p.m. Los días de mayor afluencia de clientes son los viernes, sábados y domingos, así como las fechas señaladas y los días de realización de ferias y eventos en un recinto cercano al restaurante. La Figura 2 muestra la distribución espacial actual del restaurante objeto de estudio.

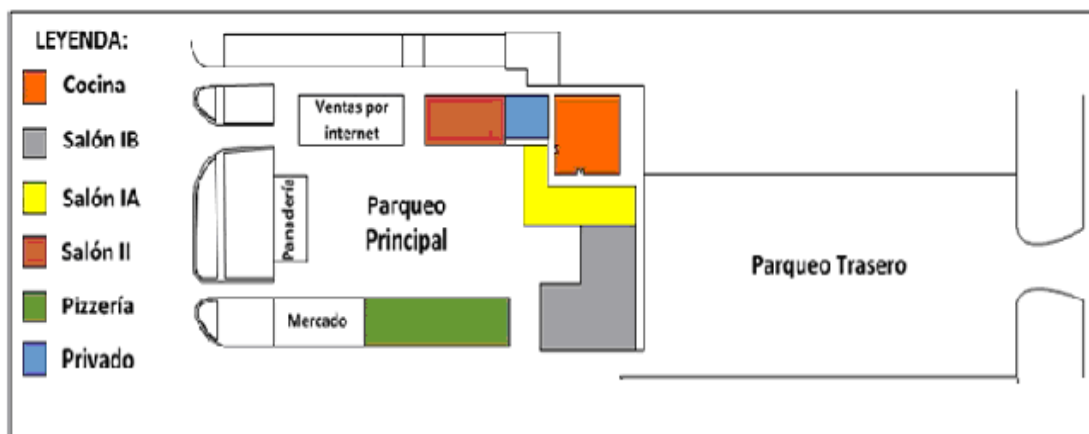


Figura 2: Distribución espacial del restaurante.
Fuente: elaboración propia

Como se observa en la Figura 2, si un cliente solicita servicio de diferentes salones del restaurante, el dependiente tendrá que recorrer 5,7 metros como promedio, lo que contribuye a la demora del cumplimiento de este.

Se realizó un análisis de la situación actual en el restaurante utilizando diferentes herramientas de ingeniería industrial para detectar los principales problemas; también se estudió la organización del restaurante para determinar las causas que provocan la insatisfacción de sus clientes (Espinosa, 2009). El ingreso obtenido por el restaurante objeto de estudio se analizó a través del comportamiento de las ventas totales; en la Figura 3 se muestra el comportamiento de las mismas entre los años 2007 a 2012.

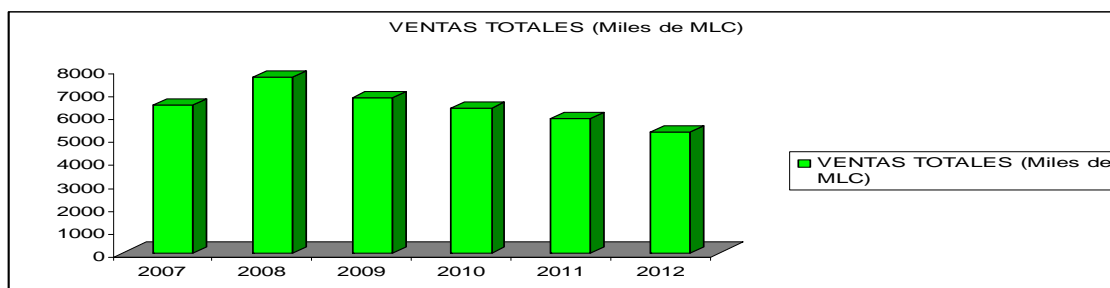


Figura 3: Ventas totales de los años 2007 al 2012
Fuente: elaboración propia

Como se observa, las ventas han decrecido en los últimos 2 años, lo que reafirma la necesidad de realizar el presente estudio, con el objetivo de diseñar nuevas estrategias en la organización del trabajo que garanticen mejoras en el servicio gastronómico y que resulte un impacto positivo en los ingresos de la entidad y en la satisfacción de los clientes.

El nivel de satisfacción del cliente externo es de 3,9 puntos sobre un máximo de 5, lo que cataloga el servicio ofertado por el restaurante como “regular”; estos resultados fueron obtenidos a través de una encuesta (Pérez, 2011). En esta investigación sobresalieron quejas como la falta de rapidez y profesionalidad del personal del servicio gastronómico, expresadas por el 69,8% de los encuestados.

De los problemas encontrados, se seleccionaron los de carácter organizativo, cuya mejora puede ser evaluada a partir de indicadores (Garza, 2012). Estos fueron:

1. Demora en la atención al cliente.
2. Existencia de colas durante los fines de semana, fechas señaladas y eventos.
3. No están normados los tiempos de las actividades que se realizan durante todo el proceso.
4. No tienen en cuenta indicadores cuantitativos que permitan controlar la calidad del servicio.

Todos estos problemas son el resultado de una inadecuada organización del trabajo por lo que se utilizó el procedimiento propuesto. Para la recopilación y análisis estadístico de la información, se valoró el comportamiento de determinadas variables que afectan al funcionamiento del sistema de servicio. Las variables determinadas fueron:

- Tiempo entre llegadas de los grupos de clientes.
- Características de los grupos que llegan (cantidad de comensales).
- Tiempo de servir líquidos (incluye desde la toma de la orden hasta la entrega de los mismos).
- Tiempo de orden de los platos (desde que toma la orden hasta que se entrega la comanda al dependiente cocina).
- Cantidad de platos y sus características.
- Tiempo que demora registrar una comanda.
- Tiempo de servir el pedido desde la cocina.
- Tiempo de cena de los clientes.
- Tiempo de beber líquidos.
- Tiempo de pedido del postre (desde que se toma la orden hasta que se entrega la comanda al dependiente de cocina).
- Tiempo de servicio del postre.
- Tiempo de comer el postre.
- Tiempo de confección del vale.
- Tiempo de entrega de la cuenta.
- Tiempo para el cálculo del vuelto.
- Tiempo de entrega del vuelto.
- Tiempo de desbarace de la mesa.
- Tiempo de secar y envolver los cubiertos.

Para la determinación de la distribución probabilística de cada una de estas variables, se diseñó un muestreo aleatorio seleccionando tres días por semana: viernes, sábados y domingos. El estudio tuvo una duración de nueve días y las observaciones se realizaron en el horario comprendido entre las 12:00 p.m. y las 4:00 p.m., en que existe la mayor afluencia de clientes; esto permitió contar con el tamaño de muestra necesario para poder inferir acerca de los

resultados estadísticos. Los tiempos de elaboración de los platos en las cocinas se obtuvieron a partir de las cartas tecnológicas y la probabilidad de pedir cada uno de los platos que se ofertan se determinó a través de los pedidos realizados por los clientes en la muestra seleccionada. Las distribuciones se obtuvieron utilizando la opción Input-Analyze del ARENA 7.01 (Kelton, 2009), que permite, introduciendo los datos obtenidos del muestreo, determinar la distribución que más se ajusta a los mismos. En la Tabla 2 se muestran las distribuciones que caracterizan la situación actual.

Variables	Pizzería	Salón 1	Salón 2	Salón 3
Tiempo entre llegada clientes	Gamma(0,18;5,51)			
Tiempo servir líquido	Uniforme (1,01;2,39)	Uniforme (1,19;2,51)	Uniforme (1,4;2,53)	Uniforme (1,43;2,7)
Tiempo solicitar la orden	Uniforme (0,43;0,87)	Uniforme (0,67;1)	Uniforme (0,66;1,23)	Uniforme (0,83;1,65)
Tiempo servir el pedido de la cocina	Uniforme (0,73;1,87)	Uniforme (0,47;2)	Uniforme (1,15;2)	Uniforme (1,26;1,95)
Tiempo comer los clientes (un plato)	Normal (10,1;2,03)	Normal (11,1;2,4)	Normal (7,78;1,26)	Normal (11,8;1,67)
Tiempo pedido del postre	Uniforme (0,14;0,31)	Triangular (0,14;0,179;0,32)	Uniforme (0,17;0,9,39)	Uniforme (0,67;1,13)
Tiempo servir el postre	Uniforme (0,39;0,61)	Uniforme (0,48;0,82)	Uniforme (0,17;0,41)	Uniforme (1,15;1,83)
Tiempo comer el postre	Normal (6,49;1,25)	Normal (5,78;1,24)	Normal (5,7;1,78)	Normal (5,85;1,43)
Beber el líquido	Normal (5,16;1,62)	Normal (5,19;1,09)	Normal (4,9;1,21)	Triangular (2,19;5,3;8)
Tiempo registrar comanda	Uniforme(1,2;1,42)			
Confección del vale	Uniforme(0,1;0,12)			
Tiempo entrega de la cuenta	Uniforme (0,36;0,94)	Uniforme (0,36;0,85)	Uniforme (0,48;0,9)	Uniforme (0,56;1,26)
Cálculo de la vuelta	Uniforme(0,1;0,15)			
Entrega de la vuelta	Uniforme (0,45;1,15)	Uniforme (0,66;1,24)	Uniforme (0,73;1,36)	Uniforme (0,76;1,56)
Desbarace de la mesa	Uniforme (0,41;0,88)	Triangular (0,17;5,30;235;0,3)	Triangular (0,27;0,333;0,52)	Uniforme (0,46;0,92)
Secar y envolver cubiertos	Uniforme(1;1,2)			

Tabla 2: Distribuciones que caracterizan las variables aleatorias de la situación actual.

Fuente: elaboración propia

Para los modelos de rediseño se combinaron las muestras de una misma actividad tomadas en cada uno de los salones analizados, para determinar así la distribución que más se ajusta a los datos, los resultados en este caso se muestran en la Tabla 3. A continuación se proponen las variantes o alternativas de solución que están fundamentadas a partir del rediseño del servicio gastronómico. Este rediseño se basa en la modificación de los cuatro salones existentes en un solo salón que contemple la capacidad de comensales que actualmente existen en el servicio gastronómico (ver la Figura 4).

VARIABLES	DISTRIBUCIÓN	RECURSO
Llegada de los clientes	Gamma(0,18;5,51)	
Servir líquido	$1+1,56 * \text{Beta}(2,19;2,1)$	Dependiente
Realizar la orden de los platos	$0,35 + \text{LOGnormal}(0,556;0,303)$	Dependiente
Servir el pedido en la cocina	Normal(1,44;0,365)	Dependiente de cocina
Comer los clientes (1 plato)	Triangular(2;11,1;17)	Mesa
Pedido del postre	$0,05 + \text{LOGnormal}(0,355;0,281)$	Dependiente
Servir el postre	$0,03 + \text{LOGnormal}(0,732;0,56)$	Dependiente
Comer el postre	Normal(5,98;1,45)	Mesa
Beber un líquido	Normal(5,09;1,32)	Mesa
Demora registrar la comanda	Uniforme(1,2;1,42)	Dependiente mochila
Confección del vale	Uniforme(0,1;0,12)	Cajero
Entrega de la cuenta	Normal(0,691;0,178)	Dependiente
Cálculo de la vuelta	Uniforme(0,1;0,15)	Cajero
Entrega de la vuelta	Normal(0,974;0,208)	Dependiente
Desmonte de la mesa	$0,14 + 0,81 * \text{Beta}(1,26;1,63)$	Dependiente mochila
Secar y envolver cuchillos (1 juego)	Uniforme(1;1,2)	Dependiente mochila

Tabla 3: Distribuciones de probabilidad de las variables que tiene comportamiento aleatorio.
Fuente: elaboración propia

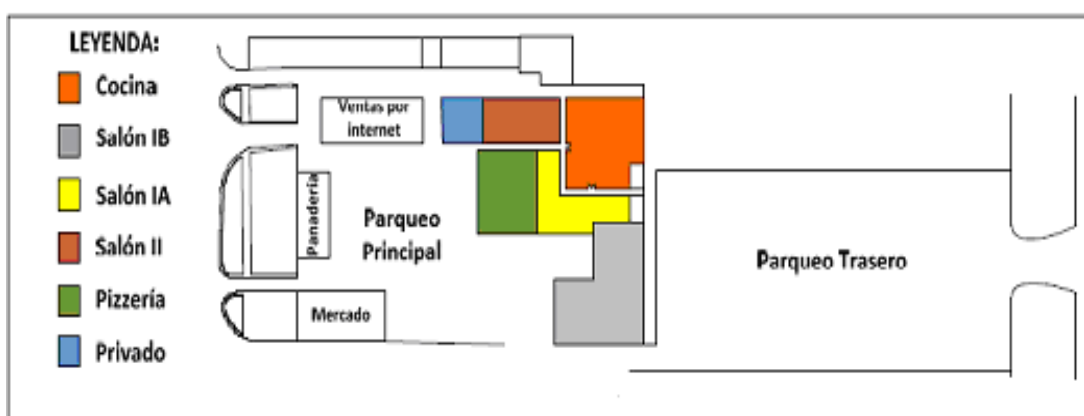


Figura 4: Rediseño de la distribución espacial.
Fuente: elaboración propia

A continuación se exponen las tres propuestas realizadas (alternativas de solución):

Propuesta 1:

Rediseño del servicio gastronómico con la cantidad de trabajadores actual. La idea de esta propuesta consiste en reunificar cada uno de los salones del servicio gastronómico en un solo salón, con la misma capacidad de comensales y con la cantidad de dependientes que se encuentran actualmente prestando servicio. En la Tabla 4 se muestra la capacidad de las mesas y la cantidad total de estas, mientras que en la Tabla 5 aparece la cantidad de dependientes.

Salones	Cantidad de mesas	de Comensales
Pizzería	18	92
Salones de comida internacional	31	150
Salón de comida criolla	18	88

Tabla 4: Capacidad de los salones del restaurante.
Fuente: elaboración propia

Cargo	Cantidad de trabajadores
Dependiente	8
Dependiente de cocina	4
Dependiente mochila	5

Tabla 5: Cantidad de dependientes utilizados para la simulación.
Fuente: elaboración propia

Propuesta 2: Rediseño del servicio gastronómico con la cantidad de trabajadores actual y la redistribución de la fuerza de trabajo. Esta propuesta posee las mismas características que la descrita anteriormente, con la diferencia de que uno de los dependientes mochila pasa a realizar las actividades del dependiente de cocina. Este cambio de recurso se fundamenta en el aprovechamiento del tiempo de trabajo de cada uno de los dependientes obtenida en la simulación de la propuesta anterior, lo que se presenta en la Tabla 6.

	Pizzería	Salones de comida criolla	Salón de lechón asado
Dependiente	63,32	68,575	64,72
Dependiente de cocina	74,18	77,485	70,52
Dependiente mochila	38,99	58,765	58,79

Tabla 6: Porcentaje de aprovechamiento del tiempo de trabajo de los dependientes.
Fuente: elaboración propia

Como se observa, el dependiente de cocina tiene el aprovechamiento del tiempo de trabajo más elevado que los demás, mientras que el dependiente mochila es el que ostenta el aprovechamiento más pobre, decidiéndose entonces generar una variante redistribuyendo la cantidad de dependientes en los salones como se muestra en la Tabla 7.

Cargo	Cantidad de trabajadores
Dependiente	8
Dependiente de cocina	5
Dependiente mochila	4

Tabla 7: Redistribución de la fuerza de trabajo.
Fuente: elaboración propia

Propuesta 3: Rediseño del servicio gastronómico con la cantidad de recursos proyectados. Esta propuesta se diferencia de las anteriores en la cantidad de recursos empleados (cantidad de mesas y dependientes) en el servicio ofrecido. Según información brindada por el departamento de Recursos Humanos, el servicio gastronómico en el restaurante tiene planificada una plantilla que actualmente no se encuentra cubierta en su totalidad. Por esta razón, se decide simular cómo funciona el restaurante al completarse la plantilla; los datos de los recursos utilizados en esta variante se muestran en la Tabla 8.

Cargo	Cantidad de trabajadores
Dependiente	12
Dependiente de cocina	5
Dependiente mochila	7
Cajeros	4
Mesas	74

Tabla 8. Cantidad de recursos utilizados para simular dicha propuesta.
Fuente: elaboración propia

Antes de realizar la simulación se definieron las variables a estudiar y las diferentes alternativas de solución. A continuación se exponen las variables de salida de la simulación que deseamos analizar, las cuales constituyen los criterios a tener en cuenta para la toma de decisiones:

- Productividad.
- Tiempo en cola.
- Porcentaje de utilización de los obreros.
- Cantidad de clientes atendidos.

En la Figura 5 se muestra el árbol jerárquico de los atributos definidos.



Figura 5: Jerarquía de los atributos
Fuente: elaboración propia

Definidos los criterios para la toma de decisiones es necesaria la asignación de los pesos para cada uno, esto se realiza utilizando un trabajo en grupos con la participación del gerente del restaurante, algunos directivos designados por este y los autores del trabajo. El método AHP permite obtener los mismos a través de la comparación pareada entre los criterios o de forma cuantitativa. En la Figura 6 se muestra la entrada de datos para obtener los pesos de los criterios, utilizando el enfoque de comparación pareada que fue el seleccionado, procesado con el software Jerarquía. Se muestra la inconsistencia resultante de las comparaciones.

En este caso la inconsistencia es menor que 0,10, que fue el indicador establecido por Saaty para indicar que el decisor ha expresado sus preferencias de forma consistente.

Con la información anterior se construyeron los modelos de simulación correspondientes utilizando el ARENA 7.01 el cual permitió obtener los valores de las variables a estudiar.

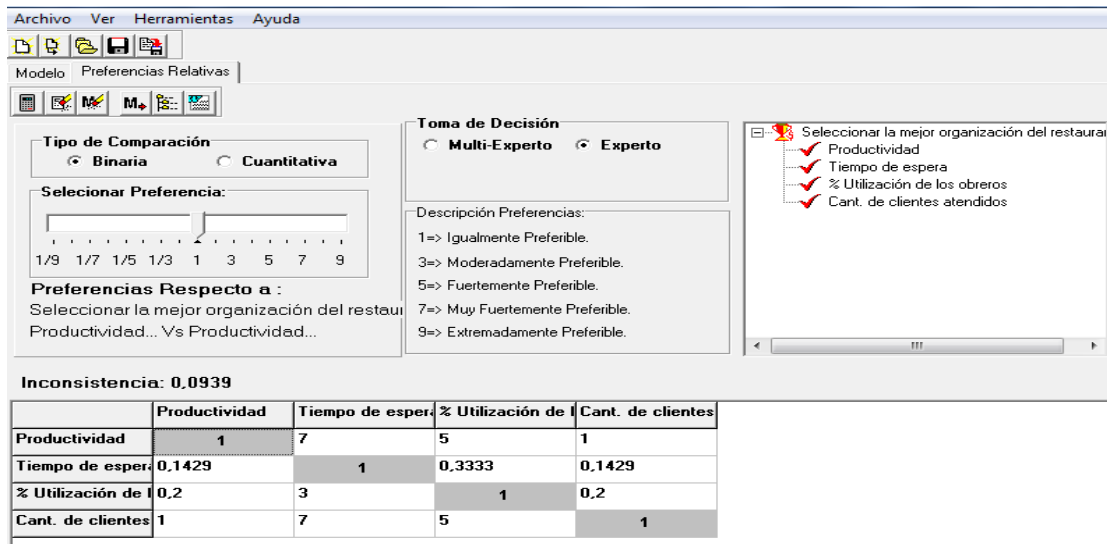


Figura 6: Pantalla de captación de datos
Fuente: elaboración propia

Verificación y validación de los modelos diseñados

Una vez concebido el modelo actual de la simulación, se realiza la verificación del mismo; se comprueba que no existen errores en la traducción del modelo concebido al programa de simulación. Para la validación del modelo se utilizan como variables el tiempo de servicio promedio y la cantidad de clientes atendidos, en la Tabla 9 se muestran su comportamiento observándose que no existen diferencias significativas.

	Tiempo de servicio promedio	Cantidad de clientes atendidos
Comportamiento real del sistema (durante el muestreo)	59,36	580
Modelo de simulación del sistema actual	59,31	566

Tabla 9: Comportamiento de la validación del modelo actual.
Fuente: elaboración propia

Diseño experimental de la simulación.

Para poder inferir acerca de los resultados, es necesario tener un número de réplicas que sea significativo, de ahí la necesidad de calcular el tamaño de la muestra (número de corridas de la simulación). Para el desarrollo del experimento de simulación se consideró la existencia de una condición de terminación dada por la duración del horario de almuerzo estimado entre las 12:00 p.m. y las 4:00 p.m. Las condiciones iniciales determinadas para cada corrida se consideran invariables.

Como variable de interés para la determinación del número de réplicas, se utiliza la variable independiente *tiempo promedio en cola*, no se selecciona el tiempo en el sistema porque en este influyen múltiples factores como la sobremesa de los clientes. Para el cálculo del número de réplicas necesarias (n) de la variable seleccionada se utiliza la siguiente ecuación (Law, 2006):

$$n = n_0 \left(\frac{H_T}{H_G} \right)^2$$

donde:

n_0 : número de réplicas piloto.

H_r : es la semiamplitud del intervalo (*half-width*) en la salida de la muestra piloto.

H_d : es la semiamplitud del intervalo deseada.

En la Tabla 10 se muestra el valor de del número de réplicas necesarias para cada variante propuesta.

	Situación actual	Propuesta 1	Propuesta 2	Propuesta 3
n_0	5	5	5	5
H_r	9,1702	4,1036	4,6234	4,0916
H_d	2	2	2	2
n	106	22	27	22

Tabla 10: Determinación del número de réplicas para cada variante.

Fuente: elaboración propia

Como se observa en la Tabla 10, las mayores diferencias ocurren en H_r y n entre la situación actual y las tres propuestas. Para la situación actual se realizaron 106 réplicas, mientras que para las propuestas 1, 2, y 3 un tamaño de muestra de 30 réplicas, por encima del mínimo de la que dio el mayor tamaño garantizando la representatividad de la población. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 11 y en la Figura 6.

Variables	Variantes			
	Actual	Propuesta 1	Propuesta 2	Propuesta 3
Tiempo en cola (min)	6,58	2,97	2,44	0,66
Utilización de los recursos (%)	65,75	69,848	68,6	56,608
Cant. clientes atendidos	566	584	591	588
Productividad (CUC / dependiente)	252,81	260,85	263,98	196,98

Tabla 11: Resultados de las corridas de la simulación.

Fuente: elaboración propia

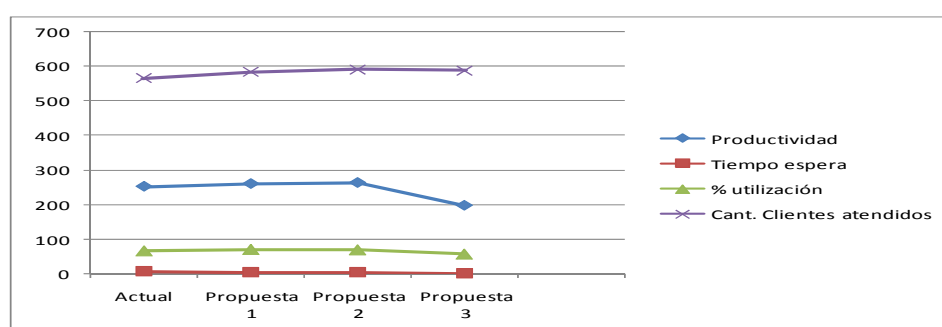


Figura 6: Representación gráfica de los resultados obtenidos.

Fuente: elaboración propia

Como se observa en la Tabla 11 y la Figura 6, con respecto al tiempo de espera la mejor alternativa sería la 3 con menos de un minuto; en la utilización de los recursos, no existen diferencias significativas entre la actual y las propuestas 1 y 2, siendo la peor la propuesta 3; los peores resultados en la cantidad de clientes se observan en la propuesta actual, no existiendo diferencias apreciables entre las restantes. En la productividad, la propuesta 3 presenta los

peores resultados, no existiendo diferencias entre la situación actual y las propuestas 1 y 2. Esto evidencia la necesidad del uso del procedimiento propuesto.

Para ordenar y seleccionar la mejor alternativa se utilizó el software Jerarquías (Heredia, 2004) el cual fue diseñado para encontrar la solución de un problema multicriterio utilizando el método AHP de Saaty. Como criterios se utilizaron las variables de salida declaradas anteriormente. En la Figura 7 se muestra que la alternativa mejor es la Propuesta 2, en la cual se obtiene el mayor número de clientes atendidos y el resto de las variables de salida es mejor o casi similar a las restantes.

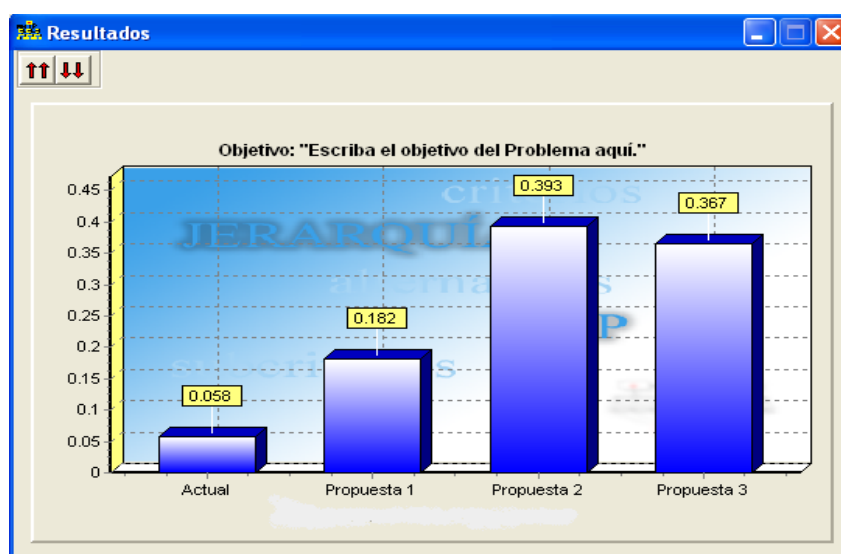


Figura 8: Resultados de la aplicación del AHP.
Fuente: elaboración propia

Como la mejor alternativa supone el rediseño del restaurante, es necesario realizar un análisis coste-beneficio para su implementación. Para ello, es necesario estimar los costes en que se incurrirían y evaluar la factibilidad de la misma incluyendo los beneficios que traería establecer la nueva organización del trabajo, así como determinar el tiempo necesario para la recuperación de la inversión. Los costes en que se incurre con la remodelación del restaurante se muestran en la Tabla 12.

Concepto	Valores
Coste de demolición y desmontaje	1 827,58 CUC
Coste de construcción y montaje	84 000 CUC
Otros gastos	12 600 CUC
Coste de oportunidad (clientes atendidos * consumo per capita * días sin brindar el servicio)	132 727 CUC
COSTE TOTAL	231 154,58 CUC
BENEFICIO DIARIO	5 543,58 CUC
TIEMPO DE RECUPERACIÓN	42 días

Tabla 12: Costes para la remodelación del restaurante.
Fuente: elaboración propia

El beneficio esperado diariamente se determinó como la cantidad de clientes que se puede atender con la propuesta seleccionada multiplicada por 9,38 que es el ingreso per capita en CUC; y el tiempo de recuperación se determina como el coste entre el beneficio y su valor asciende a 42 días, o sea que en un período relativamente bajo esta se recuperará.

5. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos muestran la aplicabilidad del procedimiento combinando simulación y el AHP para dar solución al problema objeto de estudio. El uso de estas herramientas debe integrarse armónicamente para generar un conjunto de alternativas de organización del trabajo, evaluar estas a la luz de los criterios seleccionados y las preferencias del decisor para obtener una solución eficiente.

Los resultados se corresponden con lo planteado en la literatura considerada sobre el uso de las técnicas cuantitativas en la mejora del desempeño de las organizaciones y constituye un aporte en la mejora de la eficiencia y la eficacia del servicio en el restaurante.

Este procedimiento puede ser utilizado para la solución de problemas que requieran de la generación de alternativas en las cuales influyan variables aleatorias que se utilicen para la toma de decisiones, lo cual sería posible a través de la simulación. Puede ser utilizado en cualquier restaurante que haya tenido una disminución en sus indicadores de desempeño y sea necesario investigar las causas que las originan y valorar las mejoras sin realizar cambios en el modelo real.

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se muestra un enfoque híbrido simulación-AHP para rediseñar la organización del trabajo en un restaurante. Para ello se diseñó un procedimiento que combina el uso de técnicas multicriterio para determinar de las alternativas de solución generadas con el uso de la simulación, específicamente el ARENA 7.01, lo que permitió realizar comparaciones entre los indicadores que resultan de cada alternativa y obtener la ordenación de las alternativas y la selección de la mejor utilizando el AHP y las preferencias de los decisores.

El estudio realizado permitió determinar las reservas en la productividad del trabajo, por lo que presenta un impacto directo en la eficiencia y eficacia de la organización.

Finalmente, la alternativa seleccionada requiere de una inversión que puede ser recuperada en un tiempo breve y genera ingresos de alrededor de 2 023 407 CUC anuales.

REFERENCIAS

- Aragónés, B.P. (1997) "Aproximación a la Toma de Decisiones en Proyectos. Implementación de una metodología multicriterio y multiexperto: PRESS II", *Tesis Doctoral*, Universidad Politécnica de Valencia, España.
- Aragónés, B.P. (2003) "Técnicas de ayuda a la toma de decisiones en proyectos", *Documento de trabajo*. Departamento de Proyectos, Universidad Politécnica de Valencia, 30 p.

- Banks, C. *et al.* (2000) “Discrete-Event System Simulation”, *Editorial Prentice Hall*, 3ª edición
- Cardona, M.L. (2007) “Aplicación de la Simulación y Modelación Matemática para el estudio de Sistemas de Inventarios”, *Tesis de Licenciatura en Ciencias Básicas*, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.
- Delgado, K.; Mejía, M. (2011) “Aplicación de la simulación discreta para proponer mejoras en los procesos de atención en el área de emergencia de un hospital público”, *Industrial Data* [en línea] vol. 14, n°1, pp. 47–54; URL: <http://hdl.handle.net/123456789/4138>
- Espinosa, J. (2009) “Gestión de calidad e inocuidad en restauración”, *II Convención Internacional Alimentación Saludable para la Comunidad y el Turismo*, ACTAC, Varadero, Cuba.
- Garza, R.; González, C.; Pérez, I.; Martínez, E. (2012) “Concepción de un procedimiento utilizando herramientas cuantitativas para mejorar el desempeño empresarial”, *Revista Ingeniería Industrial*, vol. 33, n° 3, pp. 239–248.
- Guasch, A.; Pera, M.A.; Casanovas, J.; Figueras, J. (2003) “Modelado y simulación. Aplicación a procesos logísticos de fabricación y servicios”, *Ediciones de la Universidad Politécnica de Cataluña*, 2ª edición, pp. 187–201.
- Heredia, L. (2004) “Jerarquía, Sistema de apoyo a la toma de decisiones”, *Trabajo para el Título de Ingeniero en Informática*, La Habana, Cuba.
- Kelton, W.D.; Law, A.M. (2000) “Simulation Modeling & Analysis”, *Editorial Mc Graw Hill*, 3ª edición.
- Kelton, W.D.; Sadowski R.; Sturrock D. (2009) “Simulation with ARENA”, *Editorial Mc Graw Hill Science Engineering*, 3ª edición.
- Law, A. (2006) “Simulation Modeling & Analysis with expertfit software”. *Editorial Mc Graw Hill International*, 4ª edición.
- Lieberman, G.; Hillier, F. (2006) “Introducción a la Investigación de Operaciones”, *Prentice Hall*, 8ª edición, México.
- Pérez, E. (2011) “Propuestas de organización a partir del rediseño del servicio gastronómico en el restaurante El Palenque”, *Trabajo Grado de Ingeniero Industrial*, La Habana, Cuba.
- Pérez, I. (2001) “Procedimiento para la optimización de experimentos simulados”, *Tesis Doctoral*, Instituto Superior Politécnico José A. Echevarría, La Habana, Cuba.
- Punset, E. (2006) “Adaptarse a la marea”, *Editorial ESPASA CALPE*.
- Rabelo, L. *et al.* (2005) “Supporting Simulation-Based Decision Making with the use of AHP Analysis”, *Proceedings Winter Simulation Conference*, Florida, USA.
- Ríos, I.D. (2008) “Simulación. Métodos y aplicaciones”, *Editorial RA-MA S.A.*, 2ª edición, España.
- Saaty, T.L. (1990) “Decision making for Leaders: the Analytic Hierarchy Process for decision in a complex World”, *Editorial RWS Publications*, University of Pittsburgh, Pittsburgh, USA.
- Tabucanon, M. (1988) “Multiple Criteria Decision Making in Industry, Studies in Production and Engineering Economics”, *Editorial Elsevier*, New York, USA.
- Valerie B.; Stewart, T.J. (2002) “Multiple Criteria Decision Analysis: an integrated approach”, *Editorial Kluwer Academic Publishers*, 2ª edición.
- Xu, D. *et al.* (2012) “A simulation study integrated with analytic hierarchy process (AHP) in an automotive manufacturing”, *Simulation*, vol. 88, n° 4, pp. 450–463.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 42–59.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=88>

Approving the ISDWIR Method of Risk Measurement in Making Risk Management Decision

STRELNIK, MIKHAIL

Department of Enterprise Economy and Industrial Management
St. Petersburg State University of Economy (FINEC, Russia)

Correo electrónico: miguel7miguel@yahoo.mail

ABSTRACT

This paper is devoted to risk management and risk measurement methods. The author considers methods of risk measurement and proposes the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks (or ISDWIR) method of risk measurement. The method is based on dynamic enterprise risk matrices. The matrix describes the changes of corporate risk values over the time. The method assists to choose risk management decision having good effects on corporate risk values. The ISDWIR method is also compared with other risk measurement methods.

Keywords: uncertainty; risk; risk management; risk measurement; matrix.

JEL classification: M10.

MSC2010: 40C05.

Aprobación del método de medición del riesgo SIÍPDR en el manejo de asunción de riesgos

RESUMEN

Este artículo está dedicado a la gestión del riesgo y a los métodos de medición de riesgos. El autor considera diferentes métodos de medición de riesgo y propone el método de la Suma Integral de Índices Ponderados Diferenciales de Riesgos (o método SIÍPDR). Dicho método se basa en las matrices de riesgo empresarial dinámico. Dichas matrices describen los cambios de los valores de riesgo corporativos en el tiempo. El método ayuda a elegir la decisión de gestión del riesgo que tiene un buen efecto sobre los valores de riesgos corporativos. También se compara el método SIÍPDR con otros métodos de medición del riesgo.

Palabras clave: incertidumbre; riesgo; gestión de riesgos; medición del riesgo; matriz.

Clasificación JEL: M10.

MSC2010: 40C05.



1. INTRODUCTION

The enterprise functions under the condition of risks. To make risk management decision the company needs measure risks, the effect of decision on the risk values. A variety of risk measurement methods fall under financial or investment management. In this paper, the following methods of risk measurement are considered: coefficient of variation; Scenario Analysis; Capital Asset Pricing Model; Weighted Average Cost of Capital; Value at Risk (VaR); Monte Carlo simulation; Real Options.

Some methods of risk management come from financial fields and see risks from a financial point of view (as probability and/or value of losses), but not all risk means danger, since some risk usually gives us more profit. Thus we should consider risk not only as a danger event but also as a positive event. The company can have different risks that are measured by different units of measurement. For example, the company can have different risks at once: 1) risk of stopping manufacture because of equipment breakage (it can be measured in quantity of breakage over specified point of time); 2) the deviation of current liquidity ratio (liquidity ratio is coefficient and not has the units of measurement); 3) the risk of increase of bank interest rate (bank interest rate is measured in percentage); 4) the risk of deviation of total revenue (it is measured in money). Thus different units of risk measurement should be taken into account. It is also important to take into consideration the time period and the weights (importance) of risk values over time period for the company.

However, there is a problem of choosing the risk measurement method, because it should use methods of risk measurement considering varied parameters as time period, different units of risk measurement, the weight of risk values over time period, considering risk not only as a danger event but also as a positive event and it should not have assumption or constraints of implementation. In the article the author proposes a method of risk measurement (the integral sum of differential weighted indexes of risks, or ISDWIR method). The proposed method is compared with others to emphasize its applicability. The method is based on dynamic enterprise risk matrices. Each matrix describes the changes of corporate risk values over the time. The method assists to choose risk management decision having good effects on corporate risk values.

2. LITERATURE REVIEW

The activity of companies is connected under conditions of risk. To start the discussion about risk measurement we should know what risk is. In risk management literature, risk is seen as an expected value, probability distribution, deviation and event. Knight (1921) determines risk as conditions when the consequences of decisions and the probabilities of those outcomes are known, whereas uncertainties are conditions where the potential consequences of decisions and related probabilities may not be well known. Graham and Weiner (1995) define risk as the

probability of an adverse outcome. Rosa (1998, 2003) denotes risk as a situation or event where something of human value (including humans themselves) is at stake and where the outcome is uncertain. Risk refers to uncertainty of outcome, of actions and events (Cabinet Office, 2002). Crowe, Fong, Bauman, and Zayas-Castro (2002) describe risk as the possibility of deviation in the results from expected goals. Aven (2007) reports risk is as the two-dimensional combination of events/consequences and associated uncertainties (will the events occur, what will be the consequences). The international standards become, because of theory and practice development of risk management. The most prominent standards are COSO ERM (American standard) FERMA (European standard). COSO ERM standard divide definitions of risk and opportunities. Events with a negative impact represent risks, which can prevent value creation or erode existing value. Opportunities are the possibility that an event will occur and positively affect the achievement of objectives, supporting value creation or preservation. FERMA standard has uses the definition of risk that is set out by the International Organization for Standardization (ISO) in its recent document ISO/IEC Guide 73 Risk Management - Vocabulary - Guidelines for use in standards. Risk can be defined as the combination of the probability of an event and its consequences (ISO/IEC Guide 73).

Thus, the main feature of risk follows from all considered definitions. It is a quantity determination of risk (probability, deviation, value). To make a risk management decisions, company has to measure its risks and measure the effect of risk management decisions upon the value of risks. In practice different methods are used to measure risk. The methods come from financial fields. Later they are considered.

2.1. Coefficient of Variation

The coefficient of variation is a dimensionless number that quantifies the degree of variability relative to the mean (Kelley, 2007). The coefficient of variation is defined as:

$$k = \frac{\sigma}{\mu}, \quad (1)$$

σ –deviation

μ –mean

The coefficient of variation consists of two other risk parameters. These are mean and deviation. Thus coefficient of variation indicates the relative risk associated with the possible outcomes of a particular action. The higher ratio of variation would mean higher degree of risk (Rao, 2010). The coefficient of variation can be used to measure relative risks in finance and actuarial science (Miller and Karson, 1977). The coefficient is used as yardstick of riskiness. But the coefficient of risk measurement has some disadvantage; it sees risk only as negative phenomenon. But some risks give profit.

2.2. Scenario Analysis

Porter (1985) defines scenarios as “an internally consistent view of what the future might turn out to be –not a forecast, but one possible future outcome.” Raubitschek (1988) considers scenario analysis is a technique used to analyze future developments in situation characterized by high degree of uncertainty and complexity. Godet and Roubelat (1996) understand a scenario as a description of a future situation and the course of events, which allows one to move forward from the original situation to the future. According to Ratcliffe (1999), a primary purpose of scenarios is to create holistic, integrated images of how the future might evolve.

Damodaran (2012) emphasizes that scenario analysis set the following problems:

- Garbage in, Garbage out. The key to doing scenario analysis well is the setting up of the scenarios and the estimation of cash flows under each one. Not only the outlined scenarios have to be realistic, but they also have to try to cover the spectrum of possibilities. Once the scenarios have been laid out, the cash flows have to be estimated under each one; this trade-off has to be considered when determining how many scenarios to run.
- Continuous risk. Scenario analysis is best suited for dealing with risk that takes the form of discrete outcomes. When the outcomes can take on any of a very large number of potential values or the risk is continuous, it becomes more difficult to set up scenarios.
- Double counting of risk. As with the best-case/worst-case analysis, there is the danger that decision makers will double count risk when they do scenario analysis.

2.3. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

The CAPM builds on the model of portfolio choice developed by Markowitz (1959). The model of Markowitz assumes investors are risk averse and choose “mean variance - efficient” portfolios, that 1) minimize the variance of portfolio return, given expected return, and 2) maximize expected return, given variance. Thus, the model is often called a “mean variance model.” Sharpe (1964) and Lintner (1965) add two key assumptions to the Markowitz model: complete agreement gives market clearing asset prices and complete agreement: given market clearing asset prices.

When there is risk-free borrowing and lending, the expected return on assets that are uncorrelated with the market return, $E(R_M)$, must equal the risk-free rate, R_f . The relation between expected return and beta then becomes the familiar Sharpe - Lintner CAPM equation,

$$\text{CAPM } E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

In other words, the expected return on any asset is the risk-free interest rate, R_f , plus a risk premium, which is the asset’s market beta, β_i , times the premium per unit of beta risk, $E(R_M) - R_f$. Glen (2005) defines several assumptions of CAPM:

1. Quality of investors:
 - they aim to maximize economic utilities;
 - they are rational and risk-averse;
 - they are broadly diversified across a range of investments;
 - they are price takers, i.e., they cannot influence prices.
2. Lend and borrow is unlimited amounts under the risk free rate of interest.
3. Trading is without transaction or taxation costs.
4. Securities are highly divisible into small parcels.
5. All information is available at the same time to all investors.

All assumptions characterize the disadvantages of CAPM. It is enough obstruct method for the dynamic nature of risk.

2.4. Weighted Average Cost of Capital

WACC is used as a means of arriving at the firm's optimal capital structure —optimal in the sense that the firm's total market value is maximized and consequently the per share price of equity is maximized—the weighted average cost of capital has been mathematically defined as:

$$w = r \left(\frac{S}{S+D} \right) + i \left(\frac{D}{S+D} \right) (1 - T_c) \quad (3)$$

where: S = market value of common stock at instance of w calculation.

D = market value of debt at instance of w calculation,

i = yield on debt, hereafter called the interest rate,

r = expected or required rate of return on common stock.

T_c = tax on profits

T_c in the above formula reflects the existence of tax benefits due to the deductibility of interest costs (Modigliani and Miller, 1958; 1963; Scott, 1976). The WACC calculation is based on the assumptions (Pratt and Grabowsky, 2011) that the capital structure will remain unchanged over the time period of the valuation. It means:

- The proportional mix of debt and equity in the capital structure, in terms of market value, would remain constant over the investment horizon.
- The cost of capital would remain unchanged over the investment period.
- Corporation tax rate and interest rate on debt are constant.
- The common disadvantage of CAPM and WACC (it goes from their formulas) is that they are one time period methods or risk measurement. In practice the discount rate of net present value (NPV) is calculated from CAPM and WACC but at this case there is assumption that the risk value does not change over the time period (but risk value is not constant). Also they have assumptions of their implementation.

2.5. Value at Risk – VaR

Frey and McNeil (2002) define VaR as follows: Given some confidence level $\alpha \in (0; 1)$, the value-at-risk (VaR) of our portfolio at the confidence level α is given by the smallest number l such that the probability that the loss L exceeds l is no larger than $(1 - \alpha)$. According to Hull (2005), VaR is denoted as “the loss corresponding to the $(100 - X)^{th}$ percentile of the distribution of the change in the value of the portfolio over the next N days” when N days is the time horizon and $X\%$ is the confidence level. Value at risk has some disadvantages of implementation (Damodaran, 2007):

- VaR measures the likelihood of losses to an asset or portfolio due to market risk, thus risk is almost considered to be negative. VaR are built around market risk effects, hence there is no reason to look at the VaR, relative to all risks, practicality forces us to focus on just market risks and their effects on value;
- VaR is calculated for a short time period (over a day, week, or a few weeks);
- VaR is not appropriate for the firms that are focused on comparing investments with different scales and returns, because VaR gives a certain value of losses in terms of probability (for these firms more conventional scaled measure of risk can be standard deviation).

2.6. Monte Carlo Method

The Monte Carlo method (Metropolis and Ulam, 1949) is a widely accepted risk analysis technique and is deemed to be an effective way of analyzing the uncertainty associated with cost and schedule risks. Monte Carlo is defined as a distributional simulation technique. In Monte Carlo analysis, instead of using single point-estimates as inputs, distributions, defined as probability density functions (PDFs), are used as inputs. As a result, distributions of output variables are produced. The output distributions are simulated by drawing random values from the distribution of input variables. The input variables relate to the output variables according to a mathematical model (Lipton, Shaw, Holmes, and Patterson, 1995).

Probability functions must be defined for all uncertain parameters, regardless the information available. In many cases, there is not enough data available to determine an accurate probability density distribution. Another disadvantage of the Monte Carlo method is the need to determine dependencies and correlations between the input variables if an accurate result is desired (Bardossy and Fodor, 2004).

2.7. Real Options

The real options framework suggests that holding a real option on a strategically important opportunity, after making an initial investment, allows firms to postpone further commitment until part of the uncertainty about the opportunity has been resolved (Dixit and Pindyck, 1994;

Amram and Kulatilaka, 1999). Trigeorgis (1996) categorized the various types of real options. They are the option to defer investment, the longer the time horizon, the time-to-build option, the option to abandon, the option to switch, growth options. Groups of options may interact, leading to different total valuation than the simple sum of each individual option.

Teach (2003) and Miller and Park (2002) exclaim that real option only works for tradable assets, i.e. when the asset price over time can be observed in the financial market. They point out that the key parameter in a real option is volatility, and that to estimate volatility, you need appropriate and sufficient data, such as historical data and actuarial information. Schollevá (2008) suggests that on certain types of situations it cannot be applied. These situations can be summarized as follows:

- decision making under certainty or zero risk;
- decision making that cannot be postponed or modified, the real option that measures flexibility does not have sense when flexibility is not possible;
- twin options, when the option value would be assigned to more interdependent projects, in such a case, the real option would over-evaluate the flexibility;
- low budget projects where the estimated option value would exceed the total costs of the projects.

It goes from the literature of real options that asset must has liquidity and the company can refuse asset or project (it is as assumption of real options).

In risk management, risk matrices are used. Cox and Anthony (2008) write that risk can be described by risk matrix that has several categories of “probability,” “likelihood,” or “frequency” for its rows (or columns) and several categories of “severity,” “impact,” or “consequences” for its columns (or rows, respectively). It allows emphasizing at list three levels (values) of risks –low, medium and high level of risk (Levine, 2012; Meacham, 2010). It means the level of risk is not equal for each company and it should take into account when you choose the form of corporate restructuring.

3. THE ISDWIR METHOD OF RISK MEASUREMENT

Risk is an event having its likelihood of occurrence and consequences that changes the performance indicators of company (improving or worsening them) when the external and / or internal environment varies, and occurs both by reason of management decision and independently of it.

This definition emphasizes that:

- risk is measured and there are many units of risk measurement because the consequences of risk (its impact on the company) can be measured by different units of measurement;

- risk must have impact on company that is reflected in performance indicators of company (it means that sometimes we can measure only consequences of events), if company is not exposed to risk, it does not have risk;
- risk is considered as positive or negative event (negative and positive phenomenon);
- risk occurs due to changes in the external or internal environment - with a static enterprise environment there is no risk;
- risk is an event and occurs both by reason of management decision and independently of it.

This article proposes the use of a Dynamic Enterprise Risk Matrix to describe the change of corporate risk values over the time period. This matrix describes the value of several risks in dynamic. Table 1 shows the Dynamic Enterprise Risk Matrix.

Table 1. Dynamic Enterprise Risk Matrix

Risk \ Period	T_1	T_i	T_n
R_1	α_{11}	α_{1j}	α_{1n}
.....
R_i	α_{i1}	α_{ij}	α_{in}
R_m	α_{m1}	α_{mj}	α_{mn}

Source: author

Each line corresponds to the value of particular kind of risk (R), and the column (T) correlate with time period, for example –week, month and year. Each risk is considered in the dynamic. This matrix shows the value of each corporate risk according to time period. This matrix is filled on the basis of the prediction of risk value changes.

At the beginning, the company makes Basic Enterprise Risk Matrix (original matrix). The matrix describes the value corporate risks dynamically as if there is no any process of risk management. Risk management decision (for example, corporate restructuring) affects the value of corporate risks. The company can made various risk management decision and each kind has different effects on the values of corporate risks. The effect is described by Resulting Enterprise Risk Matrices (resulting matrices). It shows the changed values of corporate risks resulting from risk management decisions. It is important to compare the influence of each solution option to select an appropriate risk management decision (for example, kind/type of corporate restructuring).

It is necessary to compare Basic Enterprise Risk Matrix and Resulting Enterprise Risk Matrices of each variant of risk management decision. Thus our task is to compare two

matrices. It is impossible to make a comparison on the basis of matrix norms, because: the values of matrix elements in a row can reduce (it means that risk values reduce), and this reduction is positive, but it is not included in the calculation of matrix norms.

The author of the article proposes the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks method (ISDWIR method). This method measures the risk of decision: the decision of risk management improves original matrix of risks or makes it worse. The process of risk measurement of ISDWIR method proceeds as follows:

- 1) At the beginning there are several matrices: Basic Enterprise Risk Matrix - A matrix (the original matrix) and some Resulting Enterprise Risk Matrices - B, C, D matrices.
- 2) Then, the Risk Index Matrices are formed - I 1, I 2, I 3 matrices. The elements of B, C and D matrices are divided by the elements of A matrix. This mathematical operation assists to compare changes of risk values assessed in different units of measurement (money units of measurement, per cent, coefficients or others). Also the Basic Unit Matrix (E matrix) is set (the elements of basic Enterprise Risk Matrix are divided by themselves). The setting of Basic Unit permits to assess the changes of risk values of Risk Index Matrices).
- 3) Next, it is need to take into account the importance of each kind of risk and the time period on the basis of pair comparisons methods, in practice many methods of pair comparisons are used (Louis Thurstone's method is the first method of pair comparison). On the basis of chosen pair comparisons method weighting coefficients of each kind of risk and each time period are defined. Then the weights coefficients of each kind of risk and time periods are multiplied and Matrix of Weighting Coefficients is obtained (W - matrix). The matrix describes the importance of each kind of risk according to time period. The sum of all the elements of weight coefficients matrix is equal to 1. In practice the company cannot take into account the importance of each kind of risk and the point of time period, it means to miss 3 item of the process (in that case the method is called the Integral Sum of Differential Indexes of Risks – ISDIR method).
- 4) Later, each element of Risk Index Matrices (I 1, I 2, I 3 matrices) and the Basic Unit Matrix (E matrix) is multiplied by the elements of Weight Coefficients Matrix. Thus, Weighted Base Unit Matrix (E°) and Weighted Risk Index Matrices ($I 1^\circ$, $I 2^\circ$, $I 3^\circ$ matrices) are set.
- 5) Next, the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks (ISDWIR) between Weighted Base Unit Matrix (E°) and each Weighted Risk Index Matrix ($I 1^\circ$, $I 2^\circ$, $I 3^\circ$ matrices) is calculated in accordance with following formula:

$$I_n^\circ = \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & i_{mn} \end{pmatrix}$$

$$E^\circ = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & e_{mn} \end{pmatrix}$$

$$R(A,B) = (i_{11} - e_{11} + i_{12} - e_{12} + i_{1n} - e_{1n}) * \lambda + (i_{21} - e_{21} + i_{11} - e_{11} + i_{mn} - e_{mn}) * \lambda \quad (4)$$

where:

R(A,B) - the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks

In^o - Weighted Risk Index Matrix

E^o - Weighted Base Unit Matrix

i_{mn} – elements of Weighted Index Matrices

e_{mn} – elements of Weighted Base Unit Matrix

λ – parameter having the value of +1 or -1

If it is necessary for the enterprise to increase the value of risk (for example, the enterprise wants to increase the deviation of profit), λ is equal to +1. If the aim is to decrease the value of risk, λ is equal to -1. Thus several values of ISDWIR are obtained. The values of ISDWIR are integral not having the units of measurement. If the value of ISDWIR is equal to 0, it means that the value of Basic Enterprise Risk Matrix is not changed. The value of Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks must be greater than 0. If the value is less than 0, this risk management decision is refused, because the risk management decision increases the values of risks (the values of elements of Basic Enterprise Risk Matrix become badly). If the value of ISDWIR is greater than 0 it means that risk management decision reduces the values of risks (the values of elements of Basic Enterprise Risk Matrix become well). The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks (ISDWIR) is a synthetic indicator (no having unit of measurement), which measures the change of values of several risks at certain risk management decision that allows to determine its impact.

6) At the end, the values of the Integral Sums of Differential Weighted Indexes of Risks for each variant of risk management decision are compared. Decision rule is to select the variant of risk management decision with the maximum Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks.

The example of carrying out of calculations of ISDWIR method is given in the Appendix.

Thus the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks defines the effect of risk management decision on risk values. In this article previously considered methods of risk measurement are compared according with following criteria:

- the existence of assumptions or constraints of implementation of method;
- risk is considered as negative and/or as negative and positive event;
- the units of risk measurement are homogeneous or heterogeneous (homogeneous units of measurement means that risks have similar units of measurement, for example financial risks and market risks, etc.; heterogeneous units of measurement means that risks have different units of measurement, for example method considers mixture of financial and market risks and social risks);
- method takes into account the time in risk measuring;
- the difficulty of risk measurement and interpretation of risk measurement results (low, middle, high).

Table 2. The comparison of risk measurement methods

A: The assumptions or constraints of implementation of method

B: Risk is considered as a negative phenomenon (N) and/or as a negative and positive event (NP)

C: The units of risk measurement are homogeneous or heterogeneous

D: The method takes into account the time in risk measuring

E: The difficulty of risk measurement and interpretation of risk measurement results (low, middle, high)

Criteria \ Methods	A	B	C	D	E
Coefficient of Variation	No	N	Homogeneous	No	Low
Scenario Analysis	No	NP	Heterogeneous	Yes	High
Capital Asset Pricing Model - CAPM	Yes	N	Homogeneous	No	Middle
Weighted Average Cost of Capital - WACC	Yes	N	Homogeneous	No	Middle
Value at Risk - VaR	No	N	Homogeneous	No*	Low
Monte Carlo method	No	NP	Heterogeneous	No	High
Real Options	Yes	NP	Heterogeneous	Yes	High
The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks	No	NP	Heterogeneous **	Yes	Low

Remarks:

* No, within a short period of time, several days

** Heterogeneous, the result of calculation have not unit of measurement

Source: author

According to Table 2, some ideas can be summarized. The following methods of risk measurement have assumptions or constraints of implementation: Capital Asset Pricing Model (CAPM); Weighted Average Cost of Capital (WACC); Real Options. Other methods have not assumptions or constraints: it is Coefficient of Variation, Scenario Analysis, Value at Risk (VaR), Monte Carlo method, and The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks. Risk is considered as negative event by: Coefficient of Variation, Capital Asset Pricing Model (CAPM), Weighted Average Cost of Capital (WACC), and Value at Risk (VaR). Risk is regarded as negative and positive event by: Scenario Analysis, Monte Carlo method, Real Options and The integral sum of differential weighted indexes of risks. The units of risk measurement are homogeneous in such methods as: Coefficient of Variation, Capital Asset Pricing Model (CAPM), Weighted Average Cost of Capital (WACC) and Value at Risk (VaR). The units of risk measurement are heterogeneous in: Scenario Analysis, Monte Carlo method and Real Options. The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks is method

allowing to use heterogeneous units of risk measurement, the result of calculation have not unit of measurement (it is integral parameter). The subsequent methods do not take into account the time period in risk measuring: Coefficient of Variation, Capital Asset Pricing Model (CAPM), Weighted Average Cost of Capital (WACC), Monte Carlo method. The following methods permit to take into account the time in risk measuring: Scenario Analysis and Real Options (within a short period of time, several days), the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks. High difficulty of risk measurement and interpretation of risk measurement results is characteristically for: Scenario Analysis, Real Options and Monte Carlo method. Middle difficulty of risk measurement and interpretation of results is typical for: Capital Asset Pricing Model (CAPM), Weighted Average Cost of Capital (WACC). Low difficulty of risk measurement and interpretation of results is characteristic of: Coefficient of Variation, Value at Risk (VaR), the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks. The integral sum of the differences weighted indexes is a method assessing the influence (effect) of risk management decision on risk values.

4. DISCUSSION

The author method (the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks method) is near to scenario analysis, but the form of representing (it is a matrix form) and the way of calculation is different. Entrywise division of matrices is used in the ISDWIR method. Entrywise operation on matrices is known as Schur product or also Hadamard product (named after I. Schur and J. Hadamard, respectively). It should not be confused with the more common matrix product. Such matrix operation is realized in many computing environments (MATLAB and Mathematica, for example) and that is why there is no obstacle of making calculations.

Entrywise division in the ISDEWIR method allows comparing changes of risk values assessed in different units of measurement (money units of measurement, percentage, coefficients, or others). The ISDWIR method of risk measurement does not exclude the results of other methods of risk assessment. The main task of all risk measurement methods is to approve the source of data and answer on such questions as the following: “Why do we use these data?”, “Why we have chosen this time period?”, etc. It is too important to understand all our assumptions concerning our calculations.

5. CONCLUSION

In this paper, the definitions of risk are considered and the following definition is proposed: risk is an event having its likelihood of occurrence and consequences that changes the performance indicators of company (improving or worsening them) when the external and/or internal environment varies, and appears both by reason of management decision and independently of it.

This definition emphasizes that:

- Risk is measured and there are many units of risk measurement because the consequences of risk (its impact on the company) can be measured by different units of measurement.
- Risk must have the impact on company that is reflected in performance indicators of company (it means that sometimes we can measure only consequences of events), if company is not exposed to risk, it does not have risk.
- Risk is considered as positive or negative event (negative and positive phenomenon).
- Risk occurs due to changes in the external or internal environment –with a static enterprise environment there is no risk.
- Risk is an event and occurs both by reason of management decision and independently of it.

The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks method is proposed by the author of the article. The method is based on assessment and comparison of the values of Integral Sums of Differential Weighted Indexes of Risks (the values of ISDWIR) at certain risk management decision (the decision with maximum value of ISDWIR is chosen). The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks (ISDWIR) is a composite generalizing indicator (no having unit of measurement), which measures the change of values of several risks at certain risk management decision that allows to determine the common impact of the decision on risks of the company.

ISDWIR method has ensuing advantages:

- it has no assumptions or constraints of implementation;
- risk is regarded as negative and as positive event by the method;
- it uses heterogeneous units of risk measurement;
- it takes into account the time in risk measuring;
- it is characterized by low difficulty of risk measurement and interpretation of results;
- it takes into account the importance (weight) of each kind of risks over the time period;
- it does not exclude the results of other methods of risk assessment.

The Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks method (ISDWIR method) is a simple method of risk measurement to choose appropriate risk management decisions on the basis of integral indicator. It allows identifying the effect of risk management decision on the values of several risks measured by different units: risk decision increases or reduce the values of elements of Dynamic Enterprise Risk Matrix. It is possible to use risk values of different units of risk measurement (money units of measurement, per cent, coefficients or others) because the method convert the values of risks in indexes.

This method is universal and can be used (not only in risk management), when it is necessary to choose the solution that changes the performance of the enterprise on the basis of comparison of the values of indicators before and after the decision.

REFERENCES

- Amram, M. and Kulatilaka, N. (1999). "Real options: Managing strategic investment in an uncertain world", Boston: *Harvard Business School Press*.
- Aven, T. (2007). "A unified framework for risk and vulnerability analysis covering both safety and security", *Reliability Engineering & System Safety* 92, pp. 745–754
- Bardossy, G. and Fodor, J. (2004). "Evaluation of Uncertainties and Risks in Geology", Berlin: *Springer*.
- Cabinet Office (2002). "Risk: Improving government's capability to handle risk and uncertainty", Strategy Units, Cabinet Office, *HM Government*, London.
- Cox, Jr. and Louis Anthony (Tony) (2008). "What's Wrong with Risk Matrices?", *Risk Analysis: An International Journal*, 28 (2), pp. 497–512.
- Crowe, T.J.; Fong, P.M.; Bauman, T.A. and Zayas-Castro, J.L. (2002). "Quantitative risk level estimation of business process reengineering efforts", *Business Process Management Journal*, 8 (5), pp. 490–512.
- Damodaran, A. (2007). "Strategic Risk Taking: A Framework for Risk Management", New Jersey: *Pearson Prentice Hall*.
- Damodaran, A. (2012). "Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset", New Jersey: *John Wiley & Sons*.
- Dixit, A. and Pindyck, R. (1994). "Investment under uncertainty", New Jersey: *Princeton University Press*.
- Frey, R. and McNeil, A.J. (2002). "VAR and expected shortfall in portfolios of dependent credit risks: Conceptual and practical insights", *Journal of Banking and Finance*, 26, pp.1317–1334.
- Glen, A. (2005). "Corporate financial management" (3rd ed.), Harlow: Pearson Prentice Hall.
- Godet, M. and Roubelat, F. (1996). "Creating the future: the use and misuse of scenarios", *Long Range Planning*, 29(2), pp.164–171.
- Graham, J.D. and Weiner, J.B. (eds.) (1995). "Risk versus risk: Tradeoffs in protecting health and the environment", Cambridge: *Harvard University Press*.
- Hull, J.C. (2005). "Options, Futures, and Other Derivatives" (6th edition), New Jersey: *Prentice Hall*.
- Kelley, K. (2007). "Sample size planning for the coefficient of variation from the accuracy in parameter estimation approach", *Behavior Research Methods*, 39(4), pp. 755–766.
- Knight, F.H. (1921). "Risk, uncertainty and profit", New York: Harper & Row.
- Levine, E.S. (2012). "Improving risk matrices: the advantages of logarithmically scaled axes", *Journal of Risk Research*, 15 (2), pp. 209–222.
- Lintner, J. (1965). "The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolio and capital budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47, pp. 13–37

- Lipton, J., Shaw, W.D., Holmes, J., and Patterson, A. (1995). "Short communication: selecting input distributions for use in Monte Carlo simulations", *Regulatory Toxicology and Pharmacology*, 21, pp. 192–198.
- Markowitz, H. (1959). "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", New York: *John Wiley & Sons*.
- Meacham, B.J. (2010). "Risk-informed performance-based approach to building regulation", *Journal of Risk Research*, 13(7), pp. 877–893.
- Metropolis, N. and Ulam, S. (1949). "The Monte Carlo Method", *Journal of the American Statistical Association*, 44, pp. 335–341.
- Miller, E.G. and Karson, M.J. (1977). "Testing the equality of two coefficients of variation", *American Statistical Association: Proceedings of the Business and Economics Section*, Part 1, pp. 278–283.
- Miller, L.T. and Park, C.S. (2002). "Decision making under uncertainty –Real options to the rescue?", *The Engineering Economist*, 47(2), pp. 105–150.
- Modigliani, F. and Miller, M. (1958). "The cost of capital, corporation finance and the theory of investment", *American Economic Review*, 48(3), pp. 261–297.
- Modigliani, F. and Miller, M. (1963). "Corporate income taxes and the cost of capital: A correction", *American Economic Review*, 53, pp. 433–443.
- Porter, M. (1985). "Competitive Advantage", New York: *Free Press*.
- Pratt P. and Grabowsky J. (2011). "Cost of Capital: Workbook and Technical Supplement", New Jersey: *John Wiley and Sons*.
- Rao, P.M. (2010). "Financial Statement Analysis and Reporting", New Delhi: *PHI Learning*.
- Ratcliffe, J. (1999). "Scenario building: a suitable method for strategic property planning", The Cutting Edge 1999, *The Property Research Conference of the RICS St. John's Collage*, Cambridge, 5th-7th September.
- Raubitschek, R.S. (1988). "Multiple Scenario Analysis and Business Planning", *Advances in Strategic Management*, 5, pp. 181–205.
- Rosa, E.A. (1998). "Metatheoretical foundations for post-normal risk", *Journal of Risk Research*, 1, pp. 15–44.
- Rosa, E.A. (2003). "The logical structure of the social amplification of risk framework (SARF): Metatheoretical foundation and policy implications", in: N. Pidgeon, R.E. Kaspersen, and P. Slovic (eds.). *The social amplification of risk* (pp. 47–76). Cambridge: *Cambridge University Press*.
- Scholleová, H. (2008). "Basic Areas of Utilization of Real Options to Manage a Firm", *Acta Oeconomica Pragensia*, 16 (4), pp. 3–11.
- Scott, J.H. (1976). "A theory of optimal capital structure", *Bell Journal of Economics*, 7, pp. 33–54.
- Sharpe, W.F. (1964). "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *Journal of Finance*, 19, pp. 425–442.
- Teach, E. "Will real options take root? Why companies have been slow to adopt the valuation technique", *CFO Magazine*, 1 July 2003. Web: 10th Feb., 2014.
- Trigeorgis, L. (1996). "Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation", Massachusetts: *MIT Press*.

APPENDIX

The company has three main risks: the value of bank interest rate (the risk of increasing of bank interest rate, it is measured in per cents); the mean of total revenue over the time period (the risk of demand deviation, it is measured in money, thousands of Euros); and the value of spoilt production (the risk of increasing of quantity of spoilt production, it is measured in pieces).

The company aims to increase the mean of total revenue over the time period and to reduce the value of bank interest rate, the value of spoilt production.

1) The company assesses the risk values in dynamic to set the Basic Enterprise Risk Matrix (A matrix) as if there is no any process of risk management. Line one describes the changes of bank interest rate value, line two reports the mean of total revenue over the time period, line three presents the value of spoilt production. Columns refer to the time period one, two and three.

$$A = \begin{pmatrix} 0,09 & 0,1 & 0,11 \\ 50\,000 & 45\,000 & 47\,000 \\ 15\,000 & 15\,500 & 15\,700 \end{pmatrix}$$

The company works out two risk management decisions. Each decision has different effects on the values of corporate risks. The company sets Resulting Enterprise Risk Matrices (B, C matrices); they show the new values of risks according to risk management decision.

$$B = \begin{pmatrix} 0,09 & 0,1 & 0,105 \\ 50\,000 & 49\,000 & 51\,000 \\ 15\,000 & 15\,400 & 15\,200 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0,09 & 0,11 & 0,115 \\ 50\,000 & 52\,000 & 53\,000 \\ 15\,000 & 15\,300 & 15\,000 \end{pmatrix}$$

It can be seen that decision one reduces the value of bank interest rate more than decision two (at time period two and three is increased in comparison with the value of original matrix), Decision one increases the mean of total revenue less over the time period and reduces the value of spoilt production than decision two. It is necessary to compare Basic Enterprise Risk Matrix and Resulting Enterprise Risk Matrices of each variant of risk management decision.

2) Late, Risk Index Matrices are formed I 1, I 2 and Basic Unit Matrix (E matrix). The elements of B, C matrices are divided by the elements of A matrix to define Risk Index Matrices.

$$I1 = \begin{pmatrix} 0,09/0,09 & 0,1/0,1 & 0,105/0,11 \\ 50000/50\,000 & 49\,000/45\,000 & 51\,000/47\,000 \\ 15\,000/15\,000 & 15\,400/15\,500 & 15\,200/15\,700 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0,954545 \\ 1 & 1,088889 & 1,085106 \\ 1 & 0,993548 & 0,968153 \end{pmatrix}$$

$$I2 = \begin{pmatrix} 0,09/0,09 & 0,11/0,1 & 0,115/0,11 \\ 50\,000/50\,000 & 52\,000/45\,000 & 53\,000/47\,000 \\ 15\,000/15\,000 & 15\,300/15\,000 & 15\,000/15\,700 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1,1 & 1,045455 \\ 1 & 1,155556 & 1,12766 \\ 1 & 0,987097 & 0,955414 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

This mathematical operation assists to compare changes of risk values assessed in different units of measurement (money units of measurement, per cent, coefficients or pieces).

3) Next, it is needed to take into account the importance of each kind of risk and the time period on the basis of pair comparisons methods. Pair comparisons method of Louis Thurstone was used. On the basis of chosen pair comparisons method weighting coefficients of each kind of risk and each time period were defined. The weighting coefficient of the value of bank interest rate is 0,5, the mean of total revenue over the time period is 0,3 and the value of spoilt production is 0,2. The weighting coefficient of time period one is 0,1, time period two is 0.7 and time period three is 0,2. Then the weights coefficients of each kind of risk and time periods are multiplied and Matrix of Weighting Coefficients is obtained (W - matrix).

$$W = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,10 \\ 0,03 & 0,21 & 0,06 \\ 0,02 & 0,14 & 0,04 \end{pmatrix}$$

The matrix describes the importance of each kind of risk according to the time period. The sum of all the elements of weight coefficients matrix is equal to 1.

4) Later each element of Risk Index Matrices (I 1, I 2 matrices) and the Basic Unit Matrix (E matrix) is multiplied by the elements of Weight Coefficients Matrix. Thus, Weighted Base Unit Matrix (E °) and Weighted Risk Index Matrices (I 1 °, I 2 ° matrices) are set.

$$E^{\circ} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,10 \\ 0,03 & 0,21 & 0,06 \\ 0,02 & 0,14 & 0,04 \end{pmatrix}$$

$$I 1^{\circ} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,095455 \\ 0,03 & 0,228667 & 0,065106 \\ 0,02 & 0,139097 & 0,038726 \end{pmatrix}$$

$$I 2^{\circ} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,385 & 0,104545 \\ 0,03 & 0,242667 & 0,067660 \\ 0,02 & 0,138194 & 0,038217 \end{pmatrix}$$

5) Next, the Integral Sum of Differential Weighted Indexes of Risks (ISDWIR) between Weighted Base Unit Matrix (E °) and each Weighted Risk Index Matrix (I 1 °, I 2 ° matrices) is calculated in accordance with formula 4.

$$ISDWIR 1 = (0,05 - 0,05 + 0,35 - 0,35 + 0,095455 - 0,10) * (-1) + (0,03 - 0,03 + 0,228667 - 0,21 + 0,065106 - 0,06) * 1 + (0,02 - 0,02 + 0,139097 - 0,14 + 0,038726 - 0,04) * (-1) = 0,030496$$

$$ISDWIR 2 = (0,05 - 0,05 + 0,385 - 0,35 + 0,104545 - 0,10) * (-1) + (0,03 - 0,03 + 0,242667 - 0,21 + 0,06766 - 0,06) * 1 + (0,02 - 0,02 + 0,138194 - 0,14 + 0,038217 - 0,04) * (-1) = 0,004371$$

6) The values of the Integral Sums of Differential Weighted Indexes of Risks for each variant of risk management decision are compared. The company should choose decision one, because it has greater value of ISDWIR than decision two and it is 0,030496.



Are Multi-criteria Decision Making Techniques Useful for Solving Corporate Finance Problems? A Bibliometric Analysis

GUERRERO-BAENA, M. DOLORES

Área de Economía Financiera y Contabilidad

Universidad de Córdoba (España)

Correo electrónico: dolores.guerrero@uco.es

GÓMEZ-LIMÓN, JOSÉ A.

Área de Economía Financiera y Contabilidad

Universidad de Córdoba (España)

Correo electrónico: jglimon@uco.es

FRUET CARDOZO, J. VICENTE

Área de Economía Financiera y Contabilidad

Universidad de Córdoba (España)

Correo electrónico: jvfruet@uco.es

ABSTRACT

Corporate financial decision making processes (selection of investments and funding sources) are becoming increasingly complex because of the growing number of conflicting criteria that need to be considered. The main aim of this paper is to perform a bibliometric analysis of the international research on the application of multi-criteria decision making (MCDM) techniques to corporate finance issues during the period 1980-2012. A total of 347 publications from the Scopus database have been compiled, classified and analysed. The results obtained confirm: a) an increase in the importance of MCDM in corporate finance; b) the relevance of MCDM techniques in capital budgeting processes (fixed assets investment) and in the assessment of firms' economic and financial performance; c) the techniques based on the multiple attribute utility theory (MAUT) are the most popular in complex decision making situations as they are very simple to implement.

Keywords: corporate finance; multi-criteria decision making; MCDM; bibliometric analysis; review.

JEL classification: G30; C02.

MSC2010: 90B50; 90C29; 91B06.

¿Son adecuadas las técnicas de decisión multicriterio para resolver los problemas financieros corporativos? Un análisis bibliométrico

RESUMEN

Los procesos de decisión de selección de inversiones y de las fuentes de financiación de las empresas se caracterizan por una creciente complejidad, dada la confluencia del cada vez mayor número de criterios a considerar. El objetivo de este trabajo es realizar un análisis bibliométrico de la producción científica internacional que ha abordado la problemática asociada a las finanzas corporativas mediante la implementación del paradigma de Decisión Multicriterio (MCDM) durante el periodo 1980-2012. Un total de 347 publicaciones han sido recopiladas de la base de datos de Scopus, clasificadas y analizadas. De los resultados obtenidos cabe destacar lo siguiente: a) se ha producido un considerable incremento del uso de las técnicas multicriterio en finanzas corporativas; b) las técnicas MCDM se han empleado fundamentalmente en la selección de inversiones productivas, evidenciándose igualmente su utilidad para la evaluación de la situación económico-financiera de las empresas; c) las técnicas basadas en la teoría de la utilidad multiatributo (MAUT) han sido las más empleadas, dada su relativa sencillez operativa.

Palabras clave: finanzas corporativas; teoría de la decisión multicriterio; MCDM; análisis bibliométrico; revisión bibliográfica.

Clasificación JEL: G30; C02.

MSC2010: 90B50; 90C29; 91B06.



1. INTRODUCTION

Finance is a broad field that comprises three areas of study: financial institutions and markets, investments and financial management (Melicher and Norton, 2005). This paper focuses on the latter, which is the activity of the chief financial officers (CFOs) of firms.

Companies face two main types of financial problems: what investments should be made and how to pay for such investments (Brealey *et al.*, 2001), that is, investment and financing decisions. Both issues, together with the assessment of the economic and financial performance of the company, are the main responsibilities of CFOs. Decision making processes in relation to these issues are highly complex due to the need to consider multiple conflicting criteria (mainly goals and targets). This complexity has increased in recent years due to stronger market competitiveness and the need to take into account a growing number of criteria in decision making processes. Thus, besides the traditional objectives of maximising shareholder wealth and minimising business risks, other goals guide business decision making, such as: improving the public image of the company (corporate social responsibility); motivating and encouraging employees (work safety, continuous training and careers) or improving the relative position of the company in the market (market share gain and customer satisfaction and loyalty), among others. “*A firm cannot maximize value if it ignores the interests of its stakeholders*”, according to Jensen (2001), that is, the value maximisation objective cannot be achieved unless complemented by other objectives that unite participants in the organisation. In this context, traditional methods of assessment, valuation and selection of assets (real assets investment) and liabilities (selection of funding sources) are certainly limited, because they only consider the expected return and risk as decisional criteria. Therefore, practitioners are forced to adopt more sophisticated methods that make it possible to include more decision criteria and relax the optimisation assumption.

Simon (1957) argued that the optimisation assumption was not realistic because decision makers face many difficulties in decision making processes, such as incomplete information, limited resources or conflicting interests. Hence, decision makers prefer to find satisficing solutions (achieve 'targets'), rather than optimal solutions (maximise or minimise goals). The ideas of Simon (who was awarded the Nobel Prize in 1978), together with the research by Koopmans (1951), Kuhn and Tucker (1951) and Charnes *et al.* (1955) constitute the beginning of the multi-criteria decision making or, simply, MCDM theory, which was consolidated in the scientific community in the seventies.

In this sense, the MCDM paradigm has developed a range of techniques and methods to sort and choose the best alternative (or a small set of good alternatives) from the feasible set, taking into account multiple criteria (targets or goals), which are usually in conflict. In summary, as noted by Stewart (1992), multi-criteria tools help decision makers to find the most satisfactory alternative as a solution to their decision making, taking into consideration the requirements and limitations imposed by the process.

There are several classifications of multi-criteria techniques (Figueira *et al.*, 2005). In this paper, we have adopted the classification proposed by Pardalos *et al.* (1995), found in other works such as Jacquet-Lagrèze and Siskos (2001), which identifies four main categories: 1) multi-objective programming and goal programming, 2) techniques based on the multi-attribute utility theory (MAUT), 3) the outranking relations approach and 4) preference disaggregation methods.

MCDM techniques help decision makers to solve complex economic problems (Zavadskas and Turskis, 2011) and financial problems (Zopounidis, 1999; Steuer and Na, 2003; Figueira *et al.*, 2005).

Therefore, the MCDM paradigm represents a potentially useful option for solving corporate finance decision problems, because multi-criteria techniques can take into account multiple criteria in the decision making process.

The objective of this paper is to perform a bibliometric analysis of the international literature on the application of multi-criteria decision making techniques to corporate finance issues over the last three decades (1980-2012). Through this analysis, we will establish and differentiate the major trends in this area and we will ascertain how the discipline has evolved over time. This study is likely to be useful for those researchers and practitioners interested in exploring the field as we will detail the corporate financial problems that can be solved satisfactorily with MCDM techniques.

The scientific literature has provided many examples of literature reviews on the use of multi-criteria techniques in different fields of knowledge, such as environmental sciences (Huang *et al.*, 2011), forest science (Diaz-Balteiro and Romero, 2008) or economics (Zavadskas and Turskis, 2011). Moreover, we highlight several reviews of the application of multi-criteria techniques to issues in the generic field of finance (Steuer and Na, 2003; Spronk *et al.*, 2005; Hülle *et al.*, 2011). However, only the paper by Zopounidis (1999) focuses on the specific topic of corporate finance, making it a direct predecessor of this work. The relevance of our paper is nevertheless justified by the need to analyse trends (themes, techniques, etc.) that have emerged in the last decade.

After defining and justifying the aim of this research, we are confident that this paper will answer the following key questions: what kind of corporate finance issues can be satisfactorily solved using MCDM techniques? Also, which techniques are best suited for solving complex corporate finance problems? To this end and following this introduction, Section 2 is devoted to the process of drawing up the database that contains the literature considered for this paper. The third section focuses on study results. The paper ends with concluding remarks in Section 4.

2. MATERIAL AND METHOD

2.1 Method

In order to achieve the objective proposed in this paper, a bibliometric analysis was conducted, defined by Garfield (1977) as the procedure of quantifying available bibliographic information. This analysis is based on the study of some basic indicators, among which we highlight the ratios of production and dispersion. Bibliometric analysis allows the authors to explore the trends and structural patterns of a specific topic through the study of published papers in a particular field (White, 2004). The usefulness of this analysis has been verified in economics (Rubin and Chang, 2003), as well as in management (Charvet *et al.*, 2008). Additionally, papers that conducted bibliometric analyses in the field of finance have also been found (Chun-Hao and Jian-Min, 2012).

Furthermore, in order to measure the relationships between some of the variables studied, we conducted a basic statistical analysis by applying regression techniques and through association analysis (contingency tables). In the latter case, we first analysed the overall association between variables using the chi-square or Fisher's exact test. Then, 2×2 contingency tables were developed in order to examine whether there were significant differences between expected and observed frequencies in each pair of categories.

2.2 Material

The database required in order to conduct the proposed bibliometric analysis was built by collecting all the documents (papers, books and book chapters) indexed by Scopus related to the application of MCDM techniques to corporate finance issues.

Scopus and Web of Science are the two most extensively used scientific databases worldwide (Chadegani *et al.*, 2013). We have chosen Scopus because of its wider coverage: Scopus encompasses information on papers published in about 20,500 peer-reviewed journals and another 788 titles from book series (Scimago Journal and Country Rank, 2012), while the Web of Science contains articles published in about 11,500 peer-reviewed journals (Journal Citation Reports, 2012). Moreover, it is worth commenting that Scopus includes journals/papers with different levels of relevance and quality (Scimago Journal and Country Rank, 2012). In any case, all of them meet a wide range of strict scientific requirements (such as the peer review process for paper selection), guaranteeing that all the papers indexed in this database are of sufficient quality and relevance to be considered in the literature survey performed.

In this way 339 papers plus 8 books (or book chapters) were found. The procedure followed to build the database analysed in this work is justified by objective and pragmatic reasons. First, this selection procedure ensured the quality, scientific rigor and international scope of the papers to be analysed. Second, it was considered relevant due to the possibility of using a comprehensive and easily accessible database (Scopus) to find the papers that met the selection criteria discussed next.

2.3 Period analysed

The time period considered covers three decades, from 1980 to 2012. Although the pioneering works on MCDM techniques appeared in the literature in the seventies, they became more widely used in the eighties with empirical applications in real decisional contexts (Wallenius *et al.*, 2008). This is the reason behind the start date we have chosen for the analysed time period. Thus, it can be stated that the period of time under consideration encompasses practically all of the existing literature on the topic to date.

2.4 Search and classification procedure

The selection of materials (the documents) was performed in two stages. Firstly, we carried out a search in the Scopus database, including a comprehensive set of keywords related to both the field of corporate finance (capital budgeting, working capital, financial planning, financial performance evaluation, etc.) and the field of MCDM (multi-attribute utility theory, multi-objective programming, goal programming, preference disaggregation, etc.). The keywords were combined using the logical operators “OR”, indicating that at least one word from each field had to appear in the search output and “AND”, in order to obtain the intersection of the keywords of the two knowledge fields. In this first stage 1,417 papers were obtained. In the second stage, we read the Abstracts and eliminated those not related to the field of corporate finance and those papers that did not really use MCDM techniques. Thus, the sample was reduced to 339 papers and 8 books.

Once the scientific paper catalogue was established, a database was built in which each document was an entry. Then, each one was classified according to several variables: year of publication, type of document (paper, book or book chapter), journal title, subject area of the journal, number of authors, geographic area of the authors, specialisation of the departments where they work, type of paper (theoretical or empirical), application area within corporate finance and MCDM technique used. Once

the database was coded, a descriptive statistical analysis was carried out and we determined bibliometric indicators. Subsequently, some basic statistical tests were performed to analyse and discuss the results.

In order to clarify how the variables discussed above were coded, we show the codes used to describe the geographical area of the authors (see Table 1), the specific topic within the field of corporate finance (see Table 2) and the MCDM techniques employed (see Table 3).

TABLE 1
GEOGRAPHICAL AREA OF THE AUTHORS

Europe	1
USA & Canada	2
Rest of America	3
Australia & N. Zealand	4
Asia	5
Africa	6

Source: Own elaboration.

TABLE 2
TOPICS IN CORPORATE FINANCE

1. Capital budgeting	4. Other topics
<i>11. Project selection</i>	<i>41. Financial performance evaluation</i>
111. Fixed assets	<i>42. Financial management</i>
112. Intangibles	421. Financial planning
2. Capital structure	422. Financial risk management
21. Equity financing	<i>43. Accounting</i>
22. Debt financing	431. Financial accounting
3. Working capital	432. Management accounting
31. Inventory management/control	<i>44. Mergers and takeovers</i>
	<i>45. Bankruptcy prediction</i>
	<i>46. Credit risk assessment/credit rating</i>

Source: The classification of the topics in corporate finance comes from Brealey et al. (2001).

TABLE 3
CLASSIFICATION OF MCDM TECHNIQUES

1. Multiobjective and goal programming	3. Outranking relations approach
<i>11. Multi-objective programming</i>	<i>31. ELECTRE Methods</i>
<i>12. Goal programming</i>	<i>32. PROMETHEE Methods</i>
	<i>33. Others</i>
2. Multiattribute utility theory	4. Preference disaggregation approach
21. AHP	<i>41. UTA</i>
22. ANP	<i>42. UTADIS</i>
23. TOPSIS	<i>43. MHDIS and MINORA</i>
24. Classic MAUT	<i>44. Others</i>
25. Others	

Source: The classification of MCDM techniques comes from Pardalos et al. (1995).

3. RESULTS

This section starts by analysing the evolution of the literature on corporate finance combined with MCDM over the period 1980-2012. Subsequently, the results concerning the authorship of the papers are presented. Finally, we provide a detailed analysis by specific application area in corporate finance and MCDM method used.

3.1 Classification by year of publication

The evolution of research on the application of MCDM techniques to issues and problems in corporate finance displays a clear upward trend over the period 1980-2012. This trend is well illustrated by analysing the number of publications per decade: the eighties were characterised by a low number of papers and books on the subject, more specifically only 27 were published. A considerable increase is observed in the nineties, when 81 documents were published. Scientific production has really boomed since 2001, with a total of 239 papers being identified over this period (2001-2012), a figure that represents 68.8% of the total. This trend can be graphically observed in Figure 1. In fact, the increase in scientific production in this area seems to be polynomial or exponential rather than linear, as revealed by the statistical goodness-of-fit of several regression models estimated (see Table 4).

FIGURE 1
DISTRIBUTION OF PAPERS OVER TIME

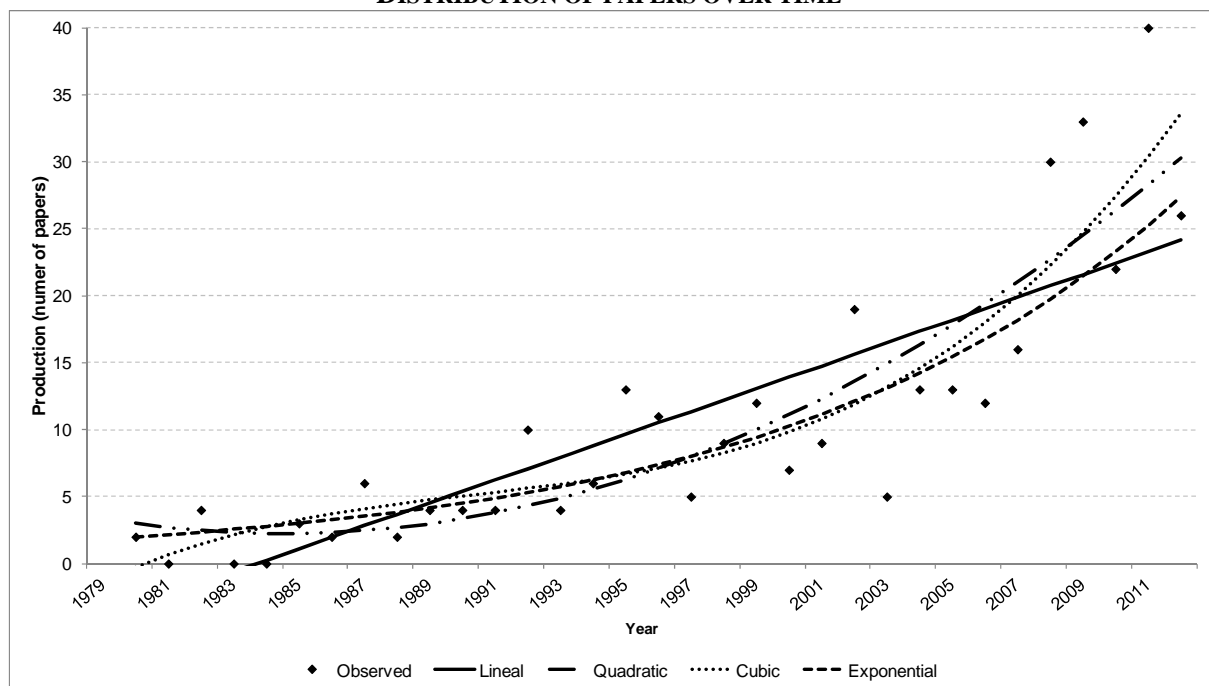


TABLE 4
MODEL SUMMARY AND PARAMETER ESTIMATION

Equation	Model summary					Parameter estimation			
	R ²	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.682	66.544	1	31	.000	-4.009	.853		
Quadratic	.777	52.182	2	30	.000	3.392	-.416	.037	
Cubic	.800	38.707	3	29	.000	-1.385	1.154	-.076	.002
Exponential	.773	95.442	1	28	.000	1.829	0.082		

Source: Own elaboration.

Overall, 347 publications (339 papers and 8 books or book chapters) have analysed the application of MCDM techniques to issues and problems in the field of corporate finance over the last three decades. In relative terms, this number is considered very small in comparison to the total number of corporate finance papers published in the same period in journals indexed by Scopus (approximately 79,303 articles), as our sample only accounts for 0.43% of the total. Therefore, MCDM is a minority approach in financial economics, but at the same time it is emerging as a set of new methods that is becoming increasingly common in this topic, in view of the scientific breakthroughs in recent years.

The 339 papers analysed were published in several journals falling into three subject areas (see Table 5): *Computer Science* (30.7%), *Engineering* (28.6%) and *Operational Research and Management Science* (19.8%). There is a minor presence of papers published in *Business and Economics* journals as they represent only 13.9% of the total. In this regard, five journals figure prominently, publishing a third of all the papers: *Expert Systems with Applications*, the *European Journal of Operational Research*, the *International Journal of Production Economics*, the *International Journal of Production Research* and the *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. The above data leads us to the conclusion that the implementation of multi-criteria techniques in the field of corporate finance has begun to spread in journals focused on quantitative and computational methods. These publications deal with financial topics sporadically and therefore are scarcely read by CFOs. As a result, most financial experts do not realise the real potential of multi-criteria techniques for solving corporate financial problems.

One significant aspect that is worth highlighting is the change in the relative importance of the different subject areas of journals during the three decades analysed (Table 5). Indeed, Fisher's exact test reveals a strong association between the variables subject area of the journal and period (p-value=0.015). Focusing the analysis on each of the cells through the corresponding 2×2 contingency tables (see significance in each cell of the table), we emphasise the decrease in the relative importance of papers published in the subject area of *Operational Research and Management Science* (from 37.0% of the total in the eighties to 18.9% in the first decade of the current century). In contrast, it is worth noting the considerable rise recorded by *Computer Science* journals, from 14.8% in the first period to 40.6% in the 2000s. Statistically significant differences have been found in both subject areas.

TABLE 5
CONTINGENCY TABLE OF SUBJECT AREA OF THE JOURNAL BY PERIOD

Subject area of the journal	Period							
	1980-1990		1991-2000		2001-2012		Total	
	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.
Computer Science	4	14.8%	19	27.9%	81**	40.6%	104	30.7%
Engineering	5	18.5%	23	41.9%	69	18.9%	97	28.6%
O.R. and Management Science	10**	37.0%	19	25.6%	38***	18.9%	67	19.8%
Business and Economics	7*	25.9%	11	2.3%	29	5.7%	47	13.9%
Other Subject Areas	1	3.7%	4	2.3%	19	16.0%	24	7.1%
Total	27	100.0%	76	100.0%	236	100.0%	339	100.0%

Fisher's exact test=20.613; p-value (sign. Monte Carlo)= 0.015

Analysis of contingency tables 2×2: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: The classification of the subject areas of the journals comes from Scopus database.

3.2 Authorship

The set of publications analysed is characterised by the high proportion of co-authorship (see Figure 2) as two or more authors were involved in more than 83% of cases, with documents being signed by two people the most common (43.2%). Papers written by one author alone account for 16.7% of the total.

In the vast majority of co-authored studies, more specifically in 85.8% (see Figure 3), the type of collaboration has been national, as researchers from institutions, research centres or universities within the same country have worked together. In only 14.2% of cases have authors from centres in different countries cooperated (international collaboration).

FIGURE 2
NUMBER OF AUTHORS

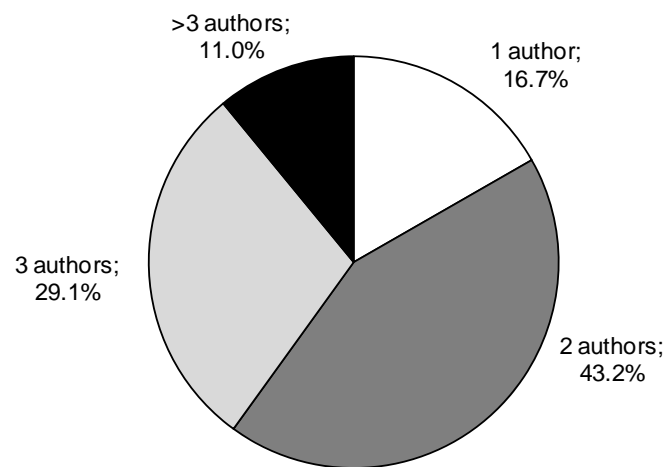
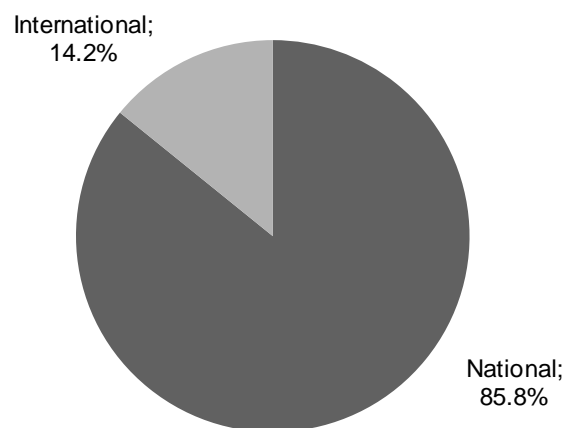
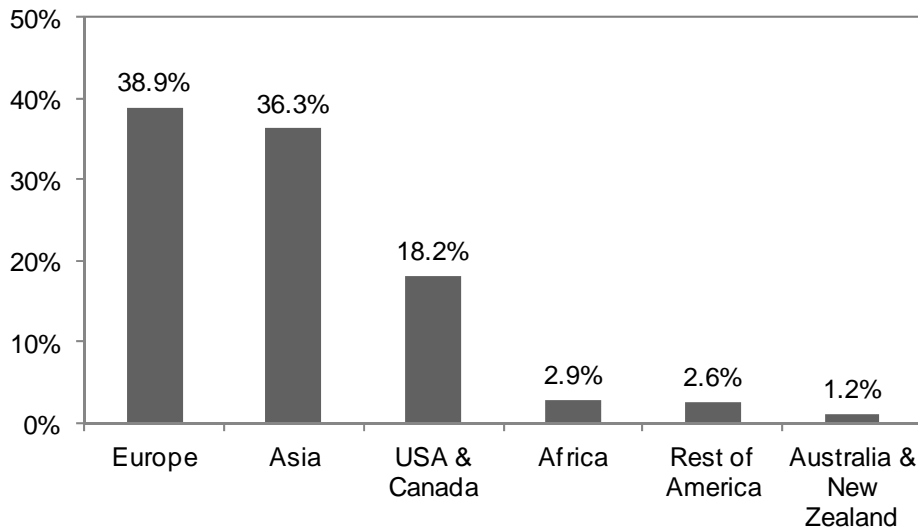


FIGURE 3
TYPE OF COLLABORATION



In regard to the affiliation or geographical area of the first authors (see Figure 4), 38.9% of the papers were written by Europeans, mostly from Greece and Turkey, while an Asian presence was also significant (36.3%). Only 18.2% of the papers are signed, first, by American authors, thus underlining the marked imbalance between Europe and Asia compared to North America in the financial literature that has used MCDM techniques, given that traditionally the United States has been the main focus of knowledge generation in financial economics.

FIGURE 4
GEOGRAPHICAL AREA OF THE FIRST AUTHORS



The contingency table that analyses the relationship between the variables origin of the first author and period (see Table 6) shows the increase in the relative importance of some regions such as Europe and Asia: 18.5% and 11.1% in the eighties to 42.7% in both cases in the last decade of the sample. By contrast, the case of North America is peculiar: in the first period, a high percentage of works were published, namely 70.4% of the total, while in the nineties the figure dropped to 32.1% and then to 7.5% in the 2000s. This fact indicates that the MCDM paradigm first began to be applied to corporate finance in North America, but that the main development has occurred later in Europe and Asia.

TABLE 6
CONTINGENCY TABLE OF GEOGRAPHICAL AREA OF THE FIRST AUTHOR AND PERIOD

Geographical area	Period						Total	
	1980-1990		1991-2000		2001-2012		Frequency	
	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.
Europe	5**	18.5%	28	34.6%	102**	42.7%	135	38.9%
USA & Canada	19***	70.4%	26***	32.1%	18***	7.5%	63	18.2%
Rest of America	0	0.0%	1	1.2%	8	3.3%	9	2.6%
Australia & N. Zealand	0	0.0%	3	3.7%	1	0.4%	4	1.2%
Asia	3***	11.1%	21**	25.9%	102***	42.7%	126	36.3%
Africa	0	0.0%	2	2.5%	8	3.3%	10	2.9%
Total	27	100.0%	81	100.0%	239	100.0%	347	100.0%

Fisher's exact test=70.713; p-value (sign. Monte Carlo)=0.000.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

We also analysed the type of authors depending on whether they were researchers (working at universities or research institutions) or professionals (if they work in business), concluding that the latter have only been involved in 10.1% of the papers. In over 89.9% of cases, the authors have been scholars, mainly belonging to Engineering (48.9% of the total), Business and Economics (22.2%) and

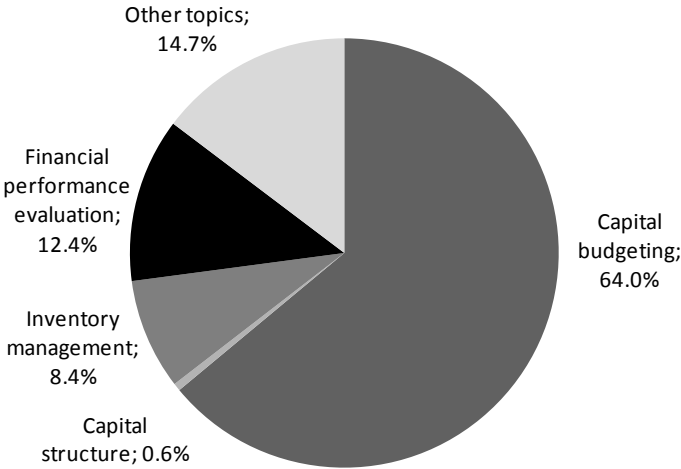
Management (13.8%) departments. There has only been collaboration between university departments with different orientations in 22.6% of cases. In this regard, we note the fact that while two out of every ten papers have been written by authors belonging to Business and Economics departments, the proportion of papers published in journals that address this subject area is smaller.

3.3 Corporate finance topics

A high percentage of the literature surveyed (80.6%) has been theoretical-empirical, that is, papers that have contributed with novel theories of MCDM techniques to issues in corporate finance and have also applied these advances empirically to real cases. Papers that have only presented theoretical developments account for just 2.1%, while those that were empirical represent 17.3% of the total. In most scientific documents with empirical applications (69.7%), the case study dealt with one company, mainly from the manufacturing (54.5%) or services (17.6%) sectors. These figures suggest that MCDM techniques can be applied in the field of corporate finance and are suitable for implementation by CFOs as support tools for decision making in the real world.

Regarding the specific topics addressed in the studied literature (Figure 5), 64.0% of the total is focused on capital budgeting, mainly on fixed assets valuation. A further 12.4% of the publications are aimed at assessing the financial performance of companies with multicriteria techniques, and 8.4% the management of inventory. Bankruptcy prediction and credit risk assessment are the two most significant topics classified as “others”.

**FIGURE 5
CLASSIFICATION BY CORPORATE FINANCE TOPIC**



The reason for greater attention being paid to capital budgeting lies in the increased complexity of decision making processes relating to project selection, given the multitude of factors and criteria that affect the evaluation and selection of satisfactory alternatives. This complexity contrasts with the relatively simpler decision making scenario of selecting funding sources, where the cost of capital is, in practice, the only relevant criterion for decision making.

Turning now to analyse the contingency table of specific corporate finance topic and period (see Table 7), the most important observation is that the result of Fisher’s exact test strongly supports the likelihood of such a relationship between the two variables. Furthermore, some important aspects should be highlighted: i) evaluation and prioritisation of fixed assets employing MCDM techniques has been the dominant topic over the three periods analysed, although in the eighties it was not as

relevant (29.6% of the total published papers) as in the subsequent decades, when this topic accounted for half; ii) intangibles valuation concern has increased notably over time, to the point where 20.9% of the total documents addressed this topic in the 2000s; iii) interest in inventory management, as well as in financial performance evaluation, has also grown, although to a lesser extent (from 3.7% and 0.0% in the eighties to 9.2% and 12.6% respectively in the first decade of this century); iv) by contrast, it is observed that the attention on financial planning topic has declined since the eighties; v) and finally, although bankruptcy prediction and credit risk assessment present a slight growth over time in absolute terms, it is worth commenting that in relative terms a decrease is observed.

TABLE 7
CONTINGENCY TABLE OF SPECIFIC TOPIC AND PERIOD

Corporate Finance Topic		Period							
		1980-1990		1991-2000		2001-2012		Total	
		Frequency		Frequency		Frequency		Frequency	
		Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.
Capital budgeting	Fixed assets	8*	29.6%	42	51.9%	112	46.9%	162	46.7%
	Intangibles	4	14.8%	6***	7.4%	50***	20.9%	60	17.3%
Capital structure	Equity financing	1	3.7%	0	0.0%	1	0.4%	2	0.6%
	Debt financing	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
Working capital	Inventory management	1	3.7%	6	7.4%	22	9.2%	29	8.4%
	Financial perform. evaluat.	0**	0.0%	13	16.0%	30	12.6%	43	12.4%
	Financial planning	8***	29.6%	2	2.5%	1***	0.4%	11	3.2%
	Financial risk management	0	0.0%	0	0.0%	2	0.8%	2	0.6%
Other topics	Financial accounting	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Management accounting	0	0.0%	1	1.2%	2	0.8%	3	0.9%
	Mergers and takeovers	0	0.0%	2	2.5%	4	1.7%	6	1.7%
	Bankruptcy prediction	2	7.4%	6	7.4%	8*	3.3%	16	4.6%
	Credit risk assessment	3	11.1%	3	3.7%	7*	2.9%	13	3.7%
Total		27	100.0%	81	100.0%	239	100.0%	347	100.0%

Fisher's exact test=58.129; p-value (sign. Monte Carlo)=0.000.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

Focusing on the most prolific period, 2001-2012, in all geographic regions, the authors have mainly studied the dominant topic: investment in tangible assets (it accounts for about half of all papers in each region) and, to a lesser degree, intangibles valuation (see Table 8). The exception is Asia, where the second most common topic was inventory management (15.7%). In Europe, authors have also shown a special interest in another topic, namely the assessment of the financial performance of companies, with 17.6% of the works published focusing on this issue.

TABLE 8
CONTINGENCY TABLE OF TOPIC AND GEOGRAPHICAL AREA OF THE 1ST AUTHOR IN THE PERIOD 2001-2012

Corporate Finance Topic		Geographical area									
		Europe		USA & Canada		Asia		Rest of areas		Total	
		Frequency		Frequency		Frequency		Frequency		Frequency	
		Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.
Capital budgeting	Fixed assets	46	45.1%	9	50.0%	50	49.0%	7	41.2%	112	46.9%
	Intangibles	25	24.5%	6	33.3%	14**	13.7%	5	29.4%	50	20.9%
Capital structure	Equity financing	0	0.0%	0	0.0%	1	1.0%	0	0.0%	1	0.4%
	Debt financing	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
Working capital	Inventory management	3***	2.9%	2	11.1%	16***	15.7%	1	5.9%	22	9.2%
	Financial perform. evaluat.	18**	17.6%	0	0.0%	10	9.8%	2	11.8%	30	12.6%
	Financial planning	1	1.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	1	0.4%
	Financial risk mgmt.	0	0.0%	1	5.6%	1	1.0%	0	0.0%	2	0.8%
Other topics	Financial accounting	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Management accounting	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	2	11.8%	2	0.8%
	Mergers and takeovers	2	2.0%	0	0.0%	2	2.0%	0	0.0%	4	1.7%
	Bankruptcy prediction	2	2.0%	0	0.0%	6*	5.9%	0	0.0%	8	3.3%
	Credit risk assessment	5	4.9%	0	0.0%	2	2.0%	0	0.0%	7	2.9%
Total		102	100.0%	18	100.0%	102	100.0%	17	100.0%	239	100.0%

Fisher's exact test= 84.236; p-value (sign. Monte Carlo) =0.010.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

3.4 Classification by methodology used

Most of the papers, 82.1%, have used a single MCDM technique, while in only 17.9% of cases has the synthesis of two or more techniques in order to combine their strengths and overcome each other's weaknesses been documented. Table 9 shows the multi-criteria tools employed by the authors in the studied documents over the three periods. The result of Fisher's exact test strongly supports the likelihood of such a relationship between the variables MCDM technique and period. The analysis of 2x2 contingency tables highlights the association of each period with goal programming; the first and the third periods with AHP and the second and the third periods with ANP and TOPSIS.

Techniques based on the multi-attribute utility theory have been used in 62.8% of papers, followed, in order of importance, by multi-objective and goal programming, but with a much lower incidence, 19%. In terms of the least used methodology, preference disaggregation was used in only 6.6% of the papers.

Among the entire set of MAUT techniques, it is worth emphasising the use of the analytic hierarchy process (AHP), as it has appeared in 63.8% of the documents that employed MAUT tools. With regard to multi-objective and goal programming, the dominant technique has been goal programming (as used in 72.7% of the documents that focused on these techniques). PROMETHEE (57.5%) is the most common tool among authors working in the field of corporate finance with an outranking relations approach, while in the case of preference disaggregation the uses of UTA (26.1%) and UTADIS (30.4%) are quite similar. The reason AHP is the most popular technique (as noticed in 139 documents out of the total of 347) is due to its simplicity, ease of use, and great flexibility (Ho, 2008).

TABLE 9
CONTINGENCY TABLE OF MCDM TECHNIQUE USED AND PERIOD

MCDM technique	Period								
	1980-1990		1991-2000		2001-2012		Total		
	Frequency		Frequency		Frequency		Frequency		
	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Relat.
<i>MOP and GP</i>	16	59.3%	19	23.5%	31	13.0%	66	100.0%	19.0%
Multi-objective progr.	1		3		14		18	27.3%	
Goal programming	15***		16*		17**		48	72.7%	
<i>MAUT</i>	7	25.9%	40	49.4%	171	71.5%	218	100.0%	62.8%
AHP	6*		31		102***		139	63.8%	
ANP	0		1***		23***		24	11.0%	
TOPSIS	0		2**		26***		28	12.8%	
Classic MAUT	1		4		9		14	6.4%	
Others	0		2		11		13	6.0%	
<i>Outranking relations approach</i>	3	11.1%	10	12.3%	27	11.3%	40	100.0%	11.5%
ELECTRE	0		4		9		13	32.5%	
PROMETHEE	2		5		16		23	57.5%	
Others	1		1		2		4	10.0%	
<i>Preference disaggregation approach</i>	1	3.7%	12	14.8%	10	4.2%	23	100.0%	6.6%
UTA	1		4**		1**		6	26.1%	
UTADIS	0		4*		3		7	30.4%	
MHDIS and MINORA	0		3		1		4	17.4%	
Others	0		1		5		6	26.1%	
Total	27	100.0%	81	100.0%	239	100.0%	347	100.0%	

Note: MOP and GP=Multi-objective programming and goal programming.

Fisher's exact test= 116.740; p-value (sign. Monte Carlo) =0.000.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

When crossing the corporate finance topic and the methodology used in the last period (Table 10), statistical significant differences appear. Indeed, Fisher's exact test reveals a strong relationship between the two variables (p-value=0.000). One of the most striking aspects of the results presented in this table is the fact that MAUT techniques have been used primarily in decision making processes regarding investments in tangible and intangible fixed assets (52.0% and 24.6% of cases, respectively), supported by a statistically significant difference with respect to the rest of the topics/methods. Moreover, the minimal use of MAUT is quite remarkable in other topics, such as bankruptcy prediction or credit risk assessment, where significant differences can also be observed.

Although multi-objective and goal programming have been extensively used to analyse fixed assets valuation, its relative importance (29.0%) is lower than expected due to the widespread application of this methodology to inventory management issues (35.5%), where we can observe statistically significant differences. Outranking has focused mainly on issues related to fixed assets prioritisation (44.4%), but also on financial performance evaluation (22.2%) and bankruptcy prediction (22.2%). Paired statistical comparisons with Fisher's exact test showed significant differences in the latter.

Unlike the other techniques, the preference disaggregation approach has focused mainly on financial performance evaluation (30.0%) and on credit risk assessment (30.0%), where a significant difference is also seen as determined by its p-value.

An important finding from these results is that, while MAUT, multi-objective and goal programming, and the outranking relations approach focus mainly on capital budgeting decision-making processes (both fixed assets and intangibles), preference disaggregation centres its attention on other corporate finance topics less addressed by other multi-criteria tools.

TABLE 10
CONTINGENCY TABLE OF TOPIC AND TECHNIQUE USED IN THE PERIOD 2001-2012

Corporate Finance Topic		MCDM technique								Total	
		MOP and GP		MAUT		Outranking relations approach		Preference disaggregation approach			
		Frequency Abs.	Frequency Relat.	Frequency Abs.	Frequency Relat.	Frequency Abs.	Frequency Relat.	Frequency Abs.	Frequency Relat.		
Capital budgeting	Fixed assets	9**	29.0%	89**	52.0%	12	44.4%	2	20.0%	112	46.9%
	Intangibles	7	22.6%	42**	24.6%	1**	3.7%	0	0.0%	50	20.9%
Capital structure	Equity financing	1	3.2%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	1	0.4%
	Debt financing	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
Working capital	Inventory management	11***	35.5%	11**	6.4%	0	0.0%	0	0.0%	22	9.2%
	Financial perform. evaluat.	1	3.2%	20	11.7%	6	22.2%	3	30.0%	30	12.6%
Other topics	Financial planning	1	3.2%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	1	0.4%
	Financial risk mgmt.	0	0.0%	2	1.2%	0	0.0%	0	0.0%	2	0.8%
	Financial accounting	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Management accounting	0	0.0%	2	1.2%	0	0.0%	0	0.0%	2	0.8%
	Mergers and takeovers	1	3.2%	2	1.2%	0	0.0%	1	10.0%	4	1.7%
	Bankruptcy prediction	0	0.0%	1***	0.6%	6***	22.2%	1	10.0%	8	3.3%
	Credit risk assessment	0	0.0%	2*	1.2%	2	7.4%	3***	30.0%	7	2.9%
Total		31	100.0%	171	100.0%	27	100.0%	10	100.0%	239	100.0%

Fisher's exact test=92.831; p-value (sign. Monte Carlo)=0.000.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

Table 11 shows the contingency table of the geographical area of the first author and multi-criteria techniques used in the last period (2001-2012). The most striking thing is that there is no association between the two variables, although some significant statistical differences are observed in 2x2 contingency tables.

In relation to possible differences in the use of different techniques according to the geographic region of the first author, 45.0% of the papers that have used MAUT techniques were written by Asian authors whereas the contribution of Europe has been significantly lower than expected (38.0%). Similarly, Asia (51.6%) and Europe (35.5%) are the main regions for studying multi-objective or goal programming. The outranking relations approach has been mainly applied in Europe (66.7%), while it is worth commenting that practically only Europeans have applied the preference disaggregation approach to corporate finance problems (80.0% with a p-value<0.05).

TABLE 11
CONTINGENCY TABLE OF GEOGRAPHICAL AREA OF THE 1ST AUTHOR AND MCDM TECHNIQUE IN 2001-2012

Geographical area	MCDM technique									
	MOP and GP		MAUT		Outranking relations approach		Preference disaggregation approach		Total	
	Frequency		Frequency		Frequency		Frequency		Frequency	
	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.	Abs.	Relat.
Europe	11	35.5%	65**	38.0%	18***	66.7%	8**	80.0%	102	42.7%
USA & Canada	2	6.5%	15	8.8%	1	3.7%	0	0.0%	18	7.5%
Rest of America	1	3.2%	7	4.1%	0	0.0%	0	0.0%	8	3.3%
Australia & N. Zealand	0	0.0%	1	0.6%	0	0.0%	0	0.0%	1	0.4%
Asia	16	51.6%	77	45.0%	7*	25.9%	2	20.0%	102	42.7%
Africa	1	3.2%	6	3.5%	1	3.7%	0	0.0%	8	3.3%
Total	31	100.0%	171	100.0%	27	100.0%	10	100.0%	239	100.0%

Note: MOP and GP=Multi-objective programming and goal programming.

Fisher's exact test=15.616; p-value (sign. Monte Carlo)= 0.362.

Analysis of 2x2 contingency tables: *** p<0.01; ** p<0.05; * p<0.1.

Source: Own elaboration.

To finalise this section Table 12 is shown, which provides the most recent studies dealing with the use of multi-criteria techniques in corporate finance topics. This set of citations is intended to assist new researchers and practitioners interested in the field.

TABLE 12
SELECTED MORE RECENT PUBLICATIONS FOCUSED ON MCDM APPLIED TO CORPORATE FINANCE

Topic	MCDM technique	Multi-objective programming and goal programming	MAUT	Outranking relations approach	Preference disaggregation approach
Capital budgeting	Fixed assets	San Cristóbal (2011)	Partovi (2006)	García Cebrián and Muñoz Porcar (2009)	Chu and Lai (2005)
	Intangibles	Bhattacharyya <i>et al.</i> (2011)	Cebeci (2009)	Tolga (2012)	
Capital structure	Equity financing	Agarwal <i>et al.</i> (2012)			
Working capital	Inventory management	Wee <i>et al.</i> (2009)	Hadi-Vencheh and Mohamadghasemi (2011)		
Other topics	Financial performance evaluation	Garcia <i>et al.</i> (2010)	Ertugrul and Karakasoglu (2009)	Kalogeras <i>et al.</i> (2005)	Dimitras <i>et al.</i> (2002)
	Financial planning	Martin <i>et al.</i> (2011)			
	Financial risk mgmt.		Peng <i>et al.</i> (2011)		
	Management accounting		Frezatti <i>et al.</i> (2011)		
	Mergers and takeovers	Yücenur and Demirel (2012)	Shyr and Kuo (2008)		Zopounidis and Doumpos (2002)
	Bankruptcy prediction		Park and Han (2002)	Li and Sun (2009)	Pasiouras <i>et al.</i> (2009)
	Credit risk assessment		Fan (2012)	Doumpos and Zopounidis (2011)	Doumpos and Pasiouras (2005)

4. CONCLUDING REMARKS

Corporate investment and financing decisions have traditionally been addressed by classical financial theory taking into account a very limited number of criteria (return, cost and risk), considered in an optimisation context. Traditional tools do not allow for the fact that, in most cases, financial managers are faced with very complex decision making processes, characterised by uncertainty (not only financial risk), the influence of different factors (economic, social, environmental) and the existence of an increasing number of conflicting criteria to be taken into consideration. Therefore, these decision makers require sophisticated analytical tools to meet the new demands of decision making processes.

The MCDM paradigm, built on the basis of the ideas of Simon (1957), has developed a set of techniques and tools for evaluating and selecting appropriate and satisfactory alternatives for implementation in complex and dynamic decision making scenarios. In this sense, the main contribution of this paper is the bibliometric analysis of scientific literature that has addressed corporate finance problems and issues through the application of MCDM techniques over the last three decades. The most relevant conclusions are outlined below:

- Although the application of multi-criteria methodologies to corporate finance issues is still a minority line of research, *they are emerging tools in the international scientific literature* and their use will foreseeably become widespread among practitioners. Several reasons justify this assertion. First, the large increase in the number of publications addressing this topic over the period, mainly in the last decade. Second, this trend is expected to continue, in view of the growing complexity of financial decision making processes, which require the incorporation of more suitable appraisal techniques.
- The fact that *the scientific literature considered is located mainly in journals belonging to subject areas not related to finance is a major drawback* in the sense that papers have no visibility for financial researchers or practitioners. Therefore, they face difficulties in learning about new advances and developments in the integration of MCDM techniques in solving problems in their everyday activities.
- The applied nature of multi-criteria techniques in the field of corporate finance, in view of the high percentage of papers that are theoretical-empirical, evidences the *great potential of these techniques as tools to solve real financial problems in companies*.
- The significant *interest shown in using MCDM techniques to appraise investment in productive noncurrent assets is mainly due to the great complexity of that decision making process*, in view of the multiple criteria to be considered in the evaluation of alternatives and in the subsequent decision.
- AHP is the most commonly used technique in solving the problems associated with corporate finance, due to its simplicity, ease of use, and great flexibility.

In short, multi-criteria techniques form a methodological package with great potential for solving corporate finance problems, as they fit properly and more realistically to company investment and financing decision making processes. However, there is still much progress to be made both by researchers and practitioners on the implementation of this methodology in companies before it becomes a reality.

Finally, it is worth mentioning that this paper provides a platform for conducting future theoretical and empirical research within this field, in order to fill the existing knowledge gaps. In this

regard, the application and possible extensions of MAUT techniques (namely AHP and ANP) to specific corporate financial problems, such as capital budgeting issues, could be an interesting line for future research. This could be particularly relevant in terms of analysing, for example, investment alternatives with relatively important non-monetary and intangible impacts (i.e., those that aim to improve the firm's reputation –such as environmental management systems–, or employee knowhow and qualifications –training programs–). In these cases, as classical techniques (NPV or IRR) do not seem capable of dealing with intangible criteria, these multi-criteria tools could be extremely useful for supporting capital budgeting decision-making.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to express their gratitude to the anonymous reviewers for their comments which have contributed to a much improved manuscript. The first author has been supported by a PhD fellowship (Ref. 323001) from the Andalusian Department of Economy, Innovation and Science.

REFERENCES

- Agarwal Y, Iyer KC, Yadav SS (2012) Multiobjective capital structure modeling: An empirical investigation of goal programming model using accounting proxies. *Journal of Accounting, Auditing and Finance* 27: 359–385.
- Bhattacharyya R, Kumar P, Kar S (2011) Fuzzy R&D portfolio selection of interdependent projects. *Computers and Mathematics with Applications* 62: 3857–3870.
- Brealey RA, Myers SC, Marcus AJ (2001) *Fundamentals of Corporate Finance*. McGraw-Hill: Boston.
- Cebeci U (2009) Fuzzy AHP-based decision support system for selecting ERP systems in textile industry by using balanced scorecard. *Expert Systems with Applications* 36: 8900–8909.
- Chadegani AA, Salehi H, Yunus MM, Farhadi H, Fooladi M, Farhadi M, Ebrahim N (2013) A comparison between two main academic literature collections: Web of Science and Scopus databases. *Asian Social Science* 9: 18-26.
- Charnes A, Cooper WW, Ferguson RO (1955) Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science* 1: 138–151.
- Charvet FF, Cooper MC, Gardner JT (2008) The intellectual structure of supply chain management: A bibliometric approach. *Journal of Business Logistics* 29: 47–73.
- Chu TC, Lai MT (2005) Selecting distribution centre location using an improved fuzzy MCDM approach. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 26: 293–299.
- Chun-Hao C, Jian-Min Y (2012) A bibliometric study of financial risk literature: a historic approach. *Applied Economics* 44: 2827–2839.
- Diaz-Balteiro L, Romero C (2008) Making forestry decisions with multiple criteria: A review and an assessment. *Forest Ecology and Management* 255: 3222–3241.
- Dimitras AI, Petropoulos T, Constantinidou I (2002) Multi-criteria evaluation of loan applications in shipping. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11: 237–246.
- Doumpos M, Pasiouras F (2005) Developing and testing models for replicating credit ratings: A multicriteria approach. *Computational Economics* 25: 327–341.
- Doumpos M, Zopounidis C (2011) A multicriteria outranking modeling approach for credit rating. *Decision Sciences* 42: 721–742.

- Ertugrul I, Karakasoglu N (2009) Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods. *Expert Systems with Applications* 36: 702–715.
- Fan K (2012) Credit risk comprehensive evaluation method for online trading company. *Advances in Information Sciences and Service Sciences* 4: 102–110.
- Figueira J, Greco S, Ehrgott M (2005) *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer: Boston.
- Frezatti F, Aguiar AB, Guerreiro R, Gouvea MA (2011) Does management accounting play role in planning process? *Journal of Business Research* 64: 242–249.
- García F, Guijarro F, Moya I (2010) A goal programming approach to estimating performance weights for ranking firms. *Computers & Operations Research* 37: 1597–1609.
- García Cebrián LI, Muñoz Porcar A (2009) Localización empresarial en Aragón: una aplicación empírica de la ayuda a la decisión multicriterio tipo ELECTRE I y III. Robustez de los resultados obtenidos. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* 7: 31–56.
- Garfield E (1977) *Essays of an Information Scientist*. ISI Press: Philadelphia.
- Hadi-Vencheh A, Mohamadghasemi A (2011) A fuzzy AHP-DEA approach for multiple criteria ABC inventory classification. *Expert Systems with Applications* 38: 3346–3352.
- Ho W (2008) Integrated analytic hierarchy process and its applications. A literature review. *European Journal of Operational Research* 186: 211–228.
- Huang IB, Keisler J, Linkov I (2011) Multi-criteria decision analysis in environmental sciences: Ten years of applications and trends. *Science of the Total Environment* 409: 3578–3594.
- Hülle J, Kaspar R, Möller K (2011) Multiple criteria decision-making in management accounting and control-state of the art and research perspectives based on a bibliometric study. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 18: 253–265.
- Jacquet-Lagrèze E, Siskos Y (2001) Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience. *European Journal of Operational Research* 130: 233–245.
- Jensen MC (2001) Value maximization, stakeholder theory, and the corporate objective function. *European Financial Management* 7: 297–317.
- Journal Citation Reports (2012) *ISI Web of Knowledge*. Available at: <http://admin-apps.webofknowledge.com/JCR/JCR?PointOfEntry=Home&SID=S1jDZhnXMuVqb37MhWP>.
- Kalogeras N, Baourakis G, Zopounidis C, van Dijk G (2005) Evaluating the financial performance of agri-food firms: a multicriteria decision-aid approach. *Journal of Food Engineering* 70: 365–371.
- Koopmans TC (1951) Analysis of production as an efficient combination of activities. In *Activity Analysis of Production and Allocation*, Koopmans TC (ed.). Wiley: New York; 33–97.
- Kuhn HW, Tucker AW (1951) Nonlinear Programming. In *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistical and Probability*, Neyman J (ed.). University of California Press: Berkeley; 481–491.
- Li H, Sun J (2009) Hybridizing principles of the Electre method with case-based reasoning for data mining: Electre-CBR-I and Electre-CBR-II. *European Journal of Operational Research* 197: 214–224.
- Martin MA, Cuadrado ML, Romero C (2011) Computing efficient financial strategies: An extended compromise programming approach. *Applied Mathematics and Computation* 217: 7831–7837.
- Melicher RW, Norton EA (2005) *Finance: Introduction to Institutions, Investments, and Management*. Wiley: New York.

- Pardalos PM, Siskos Y, Zopounidis C (1995) *Advances in Multicriteria Analysis*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
- Park CS, Han I (2002) A case-based reasoning with the feature weights derived by analytic hierarchy process for bankruptcy prediction. *Expert Systems with Applications* 23: 255–264.
- Partovi FY (2006) An analytic model for locating facilities strategically. *Omega* 34: 41–55.
- Pasiouras F, Tzanetoulakos A, Zopounidis C (2009) Predicting business failure: An application of multicriteria decision aid techniques in the case of small UK manufacturing firms. *International Journal of Risk Assessment and Management* 11: 1–19.
- Peng Y, Wang GX, Kou G, Shi Y (2011) An empirical study of classification algorithm evaluation for financial risk prediction. *Applied Soft Computing* 11: 2906–2915.
- Rubin RM, Chang CF (2003) A bibliometric analysis of health economics articles in the economics literature: 1991–2000. *Health Economics* 12: 403–414.
- Scimago Journal and Country Rank (2012) <http://www.scimagojr.com/journalrank.php>.
- San Cristóbal JR (2011) Multi-criteria decision-making in the selection of a renewable energy project in Spain: The Vikor method. *Renewable Energy* 36: 498–502.
- Shyr OF, Kuo Y-P (2008) Applying TOPSIS and cooperative game theory in airline merging and coalition decisions. *Journal of Marine Science and Technology* 16: 8–18.
- Simon HA (1957) *Models of Man; Social and Rational*. Wiley: Oxford.
- Spronk J, Steuer R, Zopounidis C (2005) Multicriteria decision aid/analysis in finance. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Figueira J, Greco S, Ehrgott M (eds.). Springer: Boston; 799–848.
- Steuer RE, Na P (2003) Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study. *European Journal of Operational Research* 150: 496–515.
- Stewart TJ (1992) A critical survey on the status of multiple criteria decision-making theory and practice. *Omega* 20: 569–586.
- Tolga AÇ (2012) A real options approach for software development projects using fuzzy electre. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing* 18: 541–560.
- Wallenius J, Dyer JS, Fishburn PC, Steuer RE, Zionts S, Deb K (2008) Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead. *Management Science* 54: 1336–1349.
- Wee HM, Lo CC, Hsu PH (2009) A multi-objective joint replenishment inventory model of deteriorated items in a fuzzy environment. *European Journal of Operational Research* 197: 620–631.
- White HD (2004) Citation analysis and discourse analysis revisited. *Applied Linguistics* 25: 89–116.
- Yücenur GN, Demirel NE (2012) Group decision making process for insurance company selection problem with extended VIKOR method under fuzzy environment. *Expert Systems with Applications* 39: 3702–3707.
- Zavadskas EK, Turskis Z (2011) Multiple criteria decision making (MCDM) methods in economics: An overview. *Technological and Economic Development of Economy* 17: 397–427.
- Zopounidis C (1999) Multicriteria decision aid in financial management. *European Journal of Operational Research* 119: 404–415.
- Zopounidis C, Doumpos M (2002) Multi-group discrimination using multi-criteria analysis: Illustrations from the field of finance. *European Journal of Operational Research* 139: 371–389.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 80–100.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=90>

Elasticidad precio de la demanda y perfil de los usuarios de la parada “Pablo de Olavide” de Metro de Sevilla

HERNÁNDEZ-DÍAZ, ALFREDO G.

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide (Sevilla, España)
Correo electrónico: agarher@upo.es

GARCÍA COBIÁN, EMILIO CARLOS

Universidad Pablo de Olavide (Sevilla, España)
Correo electrónico: garciacobianec@gmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo mostramos los resultados más relevantes obtenidos en un proceso de encuestación a 300 usuarios de la estación “Pablo de Olavide” del metro de Sevilla. El objetivo del trabajo es doble: por un lado, analizar el perfil del usuario (motivaciones por las que usan el metro, intermodalidad y flujos); mientras que, por otro lado, a partir de las disposiciones a pagar con respecto a posibles incrementos en el precio del servicio, estimamos parcialmente la elasticidad precio de la demanda para esta población objetivo tan concreta. El perfil tan específico de los usuarios de dicha parada así como las características propias del metro de Sevilla explican algunos de los resultados obtenidos esperando ayuden a los gestores y administradores de Metro de Sevilla en la toma de decisiones.

Palabras clave: elasticidad precio de la demanda; metro de Sevilla; análisis perfil usuario; disposición a pagar.

Clasificación JEL: B21; D12; R41.

MSC2010: 91B42; 62P20; 90B06.

Price Elasticity of Demand and Profile of “Pablo de Olavide” Metro Stop’s Users of Seville Metro

ABSTRACT

In this paper the most relevant results obtained in a survey conducted by 300 users of the “Pablo de Olavide” Seville metro stop are presented. The aim of the paper is twofold. On the one hand, the user profile is analysed: motivations for using the subway, intermodality and flows, whereas, on the other hand, the price elasticity of demand is partially computed by means of the willingness to pay for that specific user profile. In fact, both the particular user profile and Seville metro’s characteristics explain some of the obtained results that hopefully will help managers of Seville Metro in making decisions.

Keywords: price elasticity of demand; Seville metro; user profile analysis; willingness to pay.

JEL classification: B21; D12; R41.

MSC2010: 91B42; 62P20; 90B06.



1. INTRODUCCIÓN

Una de las mayores preocupaciones de los gobiernos actuales concierne a la gestión de los sistemas de transporte público, los cuales se esperan que sean de calidad, eficientes, sostenibles y asequibles para los ciudadanos, más aún para intentar atraer viajeros que usan vehículos privados. Las necesidades de traslación son cada vez mayores debido al gran crecimiento urbano y a la expansión de los núcleos residenciales, comerciales, de ocio, etc. En este contexto de movilidad, medios de transporte públicos que nos ayuden a acortar las distancias y los tiempos de llegada y que supongan ahorros en costes o en contaminación con respecto al uso del vehículo privado, son cada vez más demandados.

Hoy en día, dichos sistemas de transporte son analizados desde diferentes puntos de vista para tratar de conocer cómo funcionan, por qué evolucionan en el tiempo de cierta manera y qué otros factores, tanto internos como externos, afectan en su desarrollo (Litman, 2012 y 2013). Mientras mayor sea el conocimiento de éste, más fácilmente podrán tomar decisiones sus gestores. Uno de los factores fundamentales es la tarifa por trayecto, puesto que de ésta dependen la mayor fuente de ingresos de los medios de transporte. En general, si las tarifas se incrementan, la demanda disminuirá aunque los ingresos aumentarán o no dependiendo de la relación existente entre precio y demanda, generalmente representadas por una curva de demanda (Mankiw, 2002). Normalmente, esta relación es expresada a través del concepto *elasticidad (o elasticidad precio, o elasticidad precio de la demanda)*, esto es, el porcentaje de variación de la demanda por cada punto porcentual de variación en las tarifas.

El estudio de la elasticidad precio de la demanda ha sido y es un tema de investigación actual, pues ayuda enormemente a los gestores de las empresas a tomar decisiones sobre las tarifas de sus productos y las repercusiones esperadas en el cambio de éstas. En especial, en aquellos bienes de mayor relevancia para la economía doméstica: precio de la energía, de los combustibles, de las bebidas,... Más concretamente, la elasticidad precio en el sector transporte varía significativamente dependiendo de múltiples factores: modo de transporte, periodo del tiempo, políticas tarifarias, perfil del usuario, longitud del viaje, etc. A modo de ejemplo, para abordar el problema del transporte en grandes ciudades altamente congestionadas, los gobiernos locales y centrales de éstas recurren a diferentes políticas tarifarias. Como se comenta en Miao y Gao (2013), los gestores de la ciudad china de Beijing recurren a políticas de bajo coste para el metro y así incentivar su uso y descongestionar el tráfico por carretera. Obviamente, este tipo de políticas requiere de subsidios, ayudas o primas elevadas que garanticen el correcto funcionamiento y la supervivencia de este medio de transporte.

Se podría decir que el estudio de las elasticidades se puede abordar desde dos enfoques distintos:

- Series temporales y modelos econométricos. Cuando se conocen datos históricos sobre los precios y las demandas en el pasado es posible predecir la demanda mediante modelos econométricos a partir de un conjunto de variables predictoras. Hay que tener en cuenta que la elasticidad precio de la demanda varía significativamente a lo largo del tiempo, lo que le confiere un carácter dinámico. Muchos investigadores distinguen entre valores de elasticidad a corto, medio o largo plazo según se estimen valores de elasticidad para 1-2 años, 5-7 años o 12-15 años, respectivamente. Para ello resulta fundamental poseer suficientes datos que le confieran fiabilidad al estudio.
- Preferencias reveladas y disposición a pagar (DAP). En aquellos casos, como el nuestro, donde no es posible conocer suficientes datos para inferir modelos econométricos, es posible recurrir a un proceso de encuestación y preguntar sobre la disposición a pagar (DAP) por el mismo u otro servicio relacionado. El proceso de encuestación y la metodología empleada deben ser cuidadosamente diseñados para mitigar en la medida de lo posible la subjetividad de los usuarios o simplemente el rechazo directo ante cualquier incremento en los precios. No obstante, la DAP ha sido utilizada exitosamente en otros campos de la Economía (véase, a modo de ejemplo, la valoración contingente en Riera *et al.*, 2008 o Kriström y Riera, 1997).

Con respecto a estas dos metodologías, como destacan Flores y Carson (1997) en su trabajo sobre la elasticidad renta de la demanda (*income elasticity of demand*), existe una alta correlación entre la elasticidad renta ordinaria y la elasticidad renta según la DAP de los usuarios, aunque resulta imposible determinar una a partir del conocimiento de la otra debido a otros factores externos no observados. De igual modo, la elasticidad precio que estimamos en este trabajo a partir de las DAP no coincide necesariamente con la real. Más aún, en el trabajo que presentamos no son considerados otros factores externos (variaciones de precios de los transportes substitutivos, mejoras de calidad del servicio, tarifas combinadas, calidad del servicio...) a la hora de estimar la reducción de usuarios ante incrementos de precios. Por ello, los resultados que mostramos posteriormente hay que situarlos en este contexto.

En el caso de nuestro estudio, es de especial relevancia constatar la juventud del metro de Sevilla, puesto en marcha en abril de 2009. Eso nos imposibilita hacer estudios de series temporales a corto, medio o largo plazo. Por ello, nos centramos en el estudio de la elasticidad precio de la demanda para un caso muy particular: disposición a pagar de, principalmente, los estudiantes de la Universidad Pablo de Olavide como usuarios de la parada situada en el campus universitario.

La literatura actual relacionada con estudios de la elasticidad en los medios de transporte es muy extensa y hacer una revisión exhaustiva de ésta sería una tarea casi

inabordable. Por ello, a continuación presentamos algunos de los trabajos relacionados con los objetivos de este trabajo desde los dos principales puntos de vista comentados anteriormente: modelos econométricos y estudios sobre la disposición a pagar.

En De Rus (1990), el autor realiza un estudio para el transporte urbano en 11 ciudades españolas usando modelos econométricos basados en datos para el periodo 1980-1988. La inclusión de la variable tiempo así como de otros factores relevantes le permite obtener elasticidades a medio y largo plazo, elasticidades en función del nivel de servicio así como elasticidades condicionadas.

En Gilbert y Jalilian (1991), los autores usan métodos econométricos para analizar los efectos de la introducción de billetes combinados para metro y autobús (*travelcard*) en mayo de 1983 en la ciudad de Londres. Así, por un lado estiman el impacto de dicha tarjeta de viaje obteniendo elasticidades precio de -0,839 para el autobús y de -0,355 para el metro; mientras que, por otro lado, obtienen valores de elasticidad precio a largo plazo de -1,318 para el autobús y -0,688 para el metro. Los valores obtenidos en este estudio no son comparables al nuestro. Como se verá posteriormente, tanto la población objetivo (estudiantes en su mayoría) y la escasa cobertura del metro en Sevilla explican que la mayoría de los encuestados usen el mismo tipo de billete (bonometro).

En 1999, Bruce Schaller realizó un estudio relativo al efecto en la demanda de los taxis de Nueva York en función de los precios, la disponibilidad del servicio y la cadena de servicio (Schaller, 1999). En lo que concierne a la elasticidad precio de la demanda concluyen un valor de -0,22 a partir de las series temporales conocidas sobre ingresos, ofertas y demandas.

Posteriormente, en Matas (2004), la autora obtiene valores tanto de elasticidad como elasticidad cruzada para el metro y el autobús en Madrid (España). Entre otros resultados, los más relevantes para este trabajo conciernen a los valores de elasticidad obtenidos tanto para el autobús (-0,21) como para el metro de Madrid (-0,37), en la línea de los trabajos publicados anteriormente. Varios factores diferencian este trabajo del realizado en Sevilla. Por un lado está la metodología: en Matas (2004) se disponen de datos de diversas variables del metro y del autobús para el periodo 1979-2001, permitiendo inferir modelos de demanda tanto agregados como desagregados. Por otro lado está la introducción de tarifas combinadas para varios medios de transporte así como de tarjetas de viajes que permiten utilizar los servicios tantas veces como se desee en un periodo de tiempo supuso un cambio de tendencia espectacular en la demanda de éstos. Este tipo de variables no son relevantes en nuestro estudio debido a la localización de la parada y el perfil de los usuarios objetivo.

Unos años más tarde y en línea con el trabajo anterior, en García-Ferrer *et al.* (2006) se modela la demanda del metro y del transporte urbano en Madrid (España) haciendo especial

énfasis en las 6 tarjetas de viajes disponibles, concluyendo tanto elasticidades precio para ambos medios de transporte como elasticidades cruzadas. Aunque obtienen una elasticidad media de -1,1 para ambos medios de transporte, también se muestran valores altos (-2,17) para usuarios sensibles al pago del billete de 10 viajes. De nuevo, los resultados obtenidos en García-Ferrer *et al.* (2006) no son comparables al de este trabajo tanto por la metodología y la población de estudio como por las diferencias existentes entre el metro de Madrid y el de Sevilla. Así como en el de Madrid existe una red muy amplia de gran cobertura, en Sevilla solo hay una línea que tan solo conecta con una estación de trenes de cercanías.

En Paulley *et al.* (2006) se abordan temas similares sin especificar los modelos econométricos utilizados para los transportes urbano, suburbano y metro en Reino Unido a partir de una extensa recopilación de estudios previos publicados. Más concretamente, se analiza la influencia de componentes como los tipos de tarifa, la calidad del servicio o el uso de vehículo propio en los tres medios de transporte mencionados recopilando información de diferentes trabajos publicados desde 1980. Los resultados obtenidos relacionados con la elasticidad precio de la demanda son -0,4, -0,56, -1,0 a corto, medio y largo plazo en el autobús, -0,3 y -0,6 a corto y largo plazo en el metro y -0,6 para el corto plazo en el suburbano. Estos valores difieren de los que mostraremos para Sevilla por motivos similares a los comentados en los trabajos anteriores.

Trabajos que estiman diferentes elasticidades mediante la DAP en el tren de alta velocidad en España son Román *et al.* (2010) o Espino *et al.* (2007), además de inferir diferentes modelos econométricos para las conexiones Madrid-Zaragoza y Madrid-Barcelona usan la DAP para obtener elasticidades precio entre -0,72 y -0,55.

En Asquith (2011) también se modela y analiza la red de trenes rápidos o de alta velocidad para las ciudades de Boston, Chicago, Philadelphia y Washington DC. Entre otros resultados, el autor obtiene un valor global para las cuatro ciudades de -1,377 en la elasticidad precio de los ingresos mediante modelos econométricos. También en 2011 Galarraga *et al.* se recurre a la DAP para estimar la elasticidad precio de la demanda de la energía.

Cabe destacar también los excelentes trabajos realizados en los últimos años por *Victoria Transport Policy Institute* (Litman, 2012 y 2013) donde se analiza el comportamiento de diversos medios de transporte y las relaciones e interconexiones entre ellas a partir de variables como los ingresos, tipo de combustibles, el precio del estacionamiento, el tiempo de viaje, tipos de vuelos...

Más recientemente, en Miao y Gao (2013) se analiza la elasticidad precio de la demanda para el metro de Beijing. En este caso, se proporcionan y comparan datos demográficos y económicos de la ciudad de Beijing desde 1978, obteniendo elasticidades para los tres grandes

periodos de crecimiento de la ciudad. Para el periodo 1991-1995 se comparan las tarifas con el volumen de usuarios, obteniendo una elasticidad de -0,8811. En el segundo y tercer periodo, 1996-2000 y 2001-2008, no se proporcionan valores de elasticidad debido a que otros factores externos, como el incremento en la población, dan lugar a constantes aumentos de la demanda a pesar de los incrementos en los precios.

Resumimos en la Tabla 1 los trabajos anteriormente mencionados.

Transporte	Periodo	Elasticidad	Método*	Referencia
Urbano (España)	1980-1988	-0,44 a -0,16	ST	De Rus (1990)
Metro (Londres)	1972-1987	-0,688	ST	Gilbert y Jalilian (1991)
Taxi (Nueva York)	1990-1996	-0,22	ST	Schaller (1999)
Urbano (Madrid)	1979-2001	-0,21	ST	Matas (2004)
Metro (Madrid)	1979-2001	-0,37	ST	Matas (2004)
Urbano (Madrid)	1987-2000	-1,1	ST	García-Ferrer <i>et al.</i> (2006)
Metro (Reino Unido)	1980-2000	-0,3 (corto plazo) -0,6 (largo plazo)	ST	Paulley <i>et al.</i> (2006)
Urbano (Reino Unido)	1980-2000	-0,4 (corto plazo) -1,0 (largo plazo)	ST	Paulley <i>et al.</i> (2006)
Suburbano (Reino Unido)	1980-2000	-0,6 (corto plazo)	ST	Paulley <i>et al.</i> (2006)
Tren Alta Velocidad (España)	2004	-0,72 a -0,55	ST-DAP	Román <i>et al.</i> (2010)
Tren Alta Velocidad (USA)	2000-2001	-1,377	ST	Asquith (2011)
Metro (Beijing)	1991-1995	-0,8811	ST	Miao y Gao (2013)

Tabla 1. Resumen de los trabajos mencionados.

*ST = Series Temporales; DAP = Disposición a Pagar

La estructura del trabajo es la siguiente. En la Sección 2 se incluye los datos más relevantes de la Universidad Pablo de Olavide, de Metro de Sevilla y de la metodología empleada. En la Sección 3 mostramos los principales resultados obtenidos relacionados con el análisis del perfil de usuario y la elasticidad precio de la demanda. Concluimos con un resumen de lo expuesto y algunas líneas de investigación futuras.

2. CONTEXTO Y METODOLOGÍA

La Línea 1 de Metro de Sevilla, puesta en funcionamiento en abril de 2009, es el primer transporte de este tipo en Andalucía y se estima sirve a un total aproximado de 230.000 personas residentes a menos de 500 metros de una estación, todo ello en una de las cinco ciudades más pobladas de España con unos 700.000 habitantes en la capital y otros 300.000 en la periferia (véase la Figura 1). En el ámbito que nos concierne, el metro actúa notablemente conectando a multitud de personas con el campus de la Universidad Pablo de Olavide. Particularmente, la afluencia de estudiantes, profesores y resto de personal al campus de la Universidad Pablo de Olavide se ha visto tremendamente favorecida con el establecimiento de este servicio, que permite a mayor número de personas el acceso a la Universidad desde diversos puntos de la provincia con mayor facilidad.

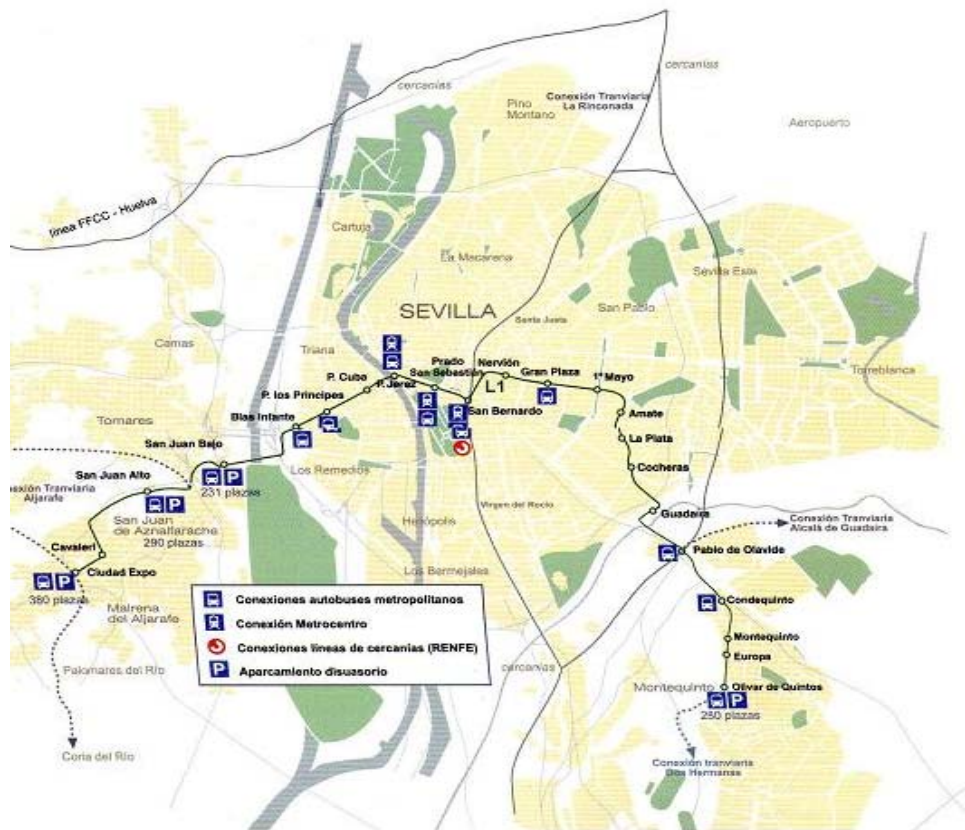


Figura 1. Línea 1 de Metro de Sevilla y su parada “Pablo de Olavide”

El metro de Sevilla, durante sus tres primeros años de servicio, ha sido un verdadero éxito, realizando más de 42 millones de viajes. Es destacable, a pesar de la crisis y el estancamiento sufrido por el resto de estaciones de Metro de Sevilla en lo que a demanda se refiere durante 2012, el crecimiento extraordinario que ha experimentado la parada de la Universidad Pablo de Olavide. Según las memorias anuales de Metro de Sevilla Sociedad Concesionaria de la Junta de Andalucía S.A., la demanda anual en dicha estación ha experimentado un crecimiento notable desde la puesta en servicio del metro: a modo de ejemplo, 29% en 2011 respecto a 2010 o 6,62% en 2012 respecto a 2011. No obstante, el metro de Sevilla sufre de grandes carencias que frenan su crecimiento: existencia de una sola línea o pocas conexiones con otros medios de transporte, entre otras.

En lo que concierne a la Universidad Pablo de Olavide, desde sus inicios en 1997 ha incrementado el número de estudiantes, profesores y demás personal de administración hasta un total de aproximadamente 12.000 personas (OpenDataUPO, 2012). Actualmente oferta 31 grados y dobles grados, algunos de ellos con la posibilidad de cursarlos como bilingües y está plenamente adaptado al Espacio Europeo de Educación Superior. La Universidad Pablo de Olavide, gracias a su modelo de campus único, permite una mayor optimización de recursos, facilitando los movimientos y gestiones, como consecuencia de esta centralización en un mismo

emplazamiento. En lo que respecta al servicio prestado por Metro de Sevilla, además de los usuarios nombrados anteriormente, habría que sumar el servicio prestado por la estación “Pablo de Olavide” a los estudiantes y trabajadores de la Universidad de Sevilla, que cuenta allí con su Escuela Técnica Superior de Ingeniería Agronómica. Un pequeño porcentaje también lo constituyen usuarios esporádicos de dicha parada como los trabajadores o empleados en la Ciudad Deportiva del Sevilla F.C., u otros que la utilizan como “parada frontera”. No obstante veremos posteriormente que estos últimos usuarios representan un pequeño porcentaje respecto al total.

Cabe comentar que la Universidad dispone de diversos medios alternativos para llegar a ella: coche, autobús, a pie, bicicleta, etc. Más concretamente, con respecto al autobús, merece la pena destacar la diversidad de líneas que llegan a la Universidad, ya sean líneas urbanas (TUSSAM Línea 38) o interurbanas (CASAL M-130, CASAL M-123, LOS AMARILLOS L-5). Por último, conviene comentar también que los usuarios poseen facilidades y descuentos para realizar transbordos entre medios de transportes públicos. Ésta es una característica destacable, ya que muchas de las personas que asisten regularmente al campus no viven en la capital o, aún viviendo en la capital, el acceso a su zona de residencia es complicada y necesitan realizar transbordo con algún otro medio de transporte para trasladarse.

Una vez expuesto el contexto del trabajo y los objetivos de éste concluimos la sección con los datos más relevantes sobre la metodología empleada:

- Universo: usuarios de la estación “Pablo de Olavide” de la Línea 1 de Metro de Sevilla; se estima un tamaño aproximado de 12.000 potenciales usuarios.
- Técnica de investigación: entrevista personal; muestra aleatoria simple.
- Muestra: 300 usuarios de lunes a viernes durante tres semanas consecutivas en diferentes horarios desde las 9.00 a.m. hasta las 9.00 p.m.
- Cuestionario: ver el Anexo.
- Error muestral: para un nivel de confianza del 95% y suponiendo el peor de los escenarios ($p = q = 0,5$), el error muestral es 5,587%.

Con respecto a la metodología empleada para el segundo de los objetivos, merece la pena recordar que la elasticidad de la demanda, también conocida como elasticidad precio de la demanda, es un concepto económico introducido por el matemático, filósofo y economista francés Antoine-Auguste Cournot (1801-1877) que mide la variación en la cantidad demandada de un bien debida a cambios en el precio. Planteó el carácter negativo de la curva de demanda y expresó que “la cantidad demandada de un bien (si todo lo demás permanece constante, es decir, *ceteris paribus*) es función de su precio y, por tanto, a menor precio mayor demanda” (Ley de la

demanda –Loi de débit–, 1860, véase la Figura 2). Posteriormente, el gran economista inglés Alfred Marshall (1842-1924), desarrollaría en profundidad esta idea en su obra capital de 1890 “*Principles of Economics: an introductory text*”.

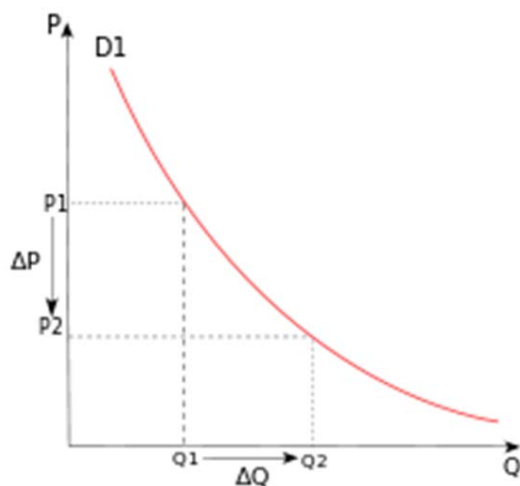


Figura 2. Curva precio-demanda.

Formalmente, la elasticidad precio de la demanda, E_{px} , mide la variación porcentual de la demanda por cada unidad porcentual de incremento en el precio. Por lo ya comentado, generalmente arroja un resultado negativo debido a la relación inversa entre precio y demanda. Así, se dice que la demanda es perfectamente elástica cuando $E_{px} = -\infty$, elástica o relativamente elástica cuando $-\infty < E_{px} < -1$, unitaria para $E_{px} = -1$, inelástica o relativamente inelástica cuando $-1 < E_{px} < 0$ y perfectamente inelástica cuando $E_{px} = 0$. El enfoque adoptado en este trabajo es conocido como *elasticidad precio punto* que utiliza el cálculo diferencial para estimar la elasticidad para un cambio infinitesimal en el precio en un punto cualquiera de la curva de demanda estimando la función de demanda a la que nos enfrentamos, $Q(p)$.

3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación se presentarán tanto los principales datos relativos al perfil de los usuarios habituales de la estación situada en la Universidad Pablo de Olavide como los resultados obtenidos para la elasticidad precio de la demanda de los usuarios con el perfil descrito.

3.1. Género y edad de los usuarios

En primer lugar podemos apreciar que no existen diferencias notables en el género de los usuarios. Según nuestro estudio, de las 300 personas entrevistadas y atendiendo a la representatividad de dicha muestra, un 51,67% son mujeres y un 48,33% son hombres.

Por otro lado, atendiendo a la edad de dichos usuarios, en la Tabla 2 mostramos los principales estadísticos. Resaltamos la juventud de los usuarios de dicha parada, con una edad modal situada en los 20 años. Esta edad está presente en un 19,33% de los encuestados, seguida de cerca por los 21, 22, 19 y 18 años de edad, con una presencia en un 15,67%, 14%, 13,33% y 10,67%, respectivamente.

Estadísticos	Año
Moda	20
Media	23,26
Máximo	66
Mínimo	18

Tabla 2. Estadísticos descriptivos para la variable edad de la muestra seleccionada
Fuente: elaboración propia

Si establecemos rangos de edad, se aprecia un hecho esperable: la gran afluencia de personas jóvenes. Concretamente, entre los 18 y 28 años de edad se encuentra el 89,67% de los usuarios encuestados (véase la Figura 3).

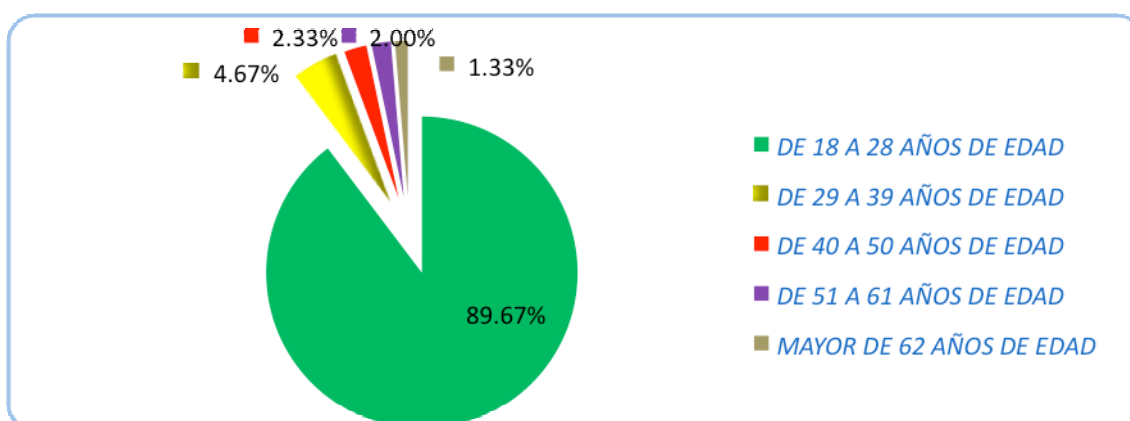


Figura 3. Usuarios del metro en Pablo de Olavide según rangos de edad
Fuente: elaboración propia

3.2. Transportes alternativos e intermodalidad

Un 76,67% de los usuarios encuestados siempre usan el metro como medio de acceso al campus universitario. Por consiguiente, un 23,33% de los demandantes suelen utilizar otros transportes alternativos en sus desplazamientos. De este 23,33%, la distribución según los transportes usados sería la incluida en la Tabla 3. Lidera la lista el uso del vehículo propio como transporte alternativo (69,62%), seguido muy de lejos, en lo que a vehículos particulares se refiere, el uso de la bicicleta (7,59%). Por otro lado, si nos fijamos en los transportes públicos, observamos que aquellos que más cuota quitarían al uso del metro serían dos de las cuatro líneas de autobús en las cuales se puede acceder al campus.

Transportes alternativos	Porcentaje
Coche	69,62%
Motocicleta	3,80%
Bicicleta	7,59%
A pie	2,53%
Autobús TUSSAM Línea 38	8,86%
Autobús CASAL M-130	5,06%
Autobús CASAL M-123	1,27%
Autobús LOS AMARILLOS L-5	1,27%

Tabla 3. Transportes alternativos frente al metro

Fuente: elaboración propia

Más aún, con objeto de determinar la facilidad/dificultad de acceso al metro se preguntó si complementan el uso del metro con algún otro transporte en su desplazamiento habitual. En lo que respecta a este análisis, se han obtenido aproximadamente un 47,67% de personas que sí complementan su uso con algún otro transporte público o privado y, por consiguiente, un 52,33% aproximado de usuarios que únicamente precisarían del metro como vehículo para realizar el desplazamiento. El desglose de esta estadística se puede observar en la Tabla 4.

Intermodalidad (medio usado para complementar al metro)	Porcentaje (%)
Tranvía/Metro centro	2,33%
Bicicleta	6,00%
Autobús	28,33%
Tren cercanías RENFE	3,33%
Coche	7,67%
Total	47,67%

Tabla 4. Análisis de intermodalidad con Metro de Sevilla

Fuente: elaboración propia

Destacan las combinaciones metro-autobús (28,33%), metro-coche (7,67%) y metro-bicicleta (6,00%). El resultado muestra la importancia que para muchos de estos usuarios adquiere el uso del metro, a pesar de contar con alternativas, pues el previamente mencionado 47,67% de los usuarios encuestados optan por combinarlo con otro medio de transporte para poder acceder al campus.

3.3. Actividad y motivaciones de uso

En este último apartado sobre el perfil del usuario se profundiza en la actividad que desarrollan los usuarios y que motivan el uso del metro y su parada “Pablo de Olavide”. En la Figura 4 mostramos un resumen de los resultados obtenidos.

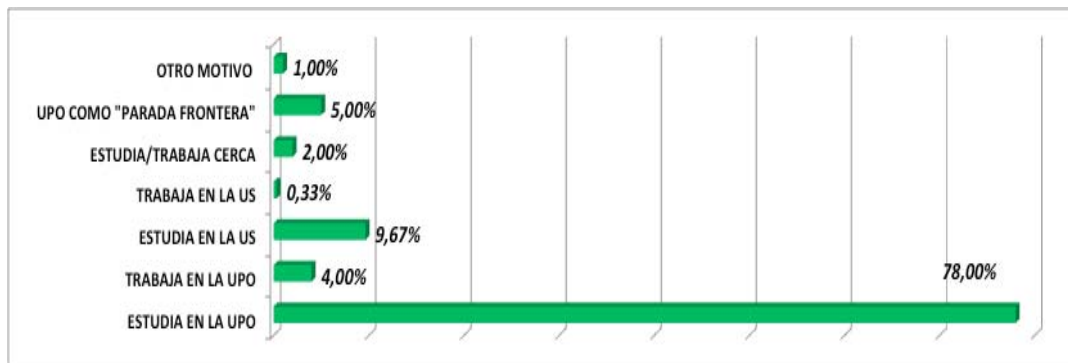


Figura 4. Motivo de utilización de la estación Pablo de Olavide
Fuente: elaboración propia.

Podemos cerciorarnos de un dato muy representativo: el total de usuarios cuyo motivo principal de transporte es que trabajan o estudian tanto en la UPO como en la Universidad de Sevilla correspondería a un 92,00% de la muestra. El 8,00% restante se lo reparten el uso como “parada frontera” para el ahorro de costes (5,00%), el uso ocasional por otros motivos como el acceso a la biblioteca o a las instalaciones deportivas (1,00%) y la cercanía a un lugar de trabajo o estudio cercano a la estación como, por ejemplo, la Ciudad Deportiva del Sevilla F.C. (2,00%). En la Figura 5 mostramos los resultados obtenidos con respecto a la motivación de uso.

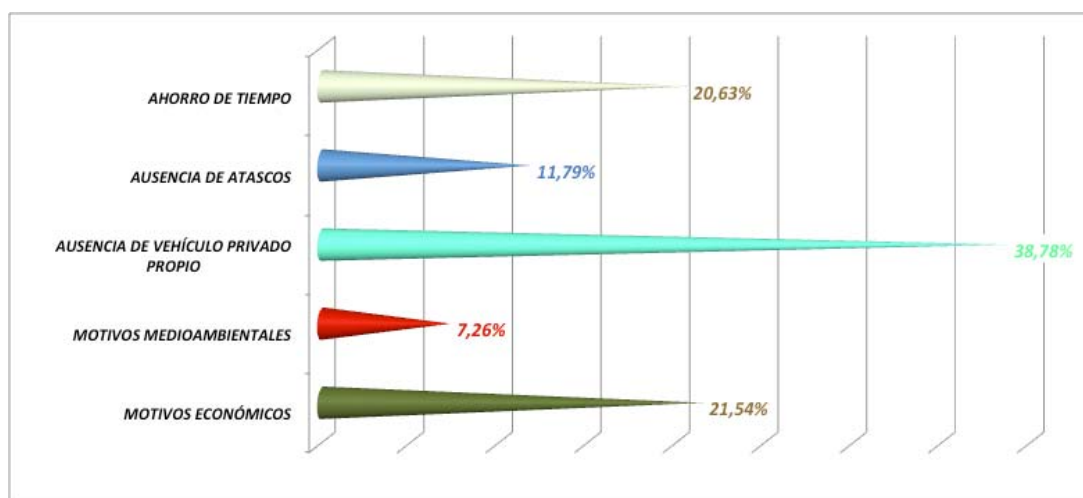


Figura 5. Motivación principal de uso del usuario del Metro en la UPO
Fuente: elaboración propia.

Destaca la ausencia de vehículo privado con un 38,78% de peso sobre el total de las motivaciones descritas como preferenciales. Como segundo grupo más numeroso quedan registrados los motivos económicos (21,54%), seguidos del ahorro de tiempo (20,63%), la ausencia de atascos (11,79%) y, por último, las motivaciones ligadas a la sostenibilidad medioambiental (7,26%). Debemos añadir un 3,50% de usuarios que declaran como motivación principal de uso otros factores como la comodidad y la cercanía al hogar o averías en el vehículo privado y dificultades de aparcamiento.

3.4. Flujo de pasajeros

A continuación se comentarán y evaluarán las series temporales relativas al flujo diario de viajeros en la UPO durante 2012 y se constatará que existen diferencias significativas entre el número de pasajeros que suben y el número de usuarios que bajan en la estación “Pablo de Olavide” a lo largo del año. Para ello usaremos los datos proporcionados por Metro de Sevilla, la cual nos indicó el número de pasajeros que subieron y bajaron en la parada objetivo cada hora para los 366 días de 2012. Para no desvirtuar el análisis se han eliminado los sábados, domingos y festivos, quedando un total de 238 días.

A partir de estos datos obtenemos que durante 2012 se produjeron un total de 604.803 piques de entrada, es decir, usuarios que han tomado el metro en la estación Pablo de Olavide en días laborables. Asimismo, se produjeron 613.948 bajadas a lo largo del citado año 2012 en los mismos días laborables. Por tanto, de manera global, se ha producido un mayor número de salidas que de entradas. Esta diferencia entre los usuarios que suben y bajan en Pablo de Olavide puede ser debido al uso combinado del metro con otros medios de transporte que hagan que muchos usuarios solo lo usen en un sentido.

Para obtener conclusiones respecto a la estacionalidad diaria, en la Figura 6 mostramos el total de usuarios que han subido (curva azul) y el total de usuarios que han bajado (curva roja) en cada intervalo horario desde las 6.00 a.m. hasta las 2:00 a.m.

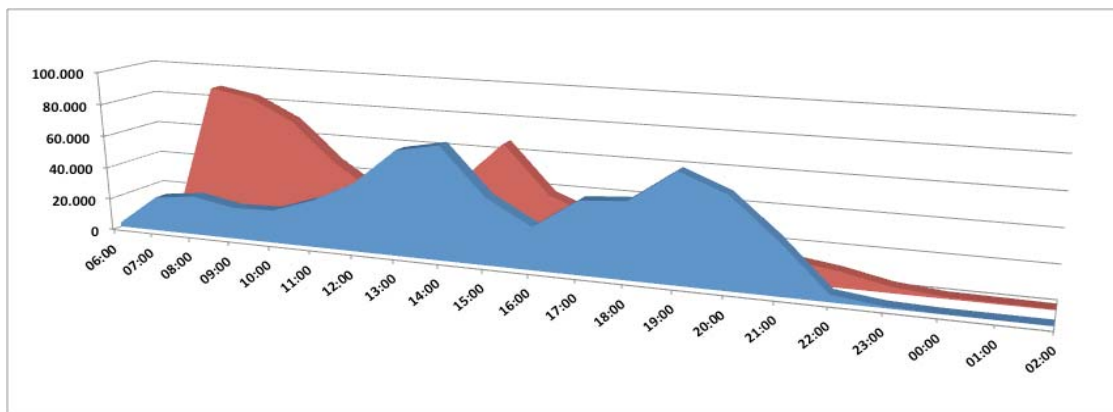


Figura 6. Entradas/salidas anuales totales (personas/hora).
Fuente. Metro de Sevilla.

Observando los datos y las gráficas de evolución, quedan a la vista las estacionalidades contrapuestas, esto es, en las primeras horas de la mañana, aproximadamente entre las 7.30 a.m. y las 11.00 a.m. (coincidiendo con los inicios de la jornada laboral) y de nuevo entre las 14.00 y las 16.00 (usuarios de jornada de tarde) se alcanzan las mayores frecuencias en cuanto a pasajeros que acceden al campus bajándose en la estación. Por el contrario, la marcha masiva de pasajeros se produce entre las 12.00 m. y las 15.00 horas y de nuevo entre las 18.30 y las 20.30

horas (usuarios que finalizan su jornada de tarde). Además, como cabía esperar, la caída de la demanda es enorme durante los meses de verano, si bien, durante finales de septiembre, con el inicio del curso, se alcanzan los puntos de mayor afluencia de pasajeros de todo el año.

Por último, vamos a contrastar si las medias diarias de pasajeros que se suben y bajan habitualmente en la estación objeto de estudio pueden considerarse iguales. En primer lugar, se ha podido comprobar, tanto en las entradas como en las salidas, valores negativos en los coeficientes de asimetría (la mayoría de los datos se encontrarían distribuidos a la izquierda de la media) y de curtosis (mostrando una distribución platicúrtica). Estos valores en las citadas medidas de forma nos hacen pensar sobre el comportamiento no normal de los datos. En efecto, se han realizado contrastes de normalidad en las distribuciones mediante las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk (véase la Tabla 5). El p-valor menor que 0,0005 nos indica el rechazo de la normalidad a cualquier nivel de significación habitual. Por tanto, tendremos que llevar a cabo un contraste no paramétrico de igualdad de medias para muestras pareadas.

Pasajeros	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
que bajan en UPO	0,136	238	0,000	0,918	238	0,000
que suben en UPO	0,144	238	0,000	0,911	238	0,000

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 5. Pruebas de normalidad
Fuente: elaboración propia con SPSS 21

Mediante un contraste de rangos-signos de Wilcoxon se ha contrastado (p-valor < 0,0005, según la Tabla 6) que existen diferencias significativas entre las medias. Es más, se ha comprobado la superioridad de la media de salidas frente a la media de entradas. Este efecto podría producirse por diferentes motivos; bien porque muchos estudiantes van a la Universidad por la mañana/tarde en metro pero se vuelven con algún amigo o conocido al terminar su jornada; bien porque prefieren usar alguno de los autobuses urbanos o interurbanos; bien porque muchos usuarios no realizan viajes simétricos necesariamente (no regresan directamente al punto de inicio sino que realizan viajes intermedios).

	Pasajeros diarios que suben en UPO – Pasajeros diarios que bajan en UPO
Z	-7,326
Sig.Asintót. (bilateral)	0,000

Tabla 6. Estadísticos de contraste no paramétrico “rangos con signo de Wilcoxon”
Fuente: elaboración propia con SPSS 21

3.5. Elasticidad precio de la demanda

A partir de los datos obtenidos, las dos curvas de demanda con mejores coeficientes de determinación, R^2 , fueron:

- Ajuste exponencial: la curva precio-demanda obtenida fue $Q(p) = 337890 \cdot e^{-8,73p}$ con un coeficiente $R^2 = 0,984$. El valor de la elasticidad precio punto varía a lo largo de la curva: desde -7,1586 para el valor del billete actual (0,82 €) hasta -9,1363 para el valor extremo de 1,04 € por trayecto.
- Ajuste potencial (*constant elasticity of substitution*): la curva precio-demanda obtenida es $Q(p) = 54,38 \cdot p^{-8,1}$ con un coeficiente $R^2 = 0,982$. El valor de la elasticidad precio en todos los puntos de la curva es en este caso de -8,11. Dicho ajuste suele ser utilizado para obtener elasticidades promedio a lo largo de la curva.

A priori, los resultados obtenidos son demasiado altos, más aún si tenemos en cuenta que, como hemos expuesto anteriormente, en estudios sobre transporte rara vez se sobrepasa el -2,5 cuando hablamos de transporte urbano. Esto nos vendría a decir que los usuarios del metro en la Universidad Pablo de Olavide son muy sensibles al cambio en las tarifas. Nos preguntamos cuál o cuáles son los motivos de este tipo de elasticidad. En opinión de los autores, varios factores pueden determinar relación extremadamente elástica:

- En primer lugar, la subjetividad de las respuestas de los encuestados (Hausman, 2012). Tengamos en cuenta que muchas personas contestan a los cuestionarios sin darle la suficiente importancia a los mismos o, por el contrario, con miedo a las consecuencias (muchos usuarios preguntaron al entrevistador si se iban a subir los precios). Esto podría producir sesgos y errores no deseables. Para evitarlo, los encuestadores proporcionaron suficiente información a los encuestados y aclararon posibles dudas.
- En segundo lugar, no se nos puede escapar la situación de crisis actual en la que nos encontramos inmersos, lo que se ha traducido en una mayor sensibilidad ante aumentos en los precios.
- En tercer lugar, debemos recordar el alto perfil juvenil (aprox. 23 años de media) y estudiantil del encuestado (87,67% de la muestra). La sensibilidad al precio de este grupo es mucho más alta con respecto a otros grupos, pues se trata en su mayoría de usuarios sin ingresos propios, más aún con la incidencia del segundo factor.
- En cuarto lugar, no hay que dejar pasar factores como la existencia de bienes sustitutivos, es decir, transportes alternativos como los autobuses y vehículos privados disponibles para la llegada al campus universitario. Recordemos que según nuestro

estudio un 76,67% de los usuarios utilizaban siempre el metro como medio de transporte habitual, mientras que un 23,33% no. Sin embargo, muchas de las personas en el momento de realizar la encuesta cuantificaban el incremento y decían que para una determinada subida de precio ya les salía más rentable el uso de otro vehículo. Entre estos, el vehículo privado podría ser el claro sustituto, pues la ausencia del mismo es el principal factor entre las motivaciones para hacer uso del metro (38,78%) y además la UPO dispone de un campus con grandes facilidades de aparcamiento (2400 plazas). Los encuestados asumen que no habrá incrementos de precios en dichos transportes alternativos y por este motivo se decantan fácilmente por ellos.

- También, como se ha expuesto anteriormente, las características tan singulares de Metro de Sevilla (una sola línea, poca cobertura, pocas conexiones con otros transportes...) lo diferencia de otros metros nacionales e internacionales.

4. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La reciente puesta en marcha de la Línea 1 de Metro de Sevilla en abril de 2009 y su paso por la Universidad Pablo de Olavide motivan este estudio con un doble objetivo: conocer el perfil del usuario de dicha línea en la parada situada en la Universidad y a su vez medir la elasticidad precio de la demanda para dichos usuarios.

Los resultados derivados de un proceso de encuestación a pie de calle sobre la disposición a pagar de 300 usuarios (sobre una población potencial de 12.000 clientes) en diversos horarios y días de la semana concluyen con el perfil siguiente: estudiante, de entre 18 y 23 años, con altas motivaciones económicas para el uso del metro y que mayoritariamente no lo usa todos los días. Además, con respecto a la intermodalidad, aproximadamente la mitad de los encuestados requiere combinarlo con otros medios de transporte. Destaca también el hecho de que en gran medida no siempre lo usan en ambos sentidos.

Con respecto al análisis de la elasticidad precio de la demanda, se concluye un valor medio de -8,11. Dicho valor difiere mucho de otros obtenidos en trabajos relacionados con el uso del metro en diversas ciudades tanto españolas como no españolas. Justificamos dicho valor por los siguientes motivos:

- El perfil anteriormente descrito del usuario tipo en una situación económica de crisis que empuja al usuario a usar otros medios de transporte, a compartir vehículo en cuanto puede y muy sensibilizado con los problemas económicos.

- La juventud de Metro de Sevilla imposibilita hacer estudios más profundos relacionados con el análisis de las series temporales de precios y demandas con modelos econométricos.
- Las características propias del metro de Sevilla: una sola línea, poca cobertura, poca variedad de tarifas o tarjetas de viajes que se adapten a los perfiles de los usuarios e insuficientes conexiones con otros medios de transporte (como estaciones de trenes, autobuses o el aeropuerto).

Con respecto al trabajo futuro, los autores y Metro de Sevilla desean realizar otros estudios relacionados con la elasticidad precio de la demanda que incorporen nuevas variables al problema. Así, la elasticidad relacionada con cada uno de los billetes disponibles o elasticidades cruzadas con otros medios de transporte, en especial el transporte urbano y la bicicleta pública, son de gran interés. Más aún, un estudio sobre toda la Línea 1 de Metro de Sevilla para un mayor conocimiento de las elasticidades precio en función de los perfiles de usuario podría ser también de gran interés para los gestores.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Metro de Sevilla el interés mostrado por los resultados derivados de este trabajo para el cual nos facilitaron gran parte de los datos necesarios para su conclusión. También desean agradecer a los dos revisores anónimos sus comentarios y sugerencias que han ayudado a mejorar notablemente su presentación.

REFERENCIAS

- Asquith B.J. (2011) Income Elasticity of Demand for Large, Modern Rapid Transit Rail Networks, *Undergraduate Economic Review* 7 (1), article 20.
- De Rus G. (1990) Public Transport Demand Elasticities in Spain, *Journal of Transport Economics and Policy* 24 (2), pp. 189–201.
- Espino R., Ortúzar J.D., Román C. (2007) Understanding suburban travel demand: Flexible modelling with revealed and stated choice data, *Transportation Research Part A* 41, pp. 899–912.
- Flores N.E., Carson R.T. (1997) The Relationship between the Income Elasticities of Demand and Willingness to Pay, *Journal of Environmental Economics and Management* 33, pp. 287–295.
- García-Ferrer A., Bujosa M., De Juan A., Poncela P. (2006) Demand Forecast and Elasticities Estimation of Public Transport, *Journal of Transport Economics and Policy* 40 (1), pp. 45–67.

- Gilbert C.L., Jalilian H. (1991) The Demand for Travel and for Travelcards on London Regional Transport, *Journal of Transport Economics and Policy* 25 (1), pp. 3–29.
- Hausman, J. (2012) Contingent Valuation: From Dubious to Hopeless, *Journal of Economic Perspectives*, 26 (4), pp. 43–56.
- Kriström B., Riera P. (1997) El método de la valoración contingente. Aplicaciones al medio rural español, *Economía Agraria* 179, pp. 133–166.
- Litman T. (2012) Transit Price Elasticities and Cross-Elasticities, Victoria Transport Policy Institute, Memoria 2012.
- Litman T. (2013) Understanding Transport Demand and Elasticities, Victoria Transport Policy Institute, Memoria 2013.
- Mankiw G. (2002) Principios de Economía, McGraw-Hill.
- Marshall A. (1920) Principles of Economics (Revised Edition ed.). London: Macmillan; reprinted by Prometheus Books.
- Matas A. (2004) Demand and revenue implications of an integrated public transport policy. The case of Madrid, *Transport Reviews: A Transnational Transdisciplinary Journal* 24 (2), pp. 195–217.
- Miao Y., Gao L. (2013) Study on the Price Elasticity of Demand of Beijing Subway, *Journal of Traffic and Logistics Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp.25–29.
- OpenDataUPO (2012) Iniciativa de datos abiertos de la Universidad Pablo de Olavide [Sitio web]. Open Government Data. Disponible en: <http://www.upo.es/datos-abiertos/>.
- Paulley N., Balcome R., Mackett R., Titheridge H., Preston J., Wardman M., Shires J., White P. (2006) The demand for public transport: The effects of fares, quality of services, income and car ownership, *Transport Policy* 13, pp. 295–306.
- Riera P., Brey R., Gándara G. (2008) Diseño de pagos para aproximaciones no paramétricas en valoración contingente con formato dicotómico simple, *Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública* 186: pp. 43–60.
- Román C., Espino R., Martín J.C. (2010) Analyzing Competition between the High Speed Train and Alternative Modes. The Case of the Madrid-Zaragoza-Barcelona Corridor, *Journal of Choice Modelling* 3 (1), pp. 84–108.
- Schaller B. (1999) Elasticities for taxicab fares and service availability, *Transportation* 26, pp. 283–294.

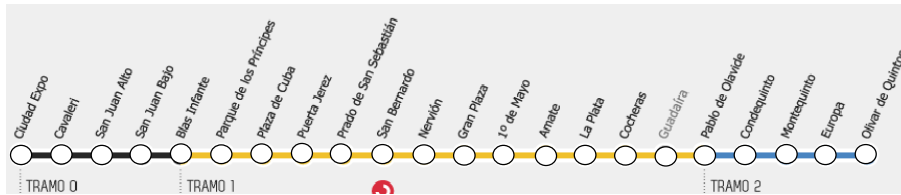
ANEXO. CUESTIONARIO



ENCUESTA RELACIÓN UPO-METRO



1. **Sexo:** Masculino Femenino
2. **Edad:**
3. **Lugar de residencia habitual:**
Código Postal
Si no lo conoce, Calle/Barrio:
4. **¿Hacia qué parada se dirige? (En caso de que el punto de partida NO sea la Universidad Pablo de Olavide, ¿En qué parada se ha subido?). Señale sobre el círculo que corresponda con una cruz**



5. **¿Complementa el uso del Metro para venir a la UPO con algún otro transporte?** Sí No
En caso afirmativo ¿Cuál/es?
Tranvía/Metro centro...
Bicicleta.....
Autobús.....
Cercanías "Renfe"...
Coche.....
6. **¿Por qué motivo/os utiliza esta parada de Metro?**
Estudia en la UPO.....
Estudia en la US.....
Trabaja en la UPO.....
Trabaja en la US.....
Trabaja/Estudia cerca...
Como "parada frontera" (Ahorrar y evitar saltos de tramo)....
Otro (Biblioteca, Gimnasio,...)....
7. **Si estudia, ¿a qué facultad está ligada su titulación?**
F. de Ciencias Empresariales.....
F. de Ciencias Experimentales...
F. de Ciencias Sociales.....
F. del Deporte.....
F. de Derecho.....
F. de Humanidades.....
Esc. Politécnica Superior.....
Esc. de Ingeniería Agronómica...

8. **Concretamente, ¿qué grado/ licenciatura/máster estudia?**

9. **¿Acude siempre en Metro a la UPO?** Sí No
10. **Si su respuesta es negativa, ¿qué otro medio/os de transporte utiliza? (puede indicar varias)**
Coche.....
Moto.....
Bicicleta.....
A pie.....
Autobús Tussam línea 38...
Autobús Casal M130.....
Autobús Casal M123.....
Autobús Los Amarillos L-5...

11. **Motivo/s por los cuales usa el Metro: (marque los que considere)**
Económicos.....
Medioambientales.....
No tengo vehículo privado...
Ausencia de atascos.....
Ahorro de tiempo.....
Otros:

ENCUESTA (RELACIÓN UPO/METRO)

12. ¿Qué tipo de título de metro utiliza para viajar?

- a) **Bono-metro/Consortio de transportes (0,82/1,17/1,37 euros/viaje)**
¿Cuánto pagaría COMO MÁXIMO por seguir usándolo en las mismas condiciones?
Del 0,82 euros actual a: 0,82 0,86 0,90 0,94 0,98 1,03 1,07
Del 1,17 euros actual a: 1,17 1,23 1,29 1,35 1,40 1,46 1,52
Del 1,37 euros actual a: 1,37 1,44 1,51 1,58 1,64 1,80 1,87
- b) **Billete sencillo/ida y vuelta (1,35/1,60/1,80 euros/viaje)**
¿Cuánto pagaría COMO MÁXIMO por seguir usándolo en las mismas condiciones?
Del 1,35 euros actual a: 1,35 1,42 1,49 1,55 1,62 1,69 1,85
Del 1,60 euros actual a: 1,60 1,68 1,76 1,84 1,92 2,00 2,08
Del 1,80 euros actual a: 1,80 1,89 1,98 2,07 2,16 2,25 2,34
- c) **Bono-plus 45 (0,66/0,94/1,10 euros/viaje)**
¿Cuánto pagaría COMO MÁXIMO por seguir usándolo en las mismas condiciones?
Del 0,66 euros actual a: 0,66 0,69 0,73 0,76 0,79 0,83 0,86
Del 0,94 euros actual a: 0,94 0,99 1,03 1,08 1,13 1,18 1,22
Del 1,10 euros actual a: 1,10 1,16 1,21 1,27 1,32 1,36 1,43
- d) **Consortio de Transporte para familias numerosas (-20%)**
- e) **Bono de un día (4,50 euros/día)**



UNIVERSIDAD
**PABLO DE
OLAVIDE**
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 101–120.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=91>

Comparison of Imputation Methods for Handling Missing Categorical Data with Univariate Pattern

TORRES MUNGUÍA, JUAN ARMANDO

Maestría en Estadística Aplicada

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (México)

Correo electrónico: ja.torresmunguia@gmail.com

ABSTRACT

This paper examines the sample proportions estimates in the presence of univariate missing categorical data. A database about smoking habits (2011 National Addiction Survey of Mexico) was used to create simulated yet realistic datasets at rates 5% and 15% of missingness, each for MCAR, MAR and MNAR mechanisms. Then the performance of six methods for addressing missingness is evaluated: listwise, mode imputation, random imputation, hot-deck, imputation by polytomous regression and random forests. Results showed that the most effective methods for dealing with missing categorical data in most of the scenarios assessed in this paper were hot-deck and polytomous regression approaches.

Keywords: imputation methods; hot-deck; polytomous regression; random forests; smoking habits; missing categorical data.

JEL classification: C18; C80; C83.

MSC2010: 6207; 62P20; 62P25.

Una comparación de métodos de imputación de variables categóricas con patrón univariado

RESUMEN

El presente estudio examina la estimación de proporciones muestrales en la presencia de valores faltantes en una variable categórica. Se utiliza una encuesta de consumo de tabaco (Encuesta Nacional de Adicciones de México 2011) para crear bases de datos simuladas pero reales con 5% y 15% de valores perdidos para cada mecanismo de no respuesta MCAR, MAR y MNAR. Se evalúa el desempeño de seis métodos para tratar la falta de respuesta: *listwise*, imputación de moda, imputación aleatoria, *hot-deck*, imputación por regresión politómica y árboles de clasificación. Los resultados de las simulaciones indican que los métodos más efectivos para el tratamiento de la no respuesta en variables categóricas, bajo los escenarios simulados, son *hot-deck* y la regresión politómica.

Palabras clave: métodos de imputación; *hot-deck*; regresión politómica; árboles de clasificación; hábitos de consumo de tabaco; valores perdidos en variables categóricas.

Clasificación JEL: C18; C80; C83.

MSC2010: 6207; 62P20; 62P25.



1. INTRODUCTION

Researchers have often to deal with the problem of missing data in surveys and census. One of the most important risks run when conducting studies with missing data is to reach incorrect estimates and results. Given this potential issue that can arise from the presence of missingness, a variety of alternatives for addressing missing data have been developed. One of the most common methods is imputation. Imputing means replacing each missing case with a plausible value (single imputation) or a vector of plausible values (multiple imputation) (Rubin, 1996). Nevertheless, the aim of imputation is not to fill in all missing cases, but to “preserve the characteristics of their distribution and relationships between different variables” (Barceló, 2008).

The new lines of research in imputation are devoted to analyze the impact of these methods on estimates, bias and results. However, it is important to point out that most of these are focused on continuous data imputation (Barceló, 2008; Burton *et al.*, 2007; Ghosh-Dastidar and Schafer, 2003; Follmann *et al.*, 1992) and only a limited number of studies have examined the effect of imputation on categorical data (Eisemann *et al.*, 2011, Bacallao and Bacallao, 2010; Farhangfar *et al.*, 2008; Gimotty and Brown, 1990; Little and Schluchter, 1985).

Therefore, the primary goal of the current study was to compare the performance between different explicitly categorical imputation approaches. To achieve that goal, taking the 2011 National Addiction Survey on smoking habits in Mexico, six datasets were randomly simulated at rates 5% and 15% of missingness, imposing the MCAR, MAR and MNAR mechanisms in the original database. A common method to dealing with this is to perform a complete case analysis (listwise). Nonetheless, this may lead to biased estimates if, for instance, entire smoker subgroups are excluded. Then, the effect on sample proportions in smoking status (current smokers, former smokers and never smokers) of five methods for imputing missingness were evaluated in different scenarios generated by varying missingness mechanism and the proportion of missing cases. Hence, the current simulation study also attempts to provide a framework to compare the performance of different approaches for handling missing data with different missing data mechanisms, as the true value is known.

To satisfy the aim of this paper, section 1 contains an overview to the database used in this paper, the 2011 National Addiction Survey of Mexico. In section 2 the key terms used in discussing missingness in the literature are presented. Section 3 briefly describes the methods for handling missing data used in this paper, the complete case analysis (listwise), imputation of the mode, random imputation, the hot-deck method, imputation by polytomous regression and random forests. In section 4 a summary of the missingness simulations is presented. Section 5 provides the results

of the study and compares the performance of the methods for handling missing data used in this paper. Section 6 summarizes the results and main findings of this study.

2. ABOUT THE NATIONAL ADDICTIONS SURVEY: TOBACCO CONSUMPTION IN MEXICO

The National Addictions Survey (ENA) is a probabilistic, randomized and multistage household survey conducted by the National Institute of Public Health in Mexico (INSP) and the National Institute of Psychiatry “Ramón de la Fuente Muñiz”. The data are representative at a national level and also for eight regions of the country. The regions are North Central (Coahuila, Chihuahua y Durango), Northwestern (Baja California, Baja California Sur, Sonora y Sinaloa), Northeastern (Nuevo León, Tamaulipas y San Luis Potosí), Western (Zacatecas, Aguascalientes, Jalisco, Colima y Nayarit), Central (Puebla, Tlaxcala, Morelos, Estado de México, Hidalgo, Querétaro y Guanajuato), Mexico City (Distrito Federal), South Central (Veracruz, Oaxaca, Guerrero y Michoacán) and South (Yucatán, Quintana Roo, Campeche, Chiapas y Tabasco).

The aim of the ENA is to estimate the prevalence of consumption of tobacco, alcohol and illegal drugs in the Mexican population aged from 12 to 65 years old. In the latest ENA, held in 2011, the respondents answered a computerized version of the questionnaire. A total of 16,249 persons were interviewed, of which 3,849 were adolescents (12-17 years), and 12,400 were adults (18-65). Of the sample, females represented the 55.44%. By region, 19.73% of the respondents came from the North Central region, 13.10% were from the South, 12.84% from the Western, 12.39% were from the Northwestern, 12.13% from the South Central, while 11.53%, 9.46% and 8.82% came from the Central, Northeastern and Mexico City regions, respectively.

About tobacco consumption, most of the participants were classified as never smokers (57.52%). 22.91% of all respondents were former smokers and 19.57% were current smokers.

The questions used to determine the smoking status were “During your lifetime, have you ever smoked tobacco even once?” and “When did you last smoke a cigarette?” Those who answered “No” to the first question were classified as never smokers. If the respondent answered “Yes” to the first question, then the person was questioned about the last time they smoked. Those who smoked a year before the baseline interview were classified as former smokers. The current smokers are the respondents who reported having smoked during the last twelve months.

Among people whose status were current smokers, 86.67% were adults, 66.19% were men, 36.98% were single and 36.16% were married. The 91.16% of the former smokers were adults, 54.76% were men, 47.1% were married and 27.65% were single. 66.88% of the classified as never smokers were adults, 66.85% were women, 47.43% were single and 34.57% were married.

3. MISSING DATA PATTERNS AND MECHANISMS

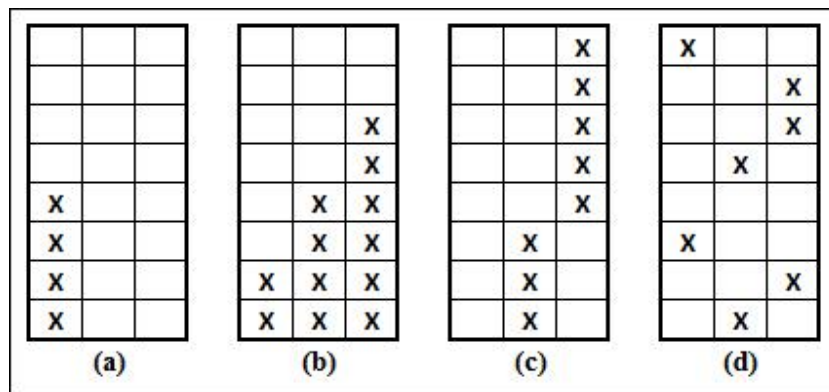
Missing data represents a common problem for statisticians and researchers working with surveys and census. Although a variety of imputation methods have been developed to handling missing data, each method suffers from several limitations and may not perform reasonably well under some circumstances. One reason for this is that most of these techniques make assumptions about how the missing values are distributed within the data set. To decide how to handle missing data it is worthwhile to know the underlying missingness pattern and mechanism, i.e., to identify which values are missing and why.

In the standard taxonomy, three types of missing data patterns can be distinguished. If there is only one variable with missingness, then the pattern is called univariate. When the multivariate pattern is observed, means that the nonresponse occurs in more than one variable.

When observations are ordered and item k is missing, the pattern is said to be monotone if all $k + 1, \dots, n$ cases are also missing. If this pattern is not monotone, then it is called general or non-monotone.

If any non-missing data point can be reached from any other non-missing data point through a sequence of horizontal or vertical moves, then the missing data pattern is said to be connected (van Buuren, 2012).

Figure 1. Missing data patterns: (a) univariate pattern, (b) monotone pattern, (c) connected pattern, (d) random pattern



Source: Own elaboration based on van Buuren (2012)

One major problem with nonresponse is the missing data mechanism. Little and Rubin (1987) introduced a useful classification of the mechanisms that lead data being missing. They defined three different assumptions: Missing Completely at Random (MCAR), Missing at Random

(MAR), and Missing Not at Random (MNAR). According to Song *et al.* (2005), “the missingness mechanism concerns whether the missingness is related to the study variables or not.”

Many data sets can be arranged in a rectangular or matrix form. Let X be an $n \times p$ matrix of partially observed sample data, where the rows, n , correspond to the sample size, and the columns, p , are the number of variables that have been measured. Symbol X_j^{obs} indicates an observed case of the variable j , and X_j^{mis} denotes a missing value in the column j , $j = 1, \dots, p$.

To describe missingness accurately it is important to consider it as a probabilistic phenomenon (Rubin, 1976). When the probability of being missing is unrelated to any of the variables in the dataset (neither on the variable subject to nonresponse nor on any other variable) and the missingness is a random sample from the observed data, then the data are said to be MCAR.

$$P[X_j^{mis} | X_1, \dots, X_p] = P[X_j^{mis}]$$

This implies that the probability of being missing is the same for all the units (Rubin, 1987). MCAR is the easiest scenario to face up, however missing data are very rarely MCAR. To determine whether MCAR assumption is satisfied, Little (1988) has provided a statistical test based on a chi-square distribution. The null hypothesis is that the data are MCAR, so a non-significant test supports the assumption of MCAR mechanism.

The MAR assumption is weaker, more common and more realistic than the MCAR mechanism. If the MAR assumption is not rejected, then the probability of nonresponse depends only on the available information but not on the missing values (Durrant, 2005):

$$P[X_j^{mis} | X_1, \dots, X_p] = P[X_j^{mis} | X_1, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, X_p]$$

A common way to test if MAR assumptions are held is by modeling missingness as a binary (dichotomous) response regression, such as logistic or probit models, where the response variable equals 1 for missing values and 0 for observed.

When data are MCAR or MAR, then the missing data mechanism can be considered as ignorable.

When MCAR nor MAR assumptions are not satisfied, data can be classified as MNAR. Contrary to MCAR, when the MNAR assumption holds, then it means that the probability of nonresponse is related to the missing (unobservable) values. One of the implications of MNAR is that a missing cases have a different distribution than the observed, even when they otherwise have the same characteristics. As a consequence, since the value of the missing cases depends on information not available, they cannot be predicted unbiasedly.

The MNAR mechanism of missingness is non-random and cannot be considered as ignorable.

To make these ideas concrete to the variable of this study (smoking habits), I give some examples. The data could be considered MCAR, if the decision to answer or not answer a question about smoking habits is unrelated to the respondent's smoking habits or to their marital status, gender or age. If married participants were more likely to omit reporting smoking habits than single respondents, then the MAR assumption holds, because missingness would be related with marital status. When someone fails to report smoking habits and their decision to report or not report depends on their smoking habit, then the data are MNAR. For example, when current smoker respondents are less likely to answer the questions about their smoking habits than never smoker people, then the missingness is not ignorable.

4. STRATEGIES FOR ADDRESSING MISSING DATA

There are several methods to handling missingness of categorical data in surveys. In this paper is evaluated the performance of six of these methods: complete case analysis, imputation of the mode, random imputation, the hot-deck method, imputation by polytomous regression and random forests.

4.1. Complete case analysis

The complete case analysis, also known as listwise deletion, eliminates all observations with missing values in at least one variable. Because of convenience, this is the most widely applied approach of handling missing data. Actually, this is the default method applied in many statistical packages (SAS, SPSS, Stata, R). In some cases, when the missing data are MCAR, the listwise deletion can provide better estimations than other methods, because the observations with missing data are a random sample of the full sample (Farhangfar *et al.* 2008; and, Matsubara *et al.*, 2008). But since the subsample produced by the complete case analysis will always have fewer cases, the standard errors and significance levels are often larger relative to all available data. In the other hand, if the missing-data mechanism is MAR or MNAR, this technique can introduce bias and result in a considerable efficiency loss, as shown by Desai *et al.* (2011), Little and Rubin (2002) and Schafer and Graham (2002).

4.2. Imputation methods

Rather than removing the non-observed cases, there are approaches that retain all the data, replacing (imputing) each missing observation with a plausible value. However, the aim of imputation is not to fill in all missing cases, but to “preserve the characteristics of their distribution and relationships between different variables” (Barceló, 2008).

Consider X , the $n \times p$ partially observed matrix, as an approximation to the true sample data Y . Thus Y is a fully observed $n \times p$ matrix. The process of imputation is the set of procedures

applied to the partially observed matrix, X , with the aim to find a fully recorded matrix Y^* , that is an approximation to the completely observed matrix Y .

Keeping the full sample size can be advantageous for bias and precision, nevertheless, using imputation methods without carefully bearing in mind the assumptions required for the valid application of each method, can yield to misleading results. In the following lines are described the imputation methods applied in this paper.

4.2.1. Mode imputation

One of the easiest ways in the case of categorical data is to fill in each missing value with the sample mode. This is a common practice; nonetheless, the major disadvantage of mode imputation is that it creates spikes in the distribution by concentrating all the imputed values in the mode, as a consequence, the variance is reduced artificially (Kalton and Kish, 1981). This is a single imputation method, since only one value is used to replace each missing observation.

4.2.2. Random imputation

Let R be a $n \times p$ matrix of data with univariate pattern, and let m be the number of non-observed cases in the only one variable with missingness j . The random imputation consists of taking a simple random sample of size m from the $n - m$ non-missing values in the partially observed variable j , and returns these as imputations, obtaining an imputed fully recorded vector j^* .

One of the advantages of this method is that it does not produce impossible values, nevertheless one important drawback is that random imputation can introduce an additional amount of variability due to the random selection of residuals (Chauvet, Deville and Haziza, 2011).

4.2.3. The hot-deck method

Hot-deck imputation implicates replacing missing cases on incomplete records (recipient) using values from complete observations of the same data set (donors) that matches the case that is missing. When two or more observations are similar to the non-respondent with respect to characteristics observed, then the method uses the expected value of the scores. Hot-deck imputation is appropriate when dealing with categorical data and is usually non-parametric. This approach appears to be reasonable; however, it presents two main disadvantages: it assumes perfect correlation between the variables, disregarding variability, and the more variables uses the less likely to find a match (Andridge and Little, 2010; Durrant, 2005).

4.2.4. Imputation by polytomous regression

Imputation by polytomous regression is applied when the dependent variable is a categorical variable with more than two categories. A general expression for the conditional probability is:

$$P[Y = k|X_i] = \frac{e^{\theta(k|X_i)}}{e^{\theta(1|X_i)} + \dots + \theta(K|X_i)}$$

Assuming $Y = 1, \dots, K$, the log odds ratio between categories k and K (base category) is defined as $\theta(k|X_i) = \log \frac{P[Y=k|X_i]}{P[Y=K|X_i]}$, $k = 1, \dots, K$. The model assumes $\theta(k|X_i) = \beta_{k0} + \beta_{k1}x_{i1} + \dots + \beta_{kp}x_{ip}$, where $\beta_{k0}, \dots, \beta_{kp}$ are the regression parameters and p is the number of variables in the model.

In general, the method consists of the following steps, first it fits a categorical response as a polytomous model, then computes the predicted categories, and finally adds appropriate noise to predictions (Hosmer and Lemeshow, 1989; Souverein *et al.*, 2006; and, Silva-Ramírez *et al.*, 2011).

4.2.5. Random forests

The random forests imputation method is a machine learning method and it is one of the newest techniques for imputing. In this approach regression trees are constructed iteratively from bootstrap. The set of trees grown constitutes a forest. Each tree “votes” and this vote is used to classify each instance based on the majority (mode) vote over all trees (Stekhoven and Bühlmann, 2012; Pantanowitz and Marwala, 2008; Segal, 2004; Rieger *et al.*, 2010).

Random forest offers advantages in terms of dealing with mixed-type data, it is relatively robust to outliers and noise, and does not have the same assumptions of normality, linearity, homoscedasticity (Hill, 2012; Rieger *et al.*, 2010)

The hot-deck, imputation by polytomous regression and the random forests approaches are considered as multiple imputation methods, since a vector of plausible values is used to replace each missing observation.

5. MISSINGNESS SIMULATIONS

Taking the ENA, two datasets at rates 5% and 15%, each for MCAR, MAR and MNAR data were generated as described below. Only the univariate pattern has been considered in this study, the variable with missingness is the one related to the smoking status. These six new versions of the original dataset were used to examine the impact of different methods to handle missingness for the smoking status.

As mentioned before, the original dataset was comprised of 16,249 complete cases. The MCAR datasets were created by randomly adding 5% and 15% of missingness. The MAR datasets were simulated under the specific assumption that adolescents and women were more likely to be missing than the rest of participants. The MNAR datasets were created so that the current smokers were more likely to be missing than never smokers and former smokers.

Table 1. Levels of non-response

Smoking Status	Original dataset	
	N	%
Current Smoker	3180	19.6%
Former Smoker	3722	22.9%
Never Smoker	9347	57.5%
Missing	0	0.0%

Smoking Status	MCAR 5%		MCAR 15%		MAR 5%		MAR 15%		MNAR 5%		MNAR 15%	
	Little's test chi-sq = 2.180662 p-value = 0.9023		Little's test chi-sq = 8.161031 p-value = 0.2265		Little's test chi-sq = 3427.891 p-value = 0		Little's test chi-sq = 654.6718 p-value = 0		Little's test chi-sq = 197.3155 p-value = 0		Little's test chi-sq = 589.5141 p-value = 0	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Current Smoker	3042	18.7%	2685	16.5%	3098	19.1%	2763	17.0%	2627	16.2%	1461	9.0%
Former Smoker	3536	21.8%	3186	19.6%	3655	22.5%	3237	19.9%	3541	21.8%	3201	19.7%
Never Smoker	8859	54.5%	7941	48.9%	8684	53.4%	7812	48.1%	9269	57.0%	9150	56.3%
Missing	812	5.0%	2437	15.0%	812	5.0%	2437	15.0%	812	5.0%	2437	15.0%

6. RESULTS

The imputation of the smoking status variable has led to different estimates in the sample proportions of current smokers, former smokers and never smokers. The results of each imputation method are described below. In order to facilitate interpretation of results, they have been represented in tables. To that same end, 95% confidence intervals were produced using the sample mean and variance of the smoking status proportions from each dataset generated.

Under the MCAR mechanism, the easiest assumption to manage, most of the techniques yielded to no statistically significant differences between sample proportions of smoking conditions in each imputed dataset and the proportions of the original dataset. In fact, the only method that consistently produced very different estimates to those from the original dataset was the mode imputation. Concentrating all the imputed values in the mode led to serious underestimation of current and former smokers and an overestimation in never smokers (see Tables 2 and 3)

As the rate of missingness increased from 5% to 15%, the difference between the mode imputation estimates grew even larger from those from the original data.

Figure 2. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MCAR missingness

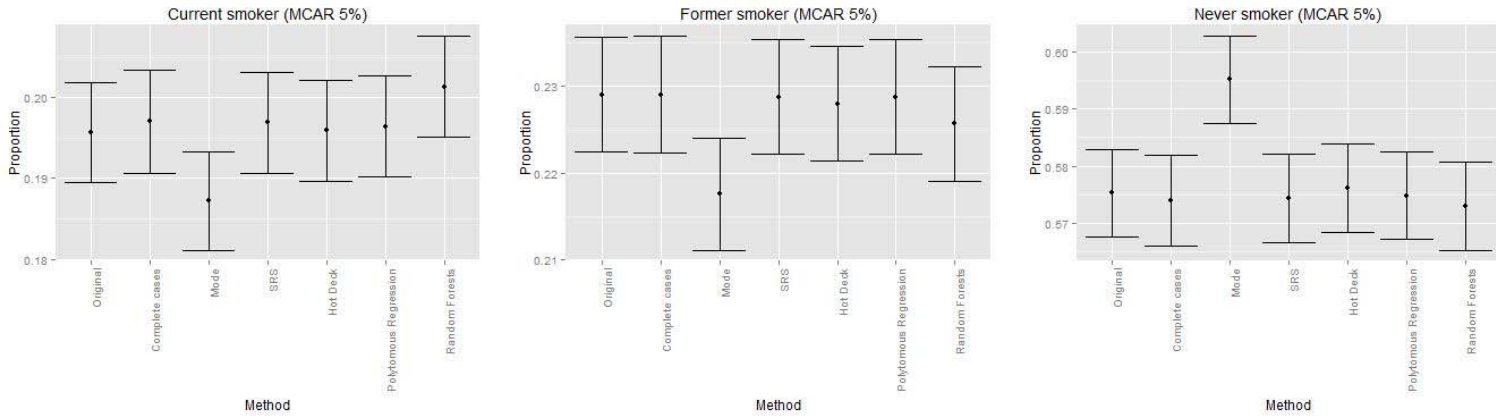


Table 2. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MCAR missingness

Proportion	SE	LCI	UCI
19.57%	0.00311	18.95%	20.19%
22.91%	0.00330	22.25%	23.57%
57.52%	0.00388	56.75%	58.30%

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	18.72%	0.00306	18.11%	19.33%
Former Smoker	21.76%	0.00324	21.11%	22.41%
Never Smoker	59.52%	0.00385	58.75%	60.29%

Proportion	SE	LCI	UCI
19.71%	0.00320	19.07%	20.35%
22.91%	0.00338	22.23%	23.58%
57.39%	0.00398	56.59%	58.18%

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.69%	0.00312	19.06%	20.31%
Former Smoker	22.88%	0.00330	22.22%	23.53%
Never Smoker	57.44%	0.00388	56.66%	58.21%

Proportion	SE	LCI	UCI
19.59%	0.00311	18.97%	20.21%
22.80%	0.00329	22.14%	23.46%
57.61%	0.00388	56.83%	58.39%

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	20.14%	0.00315	19.51%	20.77%
Former Smoker	22.57%	0.00328	21.91%	23.22%
Never Smoker	57.30%	0.00388	56.52%	58.07%

Proportion	SE	LCI	UCI
19.64%	0.00312	19.02%	20.27%
22.88%	0.00330	22.22%	23.53%
57.48%	0.00388	56.70%	58.26%

Figure 3. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MCAR missingness

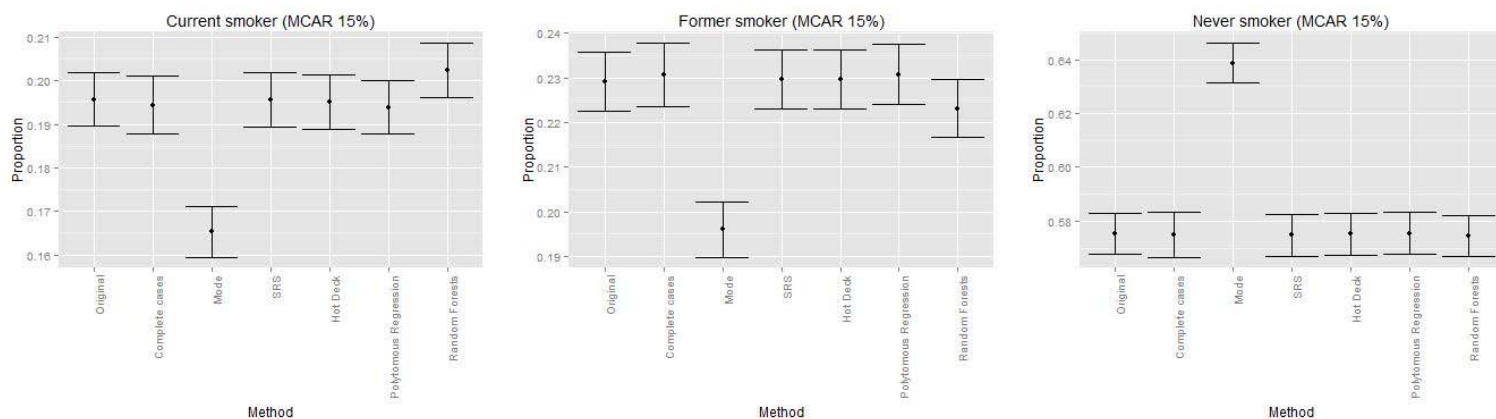


Table 3. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MCAR missingness

Original					Mode				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.57%	0.00311	18.95%	20.19%	Current Smoker	16.52%	0.00291	15.94%	17.11%
Former Smoker	22.91%	0.00330	22.25%	23.57%	Former Smoker	19.61%	0.00311	18.98%	20.23%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.75%	58.30%	Never Smoker	63.87%	0.00377	63.11%	64.62%

Complete cases					SRS				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.44%	0.00337	18.77%	20.11%	Current Smoker	19.56%	0.00311	18.94%	20.18%
Former Smoker	23.07%	0.00358	22.35%	23.78%	Former Smoker	22.96%	0.00330	22.30%	23.62%
Never Smoker	57.49%	0.00421	56.65%	58.33%	Never Smoker	57.48%	0.00388	56.70%	58.26%

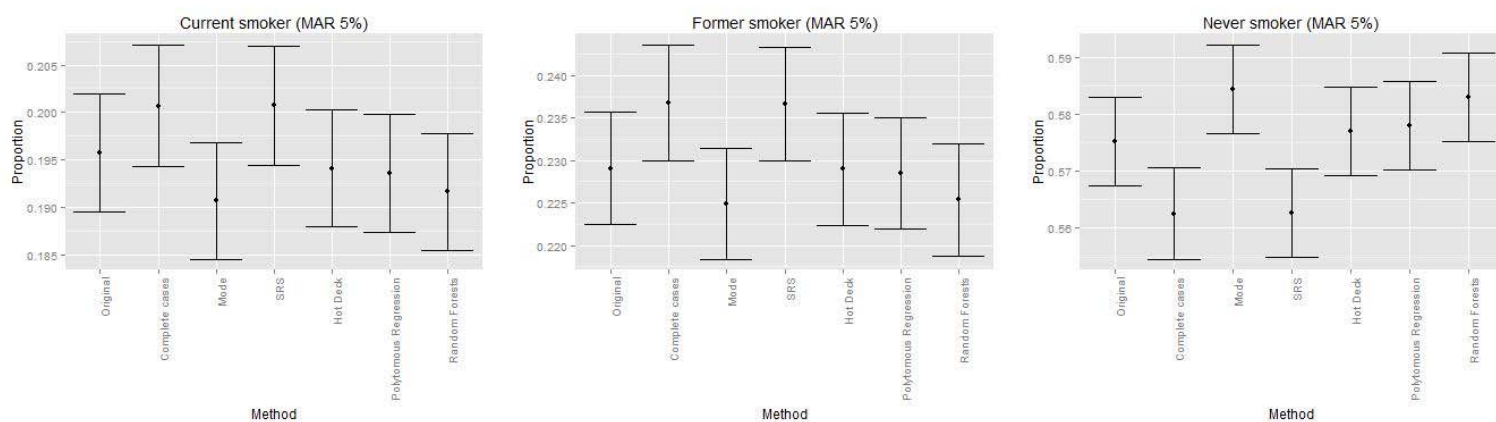
Hot Deck					Random forest				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.52%	0.00311	18.89%	20.14%	Current Smoker	20.24%	0.00315	19.61%	20.87%
Former Smoker	22.97%	0.00330	22.31%	23.63%	Former Smoker	22.32%	0.00327	21.66%	22.97%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.74%	58.29%	Never Smoker	57.44%	0.00388	56.67%	58.22%

MICE				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.39%	0.00310	18.77%	20.01%
Former Smoker	23.08%	0.00331	22.42%	23.74%
Never Smoker	57.54%	0.00388	56.76%	58.31%

When 5% of the values were missing under the MAR mechanism, three of the methods returned estimates closer to their original values. These were the most sophisticated approaches: hot-deck (p-value = 0.8647), polytomous regression (p-value = 0.7356), and random forests (p-value = 0.133)¹.

At 15% rate of missing cases, no statistically significant difference was found in the estimates between the original dataset and the data handled by the complete cases approach (p-value = 0.07227), and the hot-deck (p-value = 0.7857), the polytomous regression (p-value = 0.4781) and the random imputation (p-value = 0.134) methods (see Tables 4 and 5).

Figure 4. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MAR missingness



¹ The p-values are produced using the outcome of a t-test that compares the proportion of the original sample and the proportion of the imputed dataset.

Table 4. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MAR missingness

Original					Mode				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.57%	0.00311	18.95%	20.19%	Current Smoker	19.07%	0.00308	18.45%	19.68%
Former Smoker	22.91%	0.00330	22.25%	23.57%	Former Smoker	22.49%	0.00328	21.84%	23.15%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.75%	58.30%	Never Smoker	58.44%	0.00387	57.67%	59.21%

Complete cases					SRS				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	20.07%	0.00322	19.42%	20.71%	Current Smoker	20.08%	0.00314	19.45%	20.70%
Former Smoker	23.68%	0.00342	22.99%	24.36%	Former Smoker	23.66%	0.00333	23.00%	24.33%
Never Smoker	56.25%	0.00399	55.46%	57.05%	Never Smoker	56.26%	0.00389	55.48%	57.04%

Hot Deck					Random Forests				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.41%	0.00310	18.79%	20.03%	Current Smoker	19.16%	0.00309	18.55%	19.78%
Former Smoker	22.90%	0.00330	22.24%	23.56%	Former Smoker	22.54%	0.00328	21.88%	23.19%
Never Smoker	57.69%	0.00388	56.91%	58.46%	Never Smoker	58.30%	0.00387	57.53%	59.07%

Polytomous Regression				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.36%	0.00310	18.74%	19.97%
Former Smoker	22.85%	0.00329	22.19%	23.51%
Never Smoker	57.79%	0.00387	57.02%	58.57%

Figure 5. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MAR missingness

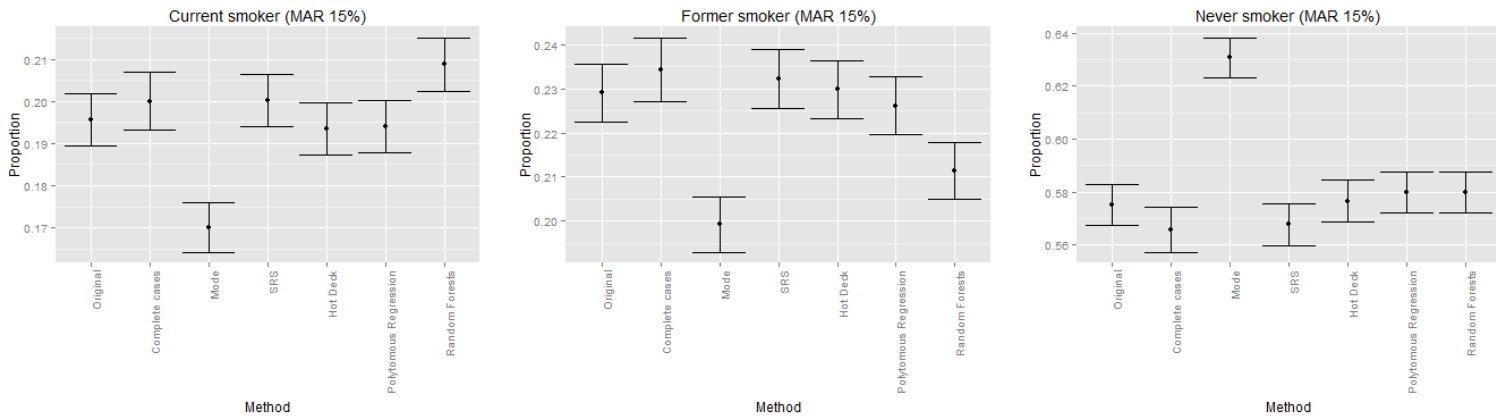


Table 5. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MAR missingness

Original

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.57%	0.00311	18.95%	20.19%
Former Smoker	22.91%	0.00330	22.25%	23.57%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.75%	58.30%

Mode

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	17.00%	0.00295	16.41%	17.59%
Former Smoker	19.92%	0.00313	19.29%	20.55%
Never Smoker	63.07%	0.00379	62.32%	63.83%

Complete cases

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	20.00%	0.00340	19.32%	20.69%
Former Smoker	23.44%	0.00360	22.72%	24.16%
Never Smoker	56.56%	0.00422	55.72%	57.40%

SRS

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	20.02%	0.00314	19.39%	20.65%
Former Smoker	23.22%	0.00331	22.56%	23.88%
Never Smoker	56.76%	0.00389	55.98%	57.54%

Hot Deck

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.36%	0.00310	18.74%	19.97%
Former Smoker	22.99%	0.00330	22.33%	23.65%
Never Smoker	57.66%	0.00388	56.88%	58.43%

Random forest

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	20.88%	0.00319	20.24%	21.51%
Former Smoker	21.14%	0.00320	20.50%	21.78%
Never Smoker	57.99%	0.00387	57.21%	58.76%

MICE

Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.39%	0.00310	18.77%	20.01%
Former Smoker	22.62%	0.00328	21.96%	23.27%
Never Smoker	57.99%	0.00387	57.22%	58.77%

As was mentioned before, the MNAR assumption is the hardest mechanism to face up. The MNAR, both at 5% and 15% rates, showed the largest differences between the original dataset and the six approaches to handle missing data, all the methods produced biased results even though in some cases the random forest approach performed results very close to the 95% limits (see Tables 6 and 7).

Figure 6. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MNAR missingness

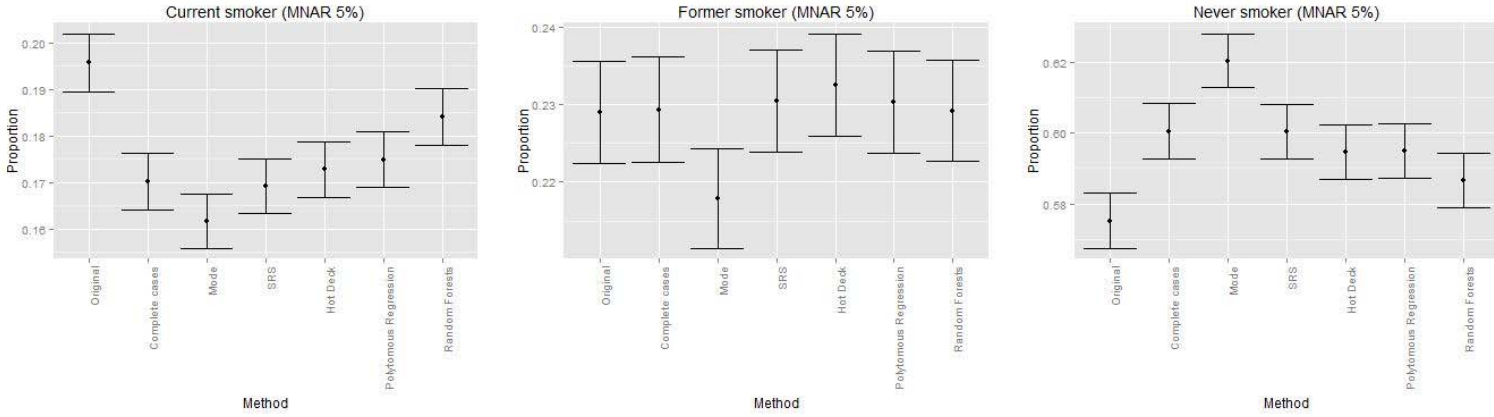


Table 6. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 5% MNAR missingness

Original					Mode				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.57%	0.00311	18.95%	20.19%	Current Smoker	16.17%	0.00289	15.59%	16.74%
Former Smoker	22.91%	0.00330	22.25%	23.57%	Former Smoker	21.79%	0.00324	21.14%	22.44%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.75%	58.30%	Never Smoker	62.04%	0.00381	61.28%	62.80%

Complete cases					SRS				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	17.02%	0.00302	16.41%	17.62%	Current Smoker	16.92%	0.00294	16.33%	17.51%
Former Smoker	22.94%	0.00338	22.26%	23.62%	Former Smoker	23.05%	0.00330	22.39%	23.71%
Never Smoker	60.04%	0.00394	59.26%	60.83%	Never Smoker	60.03%	0.00384	59.26%	60.80%

Hot Deck					Random forest				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	17.28%	0.00297	16.69%	17.87%	Current Smoker	18.41%	0.00304	17.81%	19.02%
Former Smoker	23.26%	0.00331	22.59%	23.92%	Former Smoker	22.92%	0.00330	22.26%	23.58%
Never Smoker	59.46%	0.00385	58.69%	60.23%	Never Smoker	58.66%	0.00386	57.89%	59.43%

MICE				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	17.49%	0.00298	16.89%	18.09%
Former Smoker	23.03%	0.00330	22.37%	23.69%
Never Smoker	59.48%	0.00385	58.71%	60.25%

Figure 7. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MNAR missingness

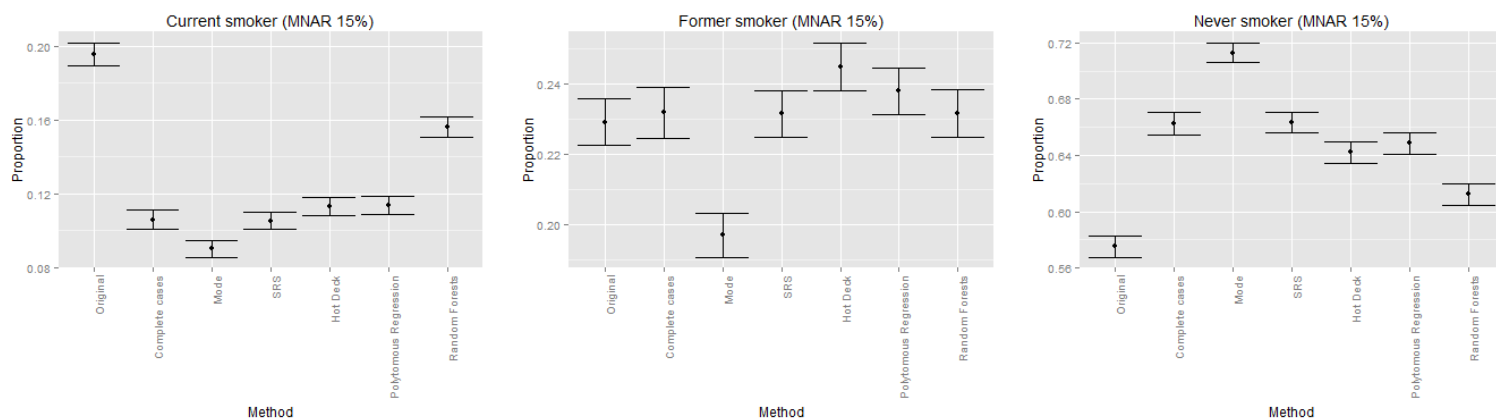


Table 7. Confidence intervals of the sample proportions for the different missing data approaches applied to 15% MNAR missingness

Original					Mode				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	19.57%	0.00311	18.95%	20.19%	Current Smoker	8.99%	0.00224	8.54%	9.44%
Former Smoker	22.91%	0.00330	22.25%	23.57%	Former Smoker	19.70%	0.00312	19.08%	20.32%
Never Smoker	57.52%	0.00388	56.75%	58.30%	Never Smoker	71.31%	0.00355	70.60%	72.02%

Complete cases					SRS				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	10.58%	0.00262	10.05%	11.10%	Current Smoker	10.52%	0.00241	10.04%	11.01%
Former Smoker	23.18%	0.00359	22.46%	23.89%	Former Smoker	23.15%	0.00331	22.49%	23.81%
Never Smoker	66.25%	0.00402	65.44%	67.05%	Never Smoker	66.32%	0.00371	65.58%	67.07%

Hot Deck					Random forest				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI	Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	11.29%	0.00248	10.80%	11.79%	Current Smoker	15.61%	0.00285	15.04%	16.18%
Former Smoker	24.49%	0.00337	23.81%	25.16%	Former Smoker	23.16%	0.00331	22.50%	23.82%
Never Smoker	64.22%	0.00376	63.47%	64.97%	Never Smoker	61.23%	0.00382	60.46%	61.99%

MICE				
Smoking Status	Proportion	SE	LCI	UCI
Current Smoker	11.34%	0.00249	10.84%	11.84%
Former Smoker	23.79%	0.00334	23.12%	24.46%
Never Smoker	64.87%	0.00375	64.12%	65.61%

7. CONCLUSIONS

Although imputation procedures are often useful, in this paper is noted that no universally best approach to handle missingness exists. Every method suffers from limitations related to the missing data mechanism. Nonetheless, understanding why data are missing can guide the researcher to an appropriate strategy for addressing missingness. The fact that assumptions about non-observed values can affect estimates and results is evident in this paper.

Eliminating all observations with missing values in at least one variable (complete case analysis) returned to reasonable estimates under the MCAR assumption.

While one of the easiest ways of filling in the blanks is to replace the missing cases with the mode, this approach showed the worst performance in every rate and under every missingness assumption. The mode imputation produced the largest bias.

While the simple random sample (random) imputation results were characterized by unbiased estimates when the missing data mechanism can be considered as ignorable.

The random forest method led to non-dissimilar results for the MCAR at 5% and 15% rates and for MAR at 5% of missingness.

The most effective methods for dealing with missing data in most of the missing data scenarios assessed in this paper were the hot-deck and the polytomous regression approaches. This finding has key implications because both methods are available in most of the software packages (both free and commercial) such as R, SAS, Stata, SPSS and S-Plus. It is important to remember that missingness under the MAR and MCAR assumptions is linked to the rest of variables (observed), so the methods that performed the best were those that uses values from complete observations of the same dataset.

In addition, another important outcome of this study is that it investigated how the performance of the model was affected by varying amounts of missing data and different missing data mechanisms. In general, with a small number of missing data cases, the various strategies will likely have small impact on estimates. For larger rates of non-observed cases, the effect of the strategies for handling missingness was less efficient. Also, it should be pointed out that MCAR, MAR and MNAR mechanisms led to dissimilar results for a given imputation method. Under the MNAR assumption, both at 5% and 15% rates, none of the methods performed well even though in some cases the random forest approach performed results very close to the 95% limits. This result might be comparable to the findings of Schafer and Graham (2002), who found that some approaches to deal with MAR assumptions can produce unbiased results under MNAR.

Finally, as with any study, there are limitations to the current work that must be considered. First, the simulations were based only under the univariate missingness pattern. Second, the current

study is focused on non-ordered categorical data. Although this type of data is very common in surveys, there are other types of variables that can be considered. Further research should be focused on ordinal, continuous and mixed categorical and continuous data.

REFERENCES

- Andridge, R. and Little, R. (2010). A Review of Hot Deck Imputation for Survey Non-response. *International Statistical Review*, 78 (1), pp. 40–64.
- Bacallao, J. and Bacallao, J. (2010). Imputación Múltiple en Variables Categóricas Usando Data Augmentation y Árboles de Clasificación. *Investigación Operacional*, 31 (2), pp. 133–139.
- Barceló, C. (2008). The impact of alternative imputation methods on the measurement of income and wealth: Evidence from the Spanish Survey of Household Finances. (No. 0829). Banco de España.
- Burton, A., Billingham, L.J., and Bryan, S. (2007). Cost-effectiveness in clinical trials: using multiple imputation to deal with incomplete cost data. *Clinical Trials*, 4 (2), pp. 154–161.
- Chauvet, G., Deville, J.C., and Haziza, D. (2011). On balanced random imputation in surveys. *Biometrika*, 98 (2), pp. 459–471.
- Desai, M., Esserman, D.A., Gammon, M.D., and Terry, M.B. (2011). The use of complete-case and multiple imputation-based analyses in molecular epidemiology studies that assess interaction effects. *Epidemiologic Perspectives and Innovations*, 8 (1), 5.
- Durrant, G.B. (2005). Imputation methods for handling item-nonresponse in the social sciences: a methodological review. NCRM Methods Review Papers. ESRC National Centre for Research Methods and Southampton Statistical Sciences Research Institute. NCRM/002.
- Eisemann, N., Annika, W., and Alexander, K. (2011) Imputation of missing values of tumour stage in population-based cancer registration. *BMC Medical Research Methodology*, 11.
- Farhangfar A, Kurgan L, and Dy J (2008) Impact of imputation of missing values on classification error for discrete data. *Pattern Recognit* 41 (12), pp. 3692–3705
- Follmann, D., Elliott, P., Suh, I., and Cutler, J. (1992). Variance imputation for overviews of clinical trials with continuous response. *Journal of clinical epidemiology*, 45 (7), pp. 769–773.
- Ghosh-Dastidar, B., and Schafer, J.L. (2003). Multiple edit/multiple imputation for multivariate continuous data. *Journal of the American Statistical Association*, 98 (464), pp. 807–817.
- Gimotty, P.A. and Brown, M.B. (1990). Imputation procedures for categorical data: their effects on the goodness-of-fit chi-square statistic. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 19 (2), pp. 681–703.
- Hill, J. (2012) Four Techniques for Dealing with Missing Data in Criminal Justice. Paper presented at the annual meeting of the ASC Annual Meeting, Palmer House Hilton, Chicago, IL, Nov 13, 2012.
- Hosmer, D.W. and Lemeshow, S. (1989). Introduction to the Logistic Regression Model. *Applied Logistic Regression*, Second Edition, pp. 1–30.

- Kalton, G. and Kish, L. (1981). Two efficient random imputation procedures. *Proceedings of the survey research methods section* (pp. 146–151).
- Little, R.J. (1988). A test of missing completely at random for multivariate data with missing values. *Journal of the American Statistical Association*, 83 (404), pp. 1198–1202.
- Little, R.J. and Rubin, D.B. (1987). *Statistical analysis with missing data* (Vol. 539). New York: Wiley.
- Little, R.J. and Rubin, D.B. (2002). *Statistical analysis with missing values*. Wiley, New York.
- Little, R.J. and Schluchter, M.D. (1985). Maximum likelihood estimation for mixed continuous and categorical data with missing values. *Biometrika*, 72 (3), pp. 497–512.
- Matsubara, E.T., Prati, R.C., Batista, G.E., and Monard, M.C. (2008). Missing value imputation using a semi-supervised rank aggregation approach. *Advances in Artificial Intelligence-SBIA 2008* (pp. 217–226). Springer Berlin Heidelberg.
- Panranowitz, A. and Marwala, T. (2009) Missing Data Imputation Through the Use of the Random Forest Algorithm. *Advances in Intelligent and Soft Computing Volume 116*, pp. 53–62.
- Rieger, A., Hothorn, T., and Strobl, C. (2010). Random Forests with Missing Values in the Covariates.
- Rubin, D.B. (1976) Inference and missing data. *Biometrika*, 63, pp. 581–592.
- Schafer, J.L. and Graham, J.W. (2002). Missing data: our view of the state of the art. *Psychological methods*, 7 (2), 147.
- Segal, M.R. (2004). Machine learning benchmarks and random forest regression
- Silva-Ramírez, E.L., Pino-Mejías, R., López-Coello, M., and Cubiles-de-la-Vega, M.D. (2011). Missing value imputation on missing completely at random data using multilayer perceptrons. *Neural Networks*, 24 (1), pp. 121–129.
- Song, Q., Shepperd, M., and Cartwright, M. (2005). A short note on safest default missingness mechanism assumptions. *Empirical Software Engineering*, 10 (2), pp. 235–243.
- Souverain, O.W., Zwinderman, A.H., and Tanck, M.W. (2006). Multiple imputation of missing genotype data for unrelated individuals. *Annals of human genetics*, 70 (3), pp. 372–381.
- Stekhoven, D.J. and Bühlmann, P. (2012). MissForest—non-parametric missing value imputation for mixed-type data. *Bioinformatics*, 28 (1), pp. 112–118.
- van Buuren, S. (2012). *Flexible imputation of missing data*. CRC press.



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 121–136.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=92>

Factor Analysis: An Instrument for Selection of Social Performance Factors

HORNUNGOVÁ, JANA

Department of Economics

Brno University of Technology (Czech Republic)

Correo electrónico: hornungova@fbm.vutbr.cz

ABSTRACT

This article is focused on the identification of social performance factors. For this purpose, a multidimensional statistical method -factor analysis- was used. The basic set for the selection of indicators was the concept (and the social tool) of Corporate Social Responsibility, subsequently, the questionnaire was constructed. Empirical research was attended by 32 companies, from the Area of Information and Communication Activities (CZ-NACE, section J), with the number of employees over 250.

The aim of the factor analysis was selection of significant indicators and performance factors for selected area from the input database. On the basis of the paper, there were evaluated: three social factors from the area of working environment and two social factors from the area of local community. The understanding of their application into the internal management shall be necessary prior to company's decision regarding the measures of key performance indicators.

Keywords: business management; performance; indicators; factor analysis.

JEL classification: M21; M14; C42.

MSC2010: 62-07.

Análisis factorial: un instrumento de selección de factores sociales de rendimiento

ABSTRACT

Este artículo se centra en la identificación de factores de rendimiento social. Para este propósito, se utilizó el método estadístico multidimensional del análisis factorial. El conjunto básico para la selección de indicadores fue el concepto (y el instrumento social) de la Responsabilidad Social Corporativa; posteriormente, se construyó un cuestionario. En la investigación empírica participaron 32 empresas, desde el Área de Actividades de la Información y la Comunicación (sección J, CZ-NACE), con un número de empleados superior a 250.

El objetivo del análisis de los factores fue la selección de indicadores relevantes y factores de rendimiento para el área seleccionada de la base de datos de partida. Basándose en el trabajo, se evaluaron tres factores sociales del área del ambiente de trabajo y dos factores sociales del ámbito de la comunidad local. El entendimiento de su aplicación en la gestión interna se considera necesaria antes de la decisión de la empresa en cuanto a las medidas de los indicadores clave de rendimiento.

Palabras clave: administración de empresas; rendimiento; indicadores; análisis factorial.

Clasificación JEL: M21; M14; C42.

MSC2010: 62-07.



1. INTRODUCTION

The concept of performance evaluation in this article is based on a fundamental view of the enterprise as a socio-economic system. In the 90 years of 20th century can be considered as the initial impetus for the coalition theory, based on the consideration that the enterprise as an element of the socio-economic system is a carrier present a wide target group of stakeholders (interest groups). The objectives of its existence and achieves only if satisfies the objectives of all stakeholders, and therefore the company's performance is assessed in terms of its benefits not only for the owners but for a wider range of interests. Performance measurement, respecting above view, can be considered as a multi-criteria evaluation (Wagner, 2011). Currently, the "firm's survival" depends not only on financial competitiveness, equally important is that the organization could prove their status to various interested parties (stakeholders) that are affected by the activities of the enterprise. In other words, the fact those companies are facing increasing pressure from their environment to act in a socially responsible manner (Bučiūnienė, Kazlauskaitė, 2012).

The concept of corporate social responsibility and understanding, whether in relation to the stakeholders, employees, or other interest groups, in essence, from the first half of the 20th century constantly evolving. There is a gradual refinement and expansion of different definitions, but as an essential turning point may be considered the idea: *"the undertaking which meets the only legislative requirements cannot be considered socially responsible."* On the basis of the synthesis of individual knowledge Carroll in 1979 designed definition of CSR that was based on the 4 basic elements. Carroll joined the area in this definition of business activities, which many believed that exclude each other. An example may be entrepreneurs who in its "economic responsibility" also gave a donation, or felt the commitments to the community, and is a typical example of Tomáš Baťa and the construction of the "business" of cities (Carroll, 1979; Svoboda, 2010). Socially responsible businesses are characterized by proactive, not just reactive policy, for their leadership to actively apply new and positive trends (Boyd, Gessner, 2013).

In the field of business policy and strategy, according to Porter and Kramer (2006), which is also inclined in this and Laszlo and Zhexembayeva (2011) should be incorporated corporate social responsibility (CSR) into strategic activities within the corporate strategy. The rationale behind this is the fact that the chosen company strategy plays a large role in the competitive environment that just using social responsibility and business performance could be significantly affected. However, there is no guarantee that any benefit the company will also improve its position in the competitiveness (Porter, Kramer, 2002; Boyd, Gessner, 2013).

Companies can choose from several methods of dealing with performance evaluation with regard to the management company, it is up to them to decide whether to commit more to financial or non-financial indicators, or whether they will choose one of the methods of a comprehensive performance evaluation.

The objective of the paper is to answer a research question: *Which social factors play an important role in the business performance in the area of Information and Communication Activities in the Czech Republic?*

2. THEORETICAL BACKGROUND

For the definition of social performance can be used states of Spirig (2006), who understands this concept as "social impacts on stakeholders." Social impact is perceived as the result of social activities and behavior of the company and stakeholders can be considered as customers, employees, government agencies, the media, suppliers, NGOs, etc. In general, it is possible to identify social performance for human resources in relation to liability.

In the area of measuring performance is necessary to focus on indicators. The most critical page does not consist in the identification of indicators, but rather to identify those that are appropriate to represent the process itself, the so-called Key Performance Indicators (KPIs). As stated by the author Marinič (2008) and Parmenter (2010) once defined the correct key indicators that reflect the goals of the company (those that can be measured), it is possible to use these performance indicators as a tool for performance measurement. It just depends on from which perspective entities inside and outside the company to build a performance approach and the purpose of the performance monitor.

In general it can be said that these indicators represent a set of measures which are aimed at those aspects of organizational performance that are most critical for the current and future success. According to Parmenter (2010), there are four types of performance metrics:

- Key Result Indicators (KRIs) – that tell us how we fared in a particular area or in terms of critical success factors. Very often are confused with KPIs. They provide a clear picture of whether the organization is going in the right direction and if not, tell us what we need to do in order to do so.
- Result Indicators (RIs) – given what we have done. Summarizes activities relating to all financial activities. If we want to fully understand where it is necessary to increase or decrease performance, we must look at those activities that create sales.
- Performance Indicators (PIs) – indicate what we do. These indicators help the enterprise to achieve the strategies. These are mainly non-financial indicators that complement the KPIs.

- Key Performance Indicators (KPIs) – are certain instruction that tells us what we should do to significantly improve the performance of the company. It is therefore a set of metrics, focusing on those aspects of organizational performance that are most important to its current and future success.

Performance metrics are usually a combination of these four types. Harvey (2005) to this matter is expressed in the sense that no matter which KPIs are used, these should mainly reflect the strategy, and should be regularly adapted to the changing business environment. Allio (2006) adds to metrics that good (well chosen) metrics facilitate the implementation of corporate strategies, while the bad (wrongly chosen) or no metrics, they can even implement the strategy to defend (Kocmanová et. al., 2013; Kerzner, 2011).

The social area also has certain types of indicators, which can be used for measure and evaluation of performance. For the evaluation of the social performance of the majority of non-financial indicators are used (called soft indicators). For social performance is needed to determine which of the standards will be selected social indicators. For the purposes of the author's research in this article was chosen CSR concept under which it is possible to responsible company behavior can be divided into four areas: market, working environment, local communities and the environment. This concept appeared in the early second half of the 20th century and means a way of conducting business and building relationships with partners, which contributes to increase the credibility of the company. It's basically about the voluntary commitment of enterprises to behave responsibly in the context of its operation to the environment and the society in which they carry out its business activities. The essence of CSR is the belief that the sustainable prosperity of the company responsible and transparent way of doing business. The concept is based on the three pillars – economic, social and environmental. These pillars correspond with three characteristics of the "triple-bottom-line": profit = economic area, people = social area and planet = environmental area. The following areas were defined key indicators that can significantly affect the performance of the company within the social area (Robins, 2008; Wood, 2010).

Basically since the beginning of the emergence of the concept of CSR, there are both its supporters and detractors, who present their beliefs about the correctness of their opinion. Many experts began to undertake empirical impact of CSR on its economic and financial performance. However, it is needed right at the beginning of this chapter to add that to this day has not achieved any general scientific consensus on this issue and the views of many groups of experts and scientists are quite different. One of the first researches in the area of the impact of CSR on economic performance is the work of Milton Moskowitz in 1972. The author choose from the 67 companies the 14 best in terms of the level of CSR and calculate the average rate of

appreciation in their shares. As a result, the average appreciation 7.28%, while the Dow Jones Industrial index showed a value a little lower. This result was considered to be confirmatory in relation to the hypothesis that CSR has a positive effect on the economic performance of the company (Moskowitz, 1972; Kukačka, 2008). Vance (1975) followed up on the research of Moskowitz and correlation analysis of the CSR and the growth of prices of shares. In this case, a negative correlation was found between these two listed units. On the other hand, author Tsoutsoura (2004), which dealt with the CSR and financial performance, indicates that the relationship between CSR and financial performance was examined many of the authors on the basis of empirical studies. Tell us about the relationship between CSR and financial performances are essentially of two types. The first method examines the short-term financial impact (in the form of abnormal returns) in the case of socially responsible or irresponsible business. The second type of empirical studies, examining the relationship between CSR and the long-term financial performance, use accounting and financial standards of profitability. Waddock and Graves (1997) they found the significant positive relationship between CSR performance measurement in the case of ROA. These authors used the methodological framework of the social performance of enterprises (CSP) and concluded that the CSP is positively linked with the earlier financial performance. To further prove that the CSP is also positively linked to the future performance of the company.

Authors Kocmanová and Šimberová (2013) were specialized on the area of the performance factors, they used the cluster analysis and factors which have been identified with research could be linked as follows: Labour Practices and Decent Work (LA), Human Rights (HR), Product Responsibility (PR) and Society (SO). During the performance evaluation using indicators is necessary to track a wide range of indicators and to carry out analyses from the point of the social aspects.

3. METHODOLOGY RESEARCH

The basis of the empirical research was a questionnaire prepared within the frame of the doctoral thesis of the author. For the purposes of author's research it was a selective set of businesses that meet the following two conditions:

- Registered economic companies from section J (CZ-NACE) – Information and Communication Activities in the Czech Republic;
- Enterprises with the number of employees > 250.

The reason for the choice of Information and Communication Activities is a competitiveness aspect. From the financial analysis of the corporate sectors of the Ministry of Industry and Trade (2013), when evaluating financial indicators, gives this analysis on the

competitiveness of the image, the industry as a whole is uncompetitive, because even in one of the last period reached positive economic profit. In the case where the main goal of most businesses is achieving economic profit and to achieve the competitiveness of industry in the area of selection, the industry would not be too appropriate. The value of economic profit (EVA) is the most synthetic indicator of the competitiveness of the enterprise. A positive value indicates that the company is competitive in a given period. Analyzed area was chosen precisely for that reason, because as a single service area creates a positive added value over the long term (on the basis of indicators of the EVA). The decision to choose companies with the number of employees in excess of the number 250 fell mainly in connection with the focus to the social area of the research. On the basis of the literature review businesses mainly report its social area using the concept of CSR, a database of companies with this concept does not exist in the Czech Republic, so based the information of the CSR specialist and director of Association of socially responsible companies (A-CSR), in the Czech Republic there is only a few platforms, which are made up of socially responsible company but they are only a large companies.

Basic sample was made by 56 companies, author gathered data from 32 companies (the effectiveness was almost 57%). The research was conducted in the first half of the year 2013, the research content was the economic and social area of enterprises, of which were identified hard and soft data. Economic data (especially the hard data, for example EBIT, ROA, etc.) due to the pending of the year 2012, was acquired for year 2011.

All calculations were analyzed by the statistical program IBM SPSS Statistics 20, using a combination of different statistical methods.

The social indicators were identified by a factor analysis. Factor analysis is a method by which we try to replace the relationship between several mutually-knit small number of variables not directly observable characteristics factors. This is also determined by its primary function – data reduction, i.e., reduction of variables.

To implementation of factor analysis, it is necessary to have n observations each k variables $X_1, X_2, X_3 \dots X_k$. If among these variables exists linear dependence, their correlation coefficients large in absolute terms. When meeting provided further factor analysis for the dependence of the variables is common variables – factors, the partial correlation coefficients of the variables $X_1, X_2, X_3 \dots X_k$ are very small.

Mathematically, it is possible to describe the process of factor analysis as an expression examined standardized variables X_i using a linear combination a smaller number of hypothetical factors F_j using the following relationship:

$$X_i = a_{i1} F_1 + a_{i2} F_2 + a_{i3} F_3 + \dots + a_{im} F_m + e_i,$$

for $i = 1, 2, 3, \dots, k$, where:

k – number of variables,

m – number of factors; valid: $m < n$,

e_i – specific component variables X_i .

Contribution of each factor is given by its variance, this can be obtained as an eigenvalue covariance or correlation matrix. To assess the suitability of use of a factor analysis is generally used two methods:

- Kaiser-Meyer-Olkin rate (the KMO) – KMO used to compare the significance of normal and partial correlations. Indicates the proportion of variation among variables that may be the cause the importance of individual factors. If the KMO value close to 1 (interval values 0-1) data can be used to create factors, while values below 0.5 are unacceptable.
- Bartlett's sphericity test – scans the entries in the correlation matrix (variables) that are not correlated and are therefore also suitable for creating the structure factor. In this case, it is necessary to focus on the value level of significance. If it is less than 0.05 means that the factor analysis may be useful for the selected data (Škaloudová, 2010; Hammer et al., 2011).

After the performed factor analysis is appropriate to confirm this analysis use indicator Cronbach's alpha, which is also known as the coefficient of reliability or consistency coefficient. It takes values from 0 to 1, the extreme value of 0 means that individual indicators are not correlated. On the other hand, the value of 1 indicates correlated variables. The closer the value is to 1, the higher is recognized degree of consensus. Cronbach's alpha is thus analogous to a correlation coefficient (Hrach, Mihola, 2006).

For Cronbach's alpha coefficient applies a formula:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_x^2} \right)$$

The statistical program SPSS allows calculation factors using by two statistical tests that indicate the suitability of the data for the structure factors. It is KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) measurement test of the adequacy and Bartlett's test of sphericity. These tests were first step for factor analysis. First it was tested *market area*. Value range of KMO takes the value 0.393, based on the values by using factor analysis, in this case, there is no sense. If, however, the overall rate of KMO is low, it is possible on the basis of individual coefficients in the Anti-image matrix indicate variables that prevent the use of factor analysis. For this reason, it is possible to exclude from processing. Anti-image matrix is the matrix of partial correlations

between the original characters after by factor analysis. It's diagonal the values KMO for each variable. Despite repeated phased out variables with the lowest KMO and evaluation of factor analysis could not achieve the desired output since the third step of behind the overall correlation matrix, showing zero correlation. Thus, it was not possible to determine relationships between variables and the resulting key indicators. Factor analysis of social performance factors of the market area was therefore not carried out, nor could therefore be defined individual key indicators.

Other analyzed part was *working environment*. The indicators in this area have been identified: Salary, Structure of employees, Nature of benefits, Rates of sick leave, Number of Training hours, Number of Trained Staff, Rate of Employee Turnover, Number of Flexible Jobs, Number of Employee Complaints. From this group businesses determined their relevance in the context of social performance. Consequently, for these results was applied factor analysis. First, it was necessary to determine the appropriateness of using factor analysis based on the KMO and Bartlett's test. The value of KMO test is 0.626 and the observed level of significance of Bartlett's test is <0.0005. Based on the results of both test can be recommended the use of factor analysis, since the items we want factors are suitable for use.

The result of factor analysis is rotated component matrix that is used to interpret the factors. The determination of social performance indicators of these companies were based on a questionnaire-type survey per Table 1.

Table 1. Rotated Component Matrix in the Area of Working Environment

Indicator	Factor		
	Employee	Training courses	Work
Salary	0.937	-0.242	0.018
Structure of employees (age, gender)	0.912	-0.282	0.134
Nature of benefits	0.805	0.318	0.026
Rates of sick leave	0.794	0.228	0,113
Number of training hours	0.754	0.525	0.167
Number of trained staff	0.039	0.981	-0.032
Rate of employee turnover	0.003	0.037	0.865
Number of flexible jobs	0.514	-0.087	0.677
Number of employee complaints	-0.032	0.642	0.649
Cronbach's alpha	0.889	0.697	0.621

Source: own research

In extraction were divided all components into new three strongest component groups. These groups are normally indicating names that capture the essence of what that factor expresses; in this case it is a factor of employee, training courses and factor of work. Table 1

also presents Cronbach's alpha value, which serves to verify the reliability or reliability, as part of the methodology of analysis items. In all cases indicates that it is not necessary to exclude any of the factors, as always achieves a minimum value of 0.5.

These three selected groups are basis for further processing in terms of identification performance factor.

Last monitored social area was the *local community*. Within this field were used eight indicators, for which the companies determined the value of importance in the context of their performance. The indicators were: The Success of Projects Funded by Corporate Foundations, Number of Hours of Corporate Volunteering, Reaction to Corporate Activities, Volume of Non-financial Donations, Number of Placements Organized for Students, Number of Cooperating Schools and Ratio of the Donated Funds to Gross Profit.

The procedure is the same as in the previous cases where the first necessary step is to decide whether the data is suitable for factor analysis. The rate of KMO test in this case is sufficient (value = 0.758), as well as an indication Bartlett's test should be significant at least at the level of 0.05 (value < 0.0005). This assumption is therefore also satisfied. Using the extraction factors within this area were defined two factors, with variables represents Table 2.

Table 2. Rotated Component Matrix in the Area of Local Community

Indicator	Factor	
	Activities	Cooperation
The success of projects funded by corporate foundations	0.908	-0.136
Number of hours of corporate volunteering	0.810	0.398
Reaction to corporate activities	0.717	0.321
Volume of non-financial donations	0.394	0.252
Absolute amount of donations	-0.084	0.937
Number of placements organized for students	0.492	0.788
Number of cooperating schools	0.525	0.770
Ratio of the donated funds to gross profit	0.560	0.562
Cronbach's alpha	0.854	0.882

Source: own research

All indicators were divided into new two strongest component groups. Names of these groups are factor of activities and factor of cooperation. Table 2 also presents Cronbach's alpha value, in all cases indicates that it is not necessary to exclude any of the factors, as always achieves a minimum value of 0.5. Only one indicator has not been used within a set of factors, it is "Volume of non-financial donations".

These three selected groups are basis for further processing in terms of identification performance factor.

4. RESULTS AND DISCUSSION

Selection of significant indicators and performance factors for selected area from the input database was the aim. The purpose was not to substitute identified database, but to establish an alternative file of appropriate variables. The objective of further data processing was the reduction of original broad file of indicators, namely by multi-dimensional statistical methods.

From the original 17 social indicators were selected on the basis of statistical methods 16 social indicators for the IT companies. Factors which have been identified with research could be linked to the following 5 factors, as follows: Employee, Training Courses, Work, Activities and Cooperation.

These factors can be used for the last step of factor analysis –for construction of a new variable. To create a new variable, on the basis of factor analysis, it can be use all indicators from working environment. In the case of indicators of working environment were defined three factors, the index will be the same amount. As it was mentioned in the previous section, each item is assigned a weight factor loadings (according to the calculated coefficient), which is based on Table 3.

Calculation of the factor score is basically the calculation of the employee, training courses and work for the various businesses in which each item is assigned a weight factor loadings.

The extraction method was used principal component analysis and rotation method is varimax with kaiser normalization.

Table 3. Coefficients of factor loadings of indicators for working environment

Indicator	Factor		
	Employee	Training courses	Work
Salary	0.262	-0.155	-0.061
Structure of employees (age, gender)	0.250	-0.191	0.025
Nature of benefits	0.219	0.153	-0.116
Rates of sick leave	0.208	0.228	-0.043
Number of training hours	0.184	0.248	-0.042
Number of trained staff	-0.006	0.539	-0.156
Rate of employee turnover	-0.098	-0.095	0.578
Number of flexible jobs	0.072	-0.149	0.410
Number of employee complaints	-0.096	0.265	0.410

Source: own research

On the basis of the individual factor scores were compiled new variables, which make it possible to calculate these factors for individual companies. The new variable is often referred to as the factor score or index factor. It is a weighted summation range, i.e., respondent answers to each question carried factorial loads (weight responses are multiplied by a weight factor and summed individual responses). Given that the factor score represents the weight of the variables, their sum should give a value of 1. For this reason, the coefficients of factor loadings converted relative to the total for that factor. The newly created variables are as follows:

- *Index factor of employee = Salary * 0.220 + Structure of employees * 0.209 + Nature of benefits * 0.183 + Rates of sick leave * 0.174 + Number of training hours * 0.154 + Number of flexible jobs * 0.060*
- *Index factor of training courses = Number of training hours * 0.236 + Number of trained staff * 0.512 + Number of employee complaints * 0.252*
- *Index factor of work = Rate of employee turnover * 0.430 + Number of flexible jobs * 0.305 + Number of employee complaints * 0.265*

In the area of local communities are created two indexes under different factors, which are based on the individual items and the assigned weights of factor loadings (according to the calculated coefficient). These coefficients are shown in Table 4.

Table 4. Coefficients of factor loadings of indicators for local communities

Indicator	Factor	
	Activities	Cooperation
The success of projects funded by corporate foundations	0.468	-0.314
Number of hours of corporate volunteering	0.278	-0.012
Reaction to corporate activities	0.254	-0.027
Volume of non-financial donations	0.119	0.024
Absolute amount of donations	-0.291	0.505
Number of placements organized for students	0.022	0.274
Number of cooperating schools	0.042	0.256
Ratio of the donated funds to gross profit	0.115	0.140

Source: own research

Also in this case it was necessary to recalculate the coefficients factor loadings for each variable, so that their sum equal to "1". The newly created indexes for social factors in the area of local communities are:

- *Index factor of activities = The success of projects funded by corporate foundations * 0.405 + Number of hours of corporate volunteering * 0.240 + Reaction to corporate activities * 0.220 + Number of cooperating schools * 0.036 + Ratio of the donated funds to gross profit * 0.099*
- *Index factor of cooperation = Absolute amount of donations * 0.430 + Number of placements organized for students * 0.233 + Number of cooperating schools * 0.218 + Ratio of the donated funds to gross profit * 0.119*

These indexes can be calculated for the individual of company and on the basis of their results can compile a list of businesses.

This methodology can be used in any field of performance and can be applied to any area. The article describes the way in which enterprises can determine important factors of their business, which can play a key role in achieving the set of objectives. The proposed social performance indicators should help companies to demonstrate a progress towards the objectives of sustainability.

Author can undoubtedly say that disclosing the value of the research could be increased if it is attended by more businesses. Nevertheless the number of respondents was low enough that it is possible to evaluate the data and formulate certain conclusions. Among the main barriers to research I joined a certain reluctance of businesses in obtaining primary data. If most of the data was publicly available, the questionnaire might not be so detailed (and therefore could be even shorter). However, this is a general problem of voluntary reporting.

This research can be extended in the future and can serve as a starting point for further examination, which will deal with this issue. Examined all enterprises could be parsed from the area without limiting their size and individual results could be compared. At the same time could be more focused on the research of numerical data, as might be done in the period of comparison (e.g. using time-series).

From the theoretical area are taken, the benefits of the paper in the form of expansion of knowledge about the social performance of enterprises and its evaluation. In particular, identify key factors and indicators, which in the given area of activity affect the performance of the enterprise.

For the management of companies it is the ability to monitor their performance. In the case of the use of benchmarking, it is possible to compare the performance achieved with other firms in the market and to identify the weak points of his performance. The total benefit for the practical area, however, are the non-financial indicators on the basis of identified key factors in performance.

5. CONCLUSIONS

The aim of the paper is to present the methodology for selection of social performance factors in the area of Information and Communication activities in the Czech Republic. The emphasis is on Key performance indicators (KPIs). Performance measurement is an important tool for sustainable management and sustainability is a term that can be more and more often heard from various areas of the Czech environment.

Before the company shall decide for the key performance indicators, it is important to understand how they can be best used and include them in the internal management and to support sustainable reporting.

Empirical research, which is an important part of the main goals of this article, deals with the factor analysis. Factor analysis has long been used almost exclusively in psychology. Significant growth in computing capability and extension of the method of factor solutions, increased efforts to develop indigenous practices, as well as alleviate some subjective elements of factor analysis and psychometric removing the sole interpretation, however, meant that in the last forty years has penetrated about factor analysis in other fields. With this in mind, this analysis was also used to explore the relationships between selected variables between the Czech IT companies, with the number of employees more than 250. Were uncovered some dependence indicators, however, for more detailed and qualitative analysis will need to select more relevant variables in order to comprehensively break down the bonds between the studied indicators. The factor analysis was helpful to find performance factors from the social area, especially were found indicators, which can help to companies plan and control their priorities and achieve their goals.

On the basis of the paper, there were evaluated three social factors from the area of working environment and two social factors from the area of local community, which are classified into different groups of indicators. The factors were named as: Employee, Training Courses and Work; Activities, Cooperation. These factors are in Czech IT companies important in connection with the term corporate performance system.

In close connection with economic performance factors is the social responsibility as one component of a sustainable business (sustainability). It is a kind of higher form of "good behavior" decent to employees, to customers, to nature, to the environment. To the main motivators can include cost savings, environmental protection, consumer demand or application of competitive advantage (Asociace společenské odpovědnosti, 2014). The company itself should select its key social indicators on the basis of their significance and from the point of its strategy, but due to long-term prosperity, it is appropriate to economic factors also include other performance factors from sustainable business.

ACKNOWLEDGEMENTS

This paper is supported by the Czech Science Foundation. Name of the Project: 'Measuring Corporate Sustainability in Selected Sectors'. Registration No. 14-23079S.

REFERENCES

- ALLIO, M. Metrics that matter: seven guidelines for better performance measurement. *Handbook of Business Strategy*, 2006. Vol. 7, No. 3, pp. 255-263. ISSN 0894-4318.
- ASOCIACE SPOLEČENSKÉ ODPOVĚDNOSTI. *Udržitelnost MSP se stává běžným standardem* [online]. 2014 [cit. 2014-02-16]. Available from: <http://www.spolecenskaodpovednostfirem.cz/obsah/149/udrzitelnost-msp-se-stava-beznym-standardem/>.
- BOYD, N., GESSNER, B. Human resource performance metrics: methods and processes that demonstrate you care. *Cross Cultural Management*, 2013. Vol. 20, No. 2, pp. 251-273. ISSN 1352-7606.
- BUČIŮNIENĚ I., KAZLAUSKAITĚ R. The linkage between HRM, CSR and performance outcomes. *Baltic Journal of Management*, Oxford: Emerald Group Publishing Limited, 2012. Vol. 7, No. 1, pp. 5-24. ISSN 1746-5265.
- CARROLL, A. B. A Three-Dimensional Conceptual Model of Corporate Performance. *The Academy of Management Review*, 1979. Vol. 4, No. 4, pp. 497-505. ISSN 1930-3807.
- HAMMER, M., ERTL, J., BARVENČÍK, O., KUTÁLEK, D. Příspěvek k rozboru spolehlivosti výkonových olejových transformátorů – 3. část. *Elektrorevue*, 2011. Č. 32, s. 1-7. ISSN 1213-1539.
- HARVEY, J. KPIs – The Broader Strategic Context. *Credit Control*, 2005. Vol. 26, No. 4, pp. 65-66. ISSN 0143-5329.
- HRACH, K., MIHOLA, J. Metodické přístupy ke konstrukci souhrnných ukazatelů. *Statistika*, 2006. Vol. 86, No. 5, pp. 398-418.
- KOČMANOVÁ, A.; DOČEKALOVÁ, M.; HORNUNGOVÁ, J.; ŠIMBEROVÁ, I.; CHVÁTALOVÁ, Z.; HŘEBÍČEK, J.; TRENZ, O.; KUBÁLEK, T.; HODINKA, M.; POPELKA, O. *Měření podnikové výkonnosti*. Brno: Littera, 2013. 247 s. ISBN: 978-80-85763-77-5.
- KOČMANOVÁ, A.; ŠIMBEROVÁ, I. Multidimensional Modelling of Social Performance Indicators in Processing Industry Companies in the Czech Republic. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2013. Vol. 7, No. 5, pp. 500-507. ISSN: 1998-0140.
- KERZNER, H.: *Project Management Metrics, KPIs, and Dashboards: A Guide to Measuring and Monitoring Project Performance*, New Jersey: John Wiley & Sons, 2011, p. 372, ISBN 978-1-118-02652-6.
- KUKAČKA, J. *Společenská odpovědnost firem – mikroekonomický přístup* (bachelor thesis). Praha: Univerzita Karlova, Fakulta sociálních věd, 2008.

- LASZLO, CH., ZHEXEMBAYEVA, N. *Embedded Sustainability. The Next Big Competitive Advantage*. Greenleaf Publishing, 2011. 288 s. ISBN 978-0-8047-7554-0.
- MARINIČ, P.: *Plánování a tvorba hodnoty firmy*. Praha: Grada Publishing, 2008, 232 s., ISBN 9788024724324.
- MINISTRY OF INDUSTRY AND TRADE. *Finanční analýza podnikové sféry za rok 2012* [online]. 2013 [cit. 2013-10-01]. Available from: <http://www.mpo.cz/dokument141226.html>.
- MOSKOWITZ, M. R. Choosing Socially Responsible Stock. *Business and Society Review*, 1972. Vol. 1, pp. 71-75. ISSN 1467-8594.
- PARMENTER, D.: *Key performance indicators: developing, implementing, and using winning KPIs*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010, p. 299, ISBN 978-0-470-54515-7.
- PORTER, M. E., KRAMER, M. R. The competitive advantage of Corporate Philanthropy. *Harvard Business Review*, 2002. Vol. 80, No. 12, pp. 57-68. ISSN 0017-8012.
- PORTER, M. E., KRAMER, M. R. Strategy and society: the link between competitive advantage and corporate social responsibility. *Harvard Business Review*, 2006. Vol. 84, No. 12, pp. 78-91. ISSN 0017-8012.
- ROBINS, F. Why corporate social responsibility should be popularised but not imposed. *Corporate Governance*, 2008. Vol. 8, No. 3, pp. 330-341. ISSN 1472-0701.
- SPIRIG, K. *Social Performance and Competitiveness, A Socio-Competitive Framework*. In: Schaltegger, S. and Wagner, M. (Eds.). *Managing the Business Case for Sustainability*. Sheffield: Greenleaf Publishing, 2006. pp. 82-106. ISBN 1-874719-95-0.
- SVOBODA, J. *Význam konceptu společenské odpovědnosti organizací (CSR) a jeho využívání v České republice* (doctoral thesis). Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta managementu a ekonomiky, 2010.
- ŠKALOUDOVÁ, A. *Faktorová analýza* [online]. 2010 [cit. 2013-08-14]. Available from: <http://userweb.pedf.cuni.cz/kpsp/skalouda/fa/>.
- TSOUTSOURA, M. Corporate Social Responsibility and Financial Performance [online]. 2004 [cit. 2012-10-18]. Available from: <http://escholarship.org/uc/item/111799p2>.
- VANCE, S. C. Are Socially Responsible Corporations Good Investment Risks? *Management Review*, 1975. Vol. 64, No. 8, pp. 19-24.
- WADDOCK, S. A., GRAVES S. B. The Corporate Social Performance-financial performance link. *The Strategic Management Journal*, 1997. Vol. 18, No. 4, pp. 303-319. ISSN 1097-0266.
- WAGNER, J. Měření výkonnosti – vývojové tendence 2. poloviny 20. století. *Politická ekonomie*, 2011. Č. 6, s. 775-793. ISSN 0032-3233.
- WOOD, D. J. Measuring Corporate Social Performance: A Review. *International Journal of Management Reviews*, 2010. Vol. 12, No. 1, pp. 50-84. ISSN 1468-2370.

Volumen 17 (junio de 2014)

Análisis de la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano, del índice de riesgo país y de la mezcla mexicana de exportación mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico

Volatility Analysis of the Core Mexican Stock Market Index, the Country Risk Index, and the Mexican Oil Basket Using an Asymmetric Trivariate GARCH Model

Villalba Padilla, Fátima Irina; Flores-Ortega, Miguel

Páginas 3–22

Enfoque híbrido simulación-proceso analítico jerárquico: caso de estudio del rediseño de un restaurante

Hybrid Approach between Analytic Hierarchy Process and Simulation: Case Study, Redesign of a Restaurant

González Sánchez, Caridad; Garza Ríos, Rosario; Pérez Malo, Eduardo

Páginas 23–41

Approving the ISDWIR Method of Risk Measurement in Making Risk Management Decision

Aprobación del método de medición del riesgo SIÍPDR en el manejo de asunción de riesgos

Strelnik, Mikhail

Páginas 42–59

Are Multi-criteria Decision Making Techniques Useful for Solving Corporate Finance Problems? A Bibliometric Analysis

¿Son adecuadas las técnicas de decisión multicriterio para resolver los problemas financieros corporativos? Un análisis bibliométrico

Guerrero-Baena, M. Dolores; Gómez-Limón, José A.; Fruet Cardozo, J. Vicente

Páginas 60–79

Elasticidad precio de la demanda y perfil de los usuarios de la parada “Pablo de Olavide” de Metro de Sevilla

Price Elasticity of Demand and Profile of “Pablo de Olavide” Metro Stop's Users of Seville Metro

Hernández-Díaz, Alfredo G.; García Cobián, Emilio Carlos

Páginas 80–100

Comparison of Imputation Methods for Handling Missing Categorical Data with Univariate Pattern

Una comparación de métodos de imputación de variables categóricas con patrón univariado

Torres Munguía, Juan Armando

Páginas 101–120

Factor Analysis: An Instrument for Selection of Social Performance Factors

Análisis factorial: un instrumento de selección de factores sociales de rendimiento

Hornungová, Jana

Páginas 121–136